

PENENTUAN FREKUENSI RESONANSI PADA ARTIFISIAL METAMATERIAL MENGGUNAKAN BENTUK SPLIT RING RESONATOR (SRR)

Muh Yasin YBIC, K. Sofjan Firdausi, dan Priyono

Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Semarang

E-mail: muhyasinybic@st.fisika.undip.ac.id

ABSTRACT

Metamaterial represent the material with negative value of permittivity (ϵ) and permeability (μ). Artificial metamaterial can be realized with periodic structure of wire for the negative relative permittivity (ϵ_r), and Split Ring Resonator (SRR) for the negative relative permeability (μ_r). This research represent the theoretical study about the dimension effect of SRR to active frequency of electromagnetic wave (ω) at artificial metamaterial. Plasmon resonances in SRR due to the interaction with the electromagnetic waves used to determine μ_r in order to obtain the equation in the form of frequency. From these equations graphically simulated between μ_r to the ω at various dimension size of SRR, so can be knowable about the dimension effect of SRR to active frequency of metamaterial. At periodic structure of SRR, if the distance apart of SRR (a_s) increase hence top boundary of active frequency (magnetic plasma frequency, ω_{mp}) decrease, and bottom boundary of active frequency (SRR resonance frequency, ω_{m0}) do not change. If radius of SRR (r_s) increase hence will decrease the ω_{m0} and ω_{mp} . If the gap ring of SRR (d) increase hence increase of ω_{m0} and ω_{mp} .

Keywords: permittivity, permeability, metamaterial, Split Ring Resonator.

ABSTRAK

Metamaterial merupakan material dengan nilai permitivitas (ϵ) dan permeabilitas (μ) negatif. Artifisial metamaterial dapat dibuat dengan susunan periodik kawat untuk permitivitas relatif (ϵ_r) yang negatif, dan Split Ring Resonator (SRR) untuk permeabilitas relatif (μ_r) yang negatif. Penelitian ini merupakan kajian ulang secara teoritis mengenai pengaruh ukuran SRR terhadap frekuensi aktif gelombang elektromagnetik (ω) pada artifisial metamaterial. Resonansi plasmon pada SRR akibat interaksi dengan gelombang elektromagnetik digunakan untuk menentukan μ_r sehingga diperoleh persamaannya dalam bentuk frekuensi. Dari persamaan tersebut disimulasikan secara grafik antara μ_r terhadap ω pada berbagai ukuran SRR, sehingga dapat diketahui pengaruh ukuran SRR terhadap frekuensi aktif metamaterial. Pada susunan SRR, jika semakin jauh jarak antar SRR (a_s) maka batas atas frekuensi aktif (frekuensi plasma magnetik, ω_{mp}) semakin rendah, dan batas bawah frekuensi aktif (frekuensi resonansi SRR, ω_{m0}) tidak berubah. Jika semakin besar jari-jari SRR (r_s) maka akan menurunkan ω_{m0} dan ω_{mp} . Jika celah gap antar cincin pada SRR (d) diperbesar maka akan menaikkan ω_{m0} dan ω_{mp} .

Kata kunci: permitivitas, permeabilitas, metamaterial, Split Ring Resonator.

I. PENDAHULUAN

Teknologi berkembang pesat melalui pemanfaatan suatu bahan atau material dengan karakteristik tertentu sesuai yang diinginkan. Salah satu karakteristik bahan yaitu permitivitas (ϵ) dan permeabilitas (μ) yang merupakan parameter karakteristik interaksi bahan terhadap gelombang elektromagnetik.

Material biasa memiliki nilai ϵ dan μ positif, sedangkan material dengan nilai ϵ dan μ negatif disebut metamaterial. Menurut

Veselago gelombang elektromagnetik dalam medium metamaterial mengalami propagasi balik [1], dan dibuktikan secara eksperimen oleh Pendry [2]. Metamaterial sering dimanfaatkan sebagai miniaturisasi antena, *invisible cloaks*, dan *super lens* [3], akselerator partikel [4], delay pulsa sinyal [5], dan pereduksi kecepatan grup [6].

Rekayasa artifisial metamaterial belum begitu berkembang karena terkendala dalam hal pembuatannya. Struktur ukurannya harus lebih kecil dari rentang panjang gelombang yang

diinginkan, hasil kurang sempurna dan hanya terbatas pada rentang frekuensi tertentu saja (frekuensi aktif metamaterial). Oleh karena itu diperlukan suatu kajian mengenai pengaruh ukuran struktur artifisial terhadap frekuensi aktif metamaterial.

II. DASAR TEORI

2.1 Gelombang Elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik merupakan perpaduan antara perubahan medan listrik dan medan magnet yang menjalar secara transversal dan dapat menjalar tanpa medium. Hukum dalam elektrodinamika klasik dapat diringkas menjadi persamaan Maxwell yang terdiri dari [7]:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (4)$$

dengan \mathbf{E} adalah medan listrik, \mathbf{B} adalah medan magnet, ε yaitu permitivitas bahan, dan μ yaitu permeabilitas bahan. Pers. (1), (2), (3), dan (4) berturut-turut adalah hukum Gauss, hukum Faraday, hukum Gauss magnet, dan hukum Ampere.

2.2 Permitivitas dan Permeabilitas

Permitivitas merupakan rapat fluks listrik dalam suatu bahan. Permitivitas dinyatakan sebagai perbandingan antara fluks muatan listrik (\mathbf{D}) dengan medan listrik (\mathbf{E}) melalui hubungan

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (5)$$

dengan \mathbf{P} adalah polarisasi yang menentukan banyaknya momen dipol listrik pervolume dalam bahan atau material.

Besarnya polarisasi sebanding dengan medan listrik yang mengenai bahan. Hubungan polarisasi dengan medan listrik yaitu

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (6)$$

dengan χ_e yaitu susceptibilitas elektrik. Diperoleh hubungan permitivitas relatif yaitu

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e = \varepsilon / \varepsilon_0, \quad (7)$$

dengan permitivitas ruang hampa $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$ [8].

Permeabilitas dalam bahan menunjukkan sifat bahan terhadap medan magnet, memperkuat medan magnet atau sebaliknya. Permeabilitas dinyatakan perbandingan antara medan magnet induksi (\mathbf{B}) dengan kuat medan magnet (\mathbf{H}) melalui hubungan

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \quad (8)$$

dengan \mathbf{M} adalah magnetisasi yaitu banyaknya momen dipol magnet pervolume dalam bahan.

Hubungan magnetisasi dengan kuat medan magnet yaitu

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}, \quad (9)$$

dengan χ_m yaitu susceptibilitas magnetik. Diperoleh hubungan permeabilitas relatif yaitu

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \mu / \mu_0, \quad (10)$$

dengan permeabilitas ruang hampa $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$. [8].

2.3 Artifisial Metamaterial

Metamaterial yaitu bahan atau material yang mempunyai permitivitas (ε) dan permeabilitas (μ) bernilai negatif secara simultan. Nilai permitivitas dan permeabilitas tergantung dari bahan, geometri dan susunan bahan, serta frekuensi gelombang elektromagnetik yang datang [9].

Artifisial metamaterial dapat dibuat dengan susunan periodik kawat dengan nilai permitivitas relatif (ε_r) yaitu [10]

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma)}, \quad (11)$$

dan *Split Ring Resonator* (SRR) dengan nilai permeabilitas relatif (μ_r) yaitu [2]

$$\mu_r = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{m0}^2 + i\omega\gamma}, \quad (12)$$

dengan ω adalah frekuensi gelombang elektromagnetik yang datang, ω_p adalah frekuensi plasmon, ω_{m0} adalah frekuensi resonansi SRR, F adalah faktor geometri, dan γ yaitu faktor damping berdasarkan rangkaian ekuivalen. Apabila $\omega < \omega_p$ pada susunan kawat maka $\varepsilon < 0$ dan apabila $\omega_{m0} < \omega < \frac{\omega_{m0}}{\sqrt{1-F}}$ pada susunan SRR maka $\mu < 0$, sehingga apabila susunan suatu bahan memenuhi kriteria ini

maka bahan tersebut akan menjadi metamaterial pada rentang frekuensi tersebut.

III. METODE PENELITIAN

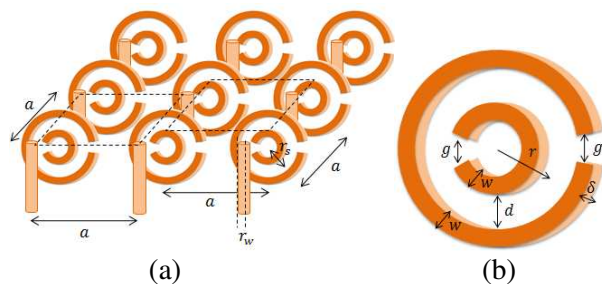
Dalam penelitian ini hendak ditentukan frekuensi resonansi pada artifisial metamaterial dalam bentuk *Split Ring Resonator* (SRR) secara teoritis. Kajian teori yang dilakukan berdasarkan teori elektrodinamika klasik.

Interpretasi hasil kajian teori yaitu pengaruh ukuran dari SRR terhadap frekuensi aktif metamaterial. Beberapa parameter fisis yang ingin diuji yaitu μ_r terhadap ω pada berbagai macam ukuran SRR, yaitu jarak antar SRR (a_s), jari-jari SRR (r_s), dan celah gap antar cincin pada SRR (d).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Resonansi pada *Split Ring Resonator*

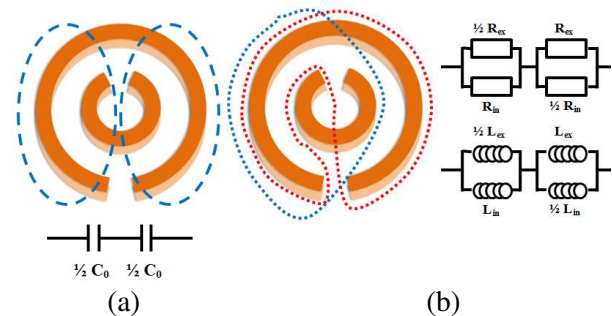
Resonansi dari medan magnet dapat diperoleh melalui suatu susunan logam yang membentuk induktor sekaligus kapasitor sehingga menjadi resonator. Susunan digunakan untuk resonator yaitu *Split Ring Resonator* (SRR) seperti pada Gambar 4.1(a) yang dibuat dalam medium substrat dengan permitivitas ϵ dan permeabilitas μ dengan a adalah jarak antar SRR.



Gambar 4.1 Skema artifisial metamaterial
(a) Susunan artifisial metamaterial (dilihat dari depan) (b) Susunan internal SRR [1]

Susunan internal SRR seperti pada Gambar 4.1(b). SRR terdiri dari dua buah cincin belah dengan r adalah jari-jari SRR, d yaitu lebar celah gap antar cincin, g adalah lebar celah cincin, w yaitu lebar cincin dan δ adalah ketebalan cincin.

Nilai efektif pada rangkaian ekuivalen diperoleh melalui pendekatan berdasarkan bentuk atau model dari resonator. Pada rangkaian ekuivalen dari SRR besarnya nilai kapasitas efektif sesuai dengan Gambar 4.2(a). Besarnya induktivitas efektif, dan resistivitas efektif pada rangkaian ekuivalen dari SRR sesuai dengan Gambar 4.2(b).



Gambar 4.2 Rangkaian ekuivalen dari SRR
(a) kapasitas efektif, (b) induktivitas, dan resistivitas efektif

Besarnya kapasitansi efektif pada rangkaian ekuivalen diperoleh dari kapasitansi setengah cincin SRR yang kemudian dirangkai seri, sehingga $C_{eff} = \frac{1}{2}C_0 - \frac{1}{2}C_0 = \frac{1}{4}C_0$ maka diperoleh kapasitas efektif sebesar

$$C_{eff} = \frac{\epsilon}{4} \left[\frac{(2\pi(r-\frac{d}{2})-g)(w+\delta)}{d} \right]. \quad (13)$$

Besarnya induktivitas efektif diperoleh dari gabungan induktansi cincin dalam dan cincin luar pada SRR yang dirangkai paralel kemudian di seri, sehingga

$$L_{eff} = \left[\frac{\frac{1}{2}L_{ex}L_{in}}{\frac{1}{2}L_{ex}+L_{in}} + \frac{\frac{1}{2}L_{ex}L_{in}}{L_{ex}+\frac{1}{2}L_{in}} \right] \quad (14)$$

dengan induktansi cincin dalam sebesar

$$L_{in} = \frac{\mu\pi(r-\frac{1}{2}d-\frac{1}{2}w)^2}{\delta} \quad (15)$$

serta induktansi cincin luar sebesar

$$L_{ex} = \frac{\mu\pi(r+\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}w)^2}{\delta}. \quad (16)$$

Besarnya resistivitas efektif diperoleh dari gabungan resistivitas cincin dalam dan cincin luar pada SRR yang dirangkai paralel kemudian di seri, sehingga

$$R_{eff} = \left[\frac{\frac{1}{2}R_{ex}R_{in}}{\frac{1}{2}R_{ex}+R_{in}} + \frac{\frac{1}{2}R_{ex}R_{in}}{R_{ex}+\frac{1}{2}R_{in}} \right] \quad (17)$$

dengan resistivitas cincin dalam sebesar

$$R_{in} = \frac{2\pi(r^{-1/2}d^{-1/2}w)-g}{\sigma w \delta} \quad (18)$$

serta resistivitas cincin luar sebesar

$$R_{ex} = \frac{2\pi(r^{1/2}d^{1/2}w)-g}{\sigma w \delta} \quad (19)$$

Jika lebar celah gap antar cincin (d) dan lebar celah cincin (g) pada SRR jauh lebih kecil daripada jari-jarinya ($d \ll r$, $g \ll r$), serta lebar cincin cukup kecil daripada tebalnya ($w < \delta$), maka diperoleh kapasitas efektif sebesar

$$C_{eff} = \frac{\epsilon \pi r \delta}{2d}, \quad (20)$$

resistansi efektif sebesar

$$R_{eff} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi r}{\sigma w \delta}, \quad (21)$$

dan induktansi efektif sebesar

$$L_{eff} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu \pi r^2}{\delta} \quad (22)$$

Frekuensi angular resonansi dari SRR $\omega_{m0}^2 = \frac{1}{L_{eff} C_{eff}}$. Dari besarnya nilai efektif Pers. (20) dan (22) maka dapat diperoleh frekuensi angular resonansi dari SRR yaitu

$$\omega_{m0}^2 = \frac{3d}{\mu \epsilon \pi^2 r^3} \quad (23)$$

Faktor *damping* atau faktor redaman dari SRR $\gamma = \frac{R_{eff}}{L_{eff}}$. Dari besarnya nilai efektif Pers. (21) dan (22) maka dapat diperoleh faktor *damping* atau redaman dari SRR yaitu

$$\gamma = \frac{2}{\mu \sigma w r} \quad (24)$$

Secara umum permeabilitas relatif dari SRR yaitu Pers. (12) jika dipisah antara bagian riil dan imajiner nya permeabilitas relatif menjadi

$$\mu_r = \left(1 - \frac{F \omega^2}{\omega^2 - \omega_{m0}^2 + \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{m0}^2} \gamma^2} \right) + i \frac{F \omega^3 \gamma}{(\omega^2 - \omega_{m0}^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \quad (25)$$

dengan F merupakan faktor geometri, yaitu perbandingan luas daerah SRR dengan luasan sel SRR sebesar $F = \frac{\pi r^2}{a^2}$, ω_{m0} adalah frekuensi resonansi SRR dimana $\omega_{m0}^2 = \frac{3d}{\mu \epsilon \pi^2 r^3}$ dan γ adalah faktor *damping* sebesar $\gamma = \frac{2}{\mu \sigma w r}$. Pada susunan SRR jika frekuensi gelombang elektromagnetik yang datang besarnya $\omega_{m0} < \omega < \frac{\omega_{m0}}{\sqrt{1-F}}$, maka permeabilitas relatif

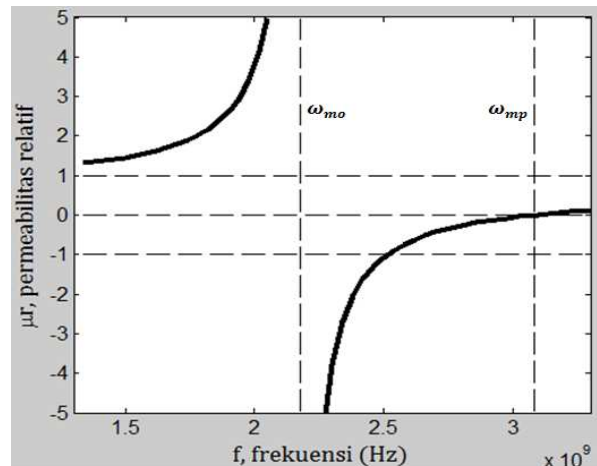
akan bernilai negatif.

4.2 Artifisial Metamaterial pada SRR

Metamaterial dapat disusun dari gabungan susunan periodik kawat dan SRR dengan rentang frekuensi tertentu sehingga permitivitas dan permeabilitasnya bernilai negatif secara simultan. Permeabilitas akan negatif apabila frekuensi gelombang elektromagnetik diantara frekuensi resonansi SRR dan frekuensi plasma magnetik ($\omega_{m0} < \omega < \omega_{mp}$). Oleh karena itu metamaterial hanya terjadi pada rentang frekuensi yang memenuhi kedua kriteria tersebut.

Tabel 4. Ukuran kawat periodik dan SRR

Besaran	Nilai (SI)
jarak antar kawat (a_w)	20×10^{-3} m
jari-jari kawat (r_w)	10^{-3} m
jarak antar SRR (a_s)	20×10^{-3} m
jari-jari SRR (r_s)	8×10^{-3} m
celah gap antar cincin (d)	$3,5 \times 10^{-3}$ m
lebar cincin SRR (w)	$1,5 \times 10^{-3}$ m
permitivitas substrat (ϵ)	$8,85 \times 10^{-12}$ C ² /N.m ²
permeabilitas substrat (μ)	$4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A
konduktivitas tembaga (σ)	$5,88 \times 10^7$ Ω^{-1} m ⁻¹

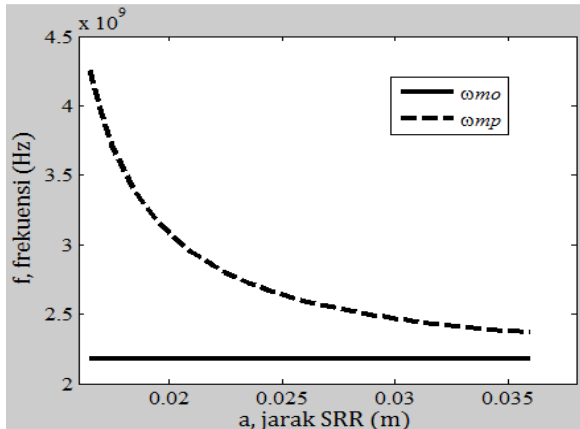


Gambar 4.3 Grafik permeabilitas relatif terhadap frekuensi gelombang elektromagnetik pada SRR

Misalkan suatu rancangan artifisial metamaterial seperti Gambar 4.1 dengan susunan kawat periodik dan SRR menggunakan tembaga dalam medium udara yang ukurannya sesuai Tabel 4. Dari Pers. (25) permeabilitas akan negatif pada rentang frekuensi 2,18 GHz

$< f < 3,08$ GHz sesuai grafik Gambar 4.3. Permittivitas akan negatif jika frekuensi gelombang elektromagnetik $f < 3,46$ GHz. Kondisi optimal pada frekuensi 2,50 GHz dengan permitivitas relatif $\epsilon_r = -0,91$, permeabilitas relatif $\mu_r = -1,07$, dan indeks bias $n = -0,99$.

Pada rancangan artifisial metamaterial ini, apabila jarak antar SRR (a_s) dirubah menjadi 20×10^{-3} m, 22×10^{-3} m, dan 24×10^{-3} m sementara variabel lainnya dibuat tetap, maka diperoleh frekuensi aktif (2,18 - 3,08) GHz, (2,18 - 2,85) GHz, dan (2,18 - 2,70) GHz. Hasil yang diperoleh perubahan frekuensi aktif terhadap jarak antar SRR seperti grafik Gambar 4.4.

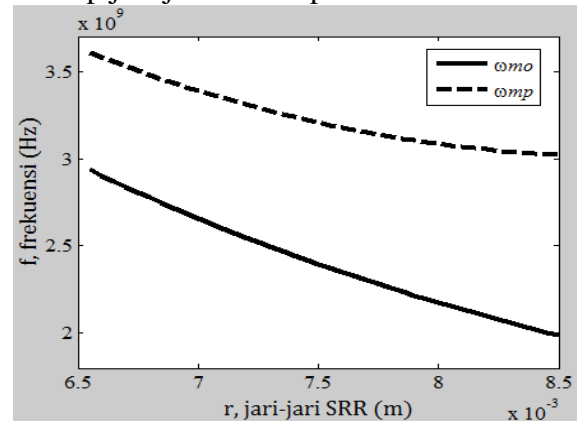


Gambar 4.4 Grafik batas frekuensi aktif terhadap jarak antar SRR

Jika semakin jauh jarak antar SRR maka batas atas frekuensi aktif (frekuensi plasma magnetik, ω_{mp}) semakin rendah dan sebaliknya, sementara batas bawah frekuensi aktif (frekuensi resonansi SRR, ω_{m0}) tidak berubah. Hal tersebut karena jika jarak antar SRR semakin jauh maka faktor geometri dan medan magnet semakin kecil akibatnya frekuensi plasma magnetik semakin rendah, sedangkan frekuensi resonansi SRR tidak bergantung pada faktor geometri tetapi tergantung pada stuktur geometri internal SRR itu sendiri.

Apabila pada rancangan artifisial metamaterial ini jari-jari SRR (r_s) dirubah menjadi 7×10^{-3} m, 8×10^{-3} m, dan 9×10^{-3} m

sementara variabel lainnya dibuat tetap, maka diperoleh frekuensi aktif (2,66 - 3,39) GHz, (2,18 - 3,08) GHz, dan (1,82 - 3,02) GHz. Hasil yang diperoleh perubahan frekuensi aktif terhadap jari-jari SRR seperti Gambar 4.5.

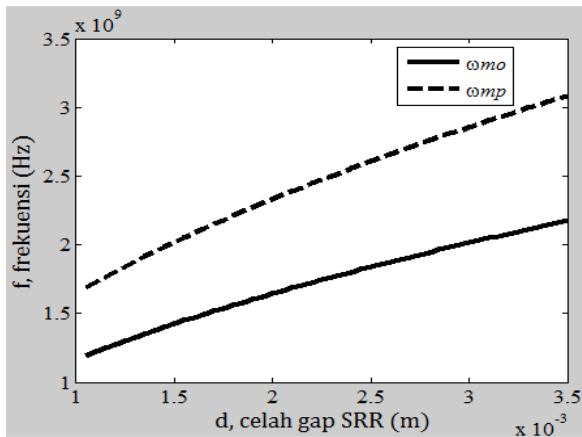


Gambar 4.5 Grafik batas frekuensi aktif terhadap jari-jari SRR

Pada grafik Gambar 4.5 terlihat bahwa jika semakin besar jari-jari SRR (r_s) maka batas atas frekuensi aktif (frekuensi plasma magnetik, ω_{mp}) semakin rendah, dan batas bawah frekuensi aktif (frekuensi resonansi SRR, ω_{m0}) semakin rendah tetapi lebih tajam sehingga rentang frekuensi aktif melebar. Hal ini karena jika jari-jari SRR semakin besar maka nilai kapasitansi dan induktansinya semakin besar akibatnya frekuensi resonansinya semakin kecil.

Faktor geometri semakin besar jika jari-jari SRR semakin besar dengan jarak antar SRR tetap. Penurunan medan magnet tidak terlalu besar, akibatnya penurunan frekuensi plasma magnetik (ω_{mp}) lebih kecil dari pada frekuensi resonansi SRR (ω_{m0}) karena frekuensi resonansi SRR tidak tergantung pada besarnya faktor geometri.

Pada rancangan artifisial metamaterial ini, apabila celah gap antar cincin pada SRR (d) dirubah menjadi 1×10^{-3} m, 2×10^{-3} m, dan 3×10^{-3} m sementara variabel lainnya dibuat tetap, maka diperoleh frekuensi aktif (1,16 - 1,65) GHz, (1,64 - 2,33) GHz, dan (2,01 - 2,86) GHz. Hasil yang diperoleh perubahan frekuensi aktif terhadap celah gap antar cincin pada SRR seperti grafik Gambar 4.6



Gambar 4.6 Grafik batas frekuensi aktif terhadap celah gap antar cincin pada SRR

Jika celah gap antar cincin pada SRR (d) diperbesar maka akan menaikkan batas frekuensi aktif (frekuensi resonansi SRR dan frekuensi plasma magnetik) dengan rentang frekuensi yang sedikit melebar seperti grafik pada Gambar 4.6. Hal ini karena jika celah gap diperbesar maka kapasitansi mengecil, akibatnya frekuensi resonansi SRR (ω_{m0}) menjadi lebih besar sehingga frekuensi plasma magnetik (ω_{mp}) juga akan lebih besar.

V. KESIMPULAN

Pada susunan *Split Ring Resonator* (SRR):

1. jika semakin jauh jarak antar SRR (a_s) maka batas atas frekuensi aktif (frekuensi plasma magnetik, ω_{mp}) semakin rendah, dan batas bawah frekuensi aktif (frekuensi resonansi SRR, ω_{m0}) tidak berubah,
2. jika semakin besar jari-jari SRR (r_s) maka akan menurunkan batas frekuensi aktif (ω_{m0} dan ω_{mp}),
3. jika celah gap antar cincin pada SRR diperbesar (d) maka akan menaikkan batas frekuensi aktif (ω_{m0} dan ω_{mp}), dan sebaliknya.

Dalam medium udara dengan jarak antar SRR $a_s = 20 \times 10^{-3}$ m, jari-jari SRR $r_s = 8 \times 10^{-3}$ m, dan celah gap antar cincin $d = 3,5 \times 10^{-3}$ m maka diperoleh rentang frekuensi aktif 2,18 GHz sampai 3,08 GHz.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Marques, R., F. Martin dan M. Sorolla, 2008, *Metamaterials with Negative Parameters*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- [2]. Pendry, J. B., A. J. Holden, D. J. Robbins, dan W. J. Stewart, 1999, *Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 47, No. 11.
- [3]. Cai, W. dan V. Shalaev, 2010, *Optical Metamaterials Fundamentals and Applications*, Springer, New York.
- [4]. Antipov, S., L. Spentzouris, W. Gai, W. Liu, J.G. Power, 2007, *Double-negative Metamaterial Research for Accelerator Applications*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, No. A 579 (2007) 915–923.
- [5]. Dumitriu, A., D. Dragoman, 2012, *Tunable Pulse Delay in An Anisotropic Metamaterial Slab*, Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications, No. 10 (2012) 493–498.
- [6]. Erfaninia, H. dan Rostami A., 2012, *Group velocity reduction in multilayer metamaterial waveguide*, Journal Optic, No. JLEO-52179;4.
- [7]. Thide, B., 2010, *Electromagnetic Field Theory*, edisi kedua, Institut Fisika Swedia dan Departemen Fisika dan Astronomi Universitas Uppsala, Uppsala Swedia.
- [8]. Griffiths, David J., 1999, *Introduction to Electrodynamics*, edisi ketiga, Prentice Hall, New Jersey.
- [9]. Hao, Y. dan Raj Mittra, 2009, *FDTD Modeling of Metamaterials*, Artech House, London.
- [10]. Pendry, J. B., A. J. Holden, D. J. Robbins, dan W. J. Stewart, 1998, *Condens. Matter*, Journal of Physics, Vol. 10, No. 4785.