

Kontrol *Tracking Fuzzy* Berbasis Performa *Robust* Untuk *Quadrotor*

Dinang Sohendri, Trihastuti Agustinah

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Kampus ITS Sukolilo, Surabaya 60111

e-mail: trihastuti@elect-eng.its.ac.id, dinangs61@gmail.com

Abstrak—*Quadrotor* merupakan salah satu jenis UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) yang memiliki 4 buah baling-baling atau *propeller*. Desain kontrol *tracking fuzzy* Takagi-Sugeno digunakan untuk mengatur *tracking Quadrotor* mengikuti sinyal referensi dan kontrol *state-feedback* untuk mengatur kestabilan *Quadrotor*. Metode kontrol *fuzzy* Takagi-Sugeno akan memecahkan permasalahan nonlinieritas dari *Quadrotor* dengan merepresentasikan dinamika sistem nonlinier menjadi beberapa model linear. Model linear ini diperoleh dari linearisasi di beberapa titik kerja *Quadrotor*. Berdasarkan model tersebut, aturan kontrol *fuzzy* T-S disusun dengan konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC). Performa *tracking H_∞* dirancang untuk mencari *gain* kontroler yang paling sesuai untuk mengatasi gangguan pada sistem. Selanjutnya, persoalan diselesaikan dengan pendekatan *Linear Matrix Inequality* (LMI) sehingga diperoleh *gain* kontrol berbasis performa H_∞ . Hasil simulasi menunjukkan bahwa sistem kontrol hasil desain dapat mengatur gerak *Quadrotor* sesuai lintasan yang diinginkan dengan *Integral Absolut Error* 0,1149 pada sumbu X dan 0,0617 pada sumbu Y . Selain itu, ∞ -norm dari performa keluaran memiliki tingkat pelemahan kurang dari γ ketika gangguan diberikan.

Kata Kunci—*Fuzzy Takagi-Sugeno, Linear Matrix Inequality, Performa Tracking H_∞ , Quadrotor*

I. PENDAHULUAN

TEKNOLOGI penerbangan sedang gencar-gencarnya mengembangkan teknologi pesawat tanpa awak *Quadrotor* atau *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV). *Quadrotor* ini memiliki 4 buah baling-baling atau *propeller* dengan konfigurasi menyilang, *propeller* depan dan belakang berputar searah jarum jam (*clockwise*) dan *propeller* kiri dan kanan berputar berlawanan arah jarum jam (*counter clockwise*). *Quadrotor* memiliki dua permasalahan yang harus dijaga agar *Quadrotor* mampu terbang dengan stabil. Masalah pertama yaitu kestabilan sudut *roll*, *pitch* dan *yaw* pada saat terbang dan permasalahan kedua adalah *tracking Quadrotor* mengikuti sinyal referensi.

Beberapa penelitian terkait *Quadrotor* seperti pada [1], menjaga kestabilan sudut *roll*, *pitch*, dan *yaw* menggunakan kontroler *fuzzy* T-S sehingga mampu dipertahankan disekitar nol. Untuk mengatur gerak *Quadrotor*, [2] menggunakan *Continuous Sliding Mode Control* untuk bergerak pada lintasan lurus dengan hasil yang gerak yang baik, namun dengan metode tersebut muncul efek *chattering*. Metode kontrol Adaptif juga diterapkan untuk mengatur gerak *Quadrotor*, namun masih rentan terhadap gangguan seperti

pada [3]. Oleh karena itu harus dipilih metode kontrol yang tepat untuk mengatur gerak *Quadrotor* seperti pada [4]. Metode kontrol *fuzzy* T-S digunakan untuk mengatur gerak *Quadrotor* dengan hasil yang baik dan mampu tahan terhadap gangguan.

Pada penelitian ini kontroler *tracking* akan didesain dengan metode *fuzzy* Takagi-Sugeno berbasis performansi *tracking H_∞* . Digunakan teknik pemrograman *Linear Matrix Inequality* (LMI) untuk mencari solusi dari metode kontrol tersebut. Performa *tracking H_∞* didesain untuk mempertahankan *Quadrotor* agar mampu mengatasi gangguan dari luar.

II. DASAR TEORI

A. Model Fuzzy Takagi-Sugeno [5]

Model *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) merupakan salah satu pemodelan yang merepresentasikan sistem nonlinier ke dalam beberapa pendekatan sistem linear. Model *fuzzy* Takagi-Sugeno akan melakukan pendekatan sistem nonlinier di beberapa daerah kerja, sehingga sistem bisa dikatakan linear pada daerah tersebut dan dibobotkan berdasarkan nilai derajat keanggotaannya. Model *fuzzy* T-S terdiri dari dua aturan *If-Then* yaitu aturan *plant* dan aturan kontroler yang dapat dinyatakan dengan (1).

Aturan *plant* ke- i

If z_1 is M_{i1} and z_2 is M_{i2} ... and z_j is M_{ij}

Then $\dot{x} = A_i x + B_i u$

$$y = C_i x + D_i u \quad ; i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

dengan $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^l$, r adalah jumlah aturan *fuzzy* dan g adalah jumlah himpunan *fuzzy* dalam satu aturan, M_{ig} adalah himpunan *fuzzy*, dan z adalah variabel premis yang dapat berupa variabel *state* sistem. Matriks A, B, C dan D adalah matriks konstan yang dimensinya bersesuaian.

Bentuk keseluruhan model *fuzzy* T-S dapat dinyatakan dalam (2).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^r m_i(z) [A_i x + B_i u] \\ y &= \sum_{i=1}^r m_i(z) [C_i x + D_i u] \end{aligned} \quad (2)$$

dengan

$$m(z) = \frac{\mu_i(z)}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z)}$$

$$\mu_i(z) = \prod_{j=1}^r M_{ij}(z_j)$$

pembobot $m_i(z)$ dan derajat keanggotaan $\mu_i(z)$ memiliki sifat sebagai berikut:

$$\mu_i \geq 0 \sum_{i=1}^r \mu_i(z) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

untuk semua t .

Model Referensi merupakan salah satu metode untuk membantu *plant* agar mampu mengikuti trayektori referensi yang diinginkan dengan persamaan (3) [6].

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r r(t) \tag{3}$$

dengan $x_r(t)$ adalah sinyal referensi, A_r adalah matriks stabil asimtotik, B_r adalah matriks masukan, dan $r(t)$ adalah masukan referensi yang nilainya terbatas. Dapat diasumsikan nilai $x_r(t)$, untuk semua $t > 0$, merepresentasikan trayektori yang diinginkan untuk diikuti oleh *state plant* $x(t)$.

Performansi *tracking* H_∞ yang berkaitan dengan kesalahan *tracking* $x(t) - x_r(t)$ adalah sebagai berikut [7]:

$$\frac{\sqrt{\int_0^{t_f} \{[x(t) - x_r(t)]^T Q [x(t) - x_r(t)]\} dt}}{\sqrt{\int_0^{t_f} \tilde{w}(t)^T \tilde{w}(t) dt}} \leq \gamma \tag{4}$$

atau

$$\int_0^{t_f} \{[x(t) - x_r(t)]^T Q [x(t) - x_r(t)]\} dt \leq \gamma^2 \int_0^{t_f} \tilde{w}(t)^T \tilde{w}(t) dt \tag{5}$$

dengan $\tilde{w}(t)$ merupakan matriks augmentasi dari $w(t)$ atau gangguan, $r(t)$ adalah masukan referensi, t_f adalah waktu akhir, Q adalah matriks pembobot definit positif, dan γ adalah tingkat pelemahan. Arti secara fisik dari (5) adalah bahwa semua nilai $\tilde{w}(t)$ pada kesalahan *tracking* $x(t) - x_r(t)$ akan dilemahkan sampai di bawah atau sama dengan tingkat pelemahan (γ) yang diinginkan.

Dari aturan *plant* yang ada dapat disusun aturan kontroler *state feedback* dengan skema *Parallel Distributed Compensation* (PDC) [5].

Aturan kontroler ke- i

$$\begin{aligned} & \text{If } z_1 \text{ is } M_{i1} \text{ and } z_2 \text{ is } M_{i2} \dots \text{ and } z_j \text{ is } M_{ij} \\ & \text{Then } u = -K_i [x(t) - x_r(t)]; \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \tag{6}$$

Keluaran dari kontroler *fuzzy* secara keseluruhan dapat ditulis dengan:

$$u = - \sum_{i=1}^r m_i(z) K_i [x(t) - x_r(t)] \tag{7}$$

dengan memasukkan (7) ke (2) maka didapatkan bentuk keseluruhan sistem lup tertutup sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(x_z(t)) h_j(x_z(t)) [(A_i + B_i K_j) x(t) \\ & - B_i K_j x_r(t)] + w(t) \end{aligned} \tag{8}$$

dengan mengkombinasi (8) dan (5), maka didapatkan *Augmented Fuzzy System* seperti pada (9).

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(x_z(t)) h_j(x_z(t)) [\tilde{A}_{ij} \tilde{x}(t) + \tilde{E} \tilde{w}(t)] \tag{9}$$

dengan

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{E} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & B_r \end{bmatrix}$$

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} w(t) \\ r(t) \end{bmatrix}$$

Performa *tracking* H_∞ memiliki persamaan (5), namun jika kondisi awal dipertimbangkan maka dapat dimodifikasi menjadi seperti berikut:

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} \{[x(t) - x_r(t)]^T Q [x(t) - x_r(t)]\} dt = \int_0^{t_f} \tilde{x}(t)^T \tilde{Q} \tilde{x}(t) dt \\ & \leq \tilde{x}(0)^T \tilde{P} \tilde{x}(0) + \gamma^2 \int_0^{t_f} \tilde{w}(t)^T \tilde{w}(t) dt \end{aligned} \tag{10}$$

dengan \tilde{P} adalah matriks pembobot definit positif dan

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & -Q \\ -Q & Q \end{bmatrix} \tag{11}$$

B. Kontrol Tracking H_∞

Perancangan dari sistem kontrol ini bertujuan untuk menentukan kontroler *fuzzy* dalam (2) untuk AFS (9) dengan performa *tracking* H_∞ dalam (10) terpenuhi untuk semua $\tilde{w}(t)$. Selain itu sistem lup tertutup (12) stabil kuadrat.

$$\dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(x_z(t)) h_j(x_z(t)) \tilde{A}_{ij} \tilde{x}(t) \tag{12}$$

Dipilih fungsi kandidat Lyapunov untuk AFS (9) adalah sebagai berikut:

$$V(\tilde{x}) = \tilde{x}^T \tilde{P} \tilde{x} \tag{13}$$

dengan matriks pembobot $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0$. Derivatif dari $V(\tilde{x})$ adalah

$$\dot{V}(\tilde{x}) = \tilde{x}^T \tilde{P} \dot{\tilde{x}} + \dot{\tilde{x}}^T \tilde{P} \tilde{x} \tag{14}$$

dengan mensubstitusikan AFS (3.40) ke (3.45) maka diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}) = & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(x_z(t)) h_j(x_z(t)) [(\tilde{A}_{ij} \tilde{x}(t) + \tilde{E} \tilde{w}(t))^T \tilde{P} \tilde{x}(t) \\ & + \tilde{x}(t)^T \tilde{P} (\tilde{A}_{ij} \tilde{x}(t) + \tilde{E} \tilde{w}(t))] \\ \dot{V}(\tilde{x}) = & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(x_z(t)) h_j(x_z(t)) \{ \tilde{x}(t)^T (\tilde{A}_{ij}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_{ij}) \tilde{x}(t) \} \\ & + \tilde{w}(t)^T \tilde{E}^T \tilde{P} \tilde{x}(t) + \tilde{x}(t)^T \tilde{P} \tilde{E} \tilde{w}(t) \end{aligned} \tag{15}$$

Solusi umum (9) dengan $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0$ adalah petidaksamaan (16) untuk $i = j = 1, 2$ sehingga performa *tracking* H_∞ dalam (10) terjamin untuk nilai γ [7].

$$\tilde{A}_{ij}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_{ij} + \frac{1}{\gamma^2} \tilde{P} \tilde{E} \tilde{E}^T \tilde{P} + \tilde{Q} < 0 \quad (16)$$

Performa *tracking* H_∞ terbaik dicari dengan formulasi minimisasi berikut:

$$\min_P \gamma^2,$$

dengan syarat - $\tilde{P} > 0$

$$- (15) \quad (17)$$

Untuk mendapatkan solusi umum $\tilde{P} > 0$ dari persoalan minimisasi (17) tidak mudah, sehingga perlu diubah kedalam bentuk *Linear Matrix Inequality* [8].

Untuk kemudahan dalam perancangan, didefinisikan

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

dengan mensubstitusikan (18) ke dalam (16) didapatkan

$$\begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & B_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & B_r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q & -Q \\ -Q & Q \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

Pertidaksamaan (19) dapat disederhanakan secara ringkas seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

dengan

$$S_{11} = (A_i + B_i K_j)^T P_{11} + P_{11} (A_i + B_i K_j) + \frac{1}{\gamma^2} P_{11} P_{11} + Q$$

$$S_{12} = S_{21}^T = -P_{11} B_i K_j - Q$$

$$S_{22} = A_r^T P_{22} + P_{22} A_r + \frac{1}{\gamma^2} P_{22} B_r B_r^T P_{22} + Q$$

Melalui metode *Schur Complement*, (20) ekuivalen dengan persamaan LMI berikut:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ H_{21} & H_{22} & P_{22} B_r \\ 0 & B_r^T P_{22} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (21)$$

dengan

$$H_{11} = (A_i + B_i K_j)^T P_{11} + P_{11} (A_i + B_i K_j) + \frac{1}{\gamma^2} P_{11} P_{11} + Q$$

$$H_{12} = H_{21}^T = -P_{11} B_i K_j - Q$$

$$H_{22} = A_r^T P_{22} + P_{22} A_r + Q$$

Solusi P_{11} , P_{22} dan K_j dari (21) dapat diselesaikan dengan dua tahap. Pertama, dicari P_{11} dan K_j dengan meminimumkan H_{11} , kemudian dimasukkan kedalam (21) untuk mendapatkan P_{22} .

Langkah pertama yaitu solusi dari $H_{11} < 0$

$$(A_i + B_i K_j)^T P_{11} + P_{11} (A_i + B_i K_j) + \frac{1}{\gamma^2} P_{11} P_{11} + Q < 0 \quad (22)$$

dengan $Y_{11} = P_{11}^{-1}$ dan $X_j = K_j Y_{11}$, (22) ekuivalen dengan

$$Y_{11} A_i^T + A_i Y_{11} + B_i X_j + (B_i X_j)^T + \frac{1}{\gamma^2} I + Y_{11} Q Y_{11} < 0 \quad (23)$$

Melalui *Schur Complement*, (23) dapat diubah kedalam bentuk LMI sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} A_i^T + A_i Y_{11} + B_i X_j + (B_i X_j)^T + \frac{1}{\gamma^2} I & Y_{11} \\ Y_{11} & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

Parameter Y_{11} dan X_j dapat diperoleh dengan menyelesaikan persoalan LMI (24).

Langkah kedua yaitu melakukan substitusi P_{11} dan K_j ke dalam (21) sehingga berubah ke dalam bentuk LMI standar. Dengan cara yang sama (21) diselesaikan dan didapatkan solusi P_{22} . Performa *tracking* H_∞ terjamin untuk tingkat pelemahan γ jika didapatkan solusi P_{11} dan P_{22} memiliki nilai definit positif yang memenuhi (16).

$$\min_{P_{11}, P_{22}} \gamma^2$$

dengan syarat - $P_{11} = P_{11}^T > 0$

$$- P_{22} = P_{22}^T > 0$$

$$- (21)$$

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, kontrol *tracking fuzzy* berbasis performa *robust* dapat disusun berdasarkan langkah-langkah berikut:

Prosedur Desain:

1. Tentukan fungsi keanggotaan dan susun aturan *fuzzy* pada (1).
2. Berikan tingkat pelemahan awal γ^2 .
3. Selesaikan (24) untuk mendapatkan Y_{11} dan X_j (P_{11} dan K_j juga didapatkan).
4. Substitusi P_{11} dan K_j ke dalam (21) kemudian selesaikan untuk mendapatkan P_{22} .
5. Turunkan tingkat pelemahan γ^2 dan ulangi langkah 3-5 sampai solusi P_{11} dan P_{22} tidak definit positif.
6. Susun kontroler *fuzzy* (7)

III. PERANCANGAN SISTEM

A. Model Matematika Quadrotor

Dalam menganalisa dan desain kontroler, sebuah *plant* harus dibawa kedalam bentuk persamaan *state space*, sehingga dimungkinkan untuk melakukan linearisasi hingga penyusunan kontroler. *Quadrotor* memiliki persamaan model seperti pada (25) [9].

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{Y} \\ \ddot{Y} \\ \dot{Z} \\ \ddot{Z} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ (s_{x11}s_{x7} + c_{x11}s_{x9}c_{x7})U_1/m \\ x_4 \\ (-c_{x11}s_{x7} + s_{x11}s_{x9}c_{x7})U_1/m \\ x_6 \\ -g + (c_{x9}c_{x7})U_1/m \\ x_8 \\ ((J_{yy} - J_{zz})x_{10}x_{12} + U_2l)/J_{xx} \\ x_{10} \\ ((J_{zz} - J_{xx})x_8x_{12} + U_3l)/J_{yy} \\ x_{12} \\ ((J_{xx} - J_{yy})x_8x_{10} + U_4d)/J_{zz} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Pada penelitian ini parameter yang digunakan adalah parameter Qball-X4. Parameter ini digunakan sebagai acuan penyusunan kontroler dan simulasi. Nilai parameter Qball-X4 dapat dinyatakan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Parameter *Quadrotor* [10]

No	Parameter	Simbol	Nilai
1	Massa	<i>m</i>	3,499 kg
2	Gravitasi	<i>g</i>	9,81 kg/m ²
3	Momen Inersia pada sumbu X	<i>J_{xx}</i>	0,03 kg.m ²
4	Momen Inersia pada sumbu Y	<i>J_{yy}</i>	0,03 kg.m ²
5	Momen Inersia pada sumbu Z	<i>J_{zz}</i>	0,04 kg.m ²
6	Jarak rotor dari pusat massa	<i>l</i>	0,2 m
7	Gaya <i>drag</i>	<i>d</i>	3,13x10 ⁻⁵
8	Gaya <i>thrust</i>	<i>b</i>	7,5x10 ⁻⁷
9	<i>Bandwith</i> aktuator	ω	15 rad/s
10	Konstanta gaya dorong	<i>K</i>	120 N

B. Linearisasi

Persamaan (25) merupakan sistem nonlinear, sehingga perlu dilakukan linearisasi untuk dapat menerapkan kontrol linear yang akan dirancang. Linearisasi akan dilakukan menggunakan metode linearisasi jacobian, dengan daerah kerja disekitar titik ekuilibriumnya. Dengan daerah kerja sistem seperti pada Tabel 2, didapatkan sistem hasil linearisasi seperti pada (30-33).

Tabel 2. Daerah Linearisasi ϕ dan θ

No	Parameter	State
1	$\phi = \theta = 0, \dot{\phi} = \dot{\theta} = 0$	[0 0]
2	$\phi = \theta = \pm 20^0, \dot{\phi} = \dot{\theta} = 0$	[±20 0]

$$A_{x1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{x1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9,81 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$A_{x2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{x2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9,2184 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$A_{y1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{y1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9,81 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$A_{y2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{y2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9,2184 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Berdasarkan skema PDC, dapat disusun aturan kontroler *fuzzy* yang bersesuaian dengan aturan *plant* (30-33) sebagai berikut:

aturan kontroler untuk gerak X

Aturan kontroler ke-1:

If x_9 is M_1 (sekitar 0 rad)

Then $\theta = K_{x1}[x - x_r]$

$$(34)$$

Aturan kontroler ke-2:

If x_9 is M_2 ($\pm \pi/9$ rad)

Then $\theta = K_{x2}[x - x_r]$

$$(35)$$

aturan kontroler untuk gerak Y

Aturan kontroler ke-1:

If x_7 is M_1 (sekitar 0 rad)

Then $\phi = K_{y1}[x - x_r]$

$$(36)$$

Aturan kontroler ke-2:

If x_7 is M_2 ($\pm \pi/9$ rad)

Then $\phi = K_{y2}[x - x_r]$

$$(37)$$

C. Parameter Kontroler

Model Referensi untuk sistem seperti pada (38)

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8,5 & -7 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 8,5 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Pembobot Q seperti (39) dan pelemahan optimal $\gamma = 0.85$.

$$Q = 10^{-1} \times \begin{bmatrix} 4,8 & 0 \\ 0 & 1,8 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Dengan menggunakan LMI *Toolbox* pada Matlab, didapatkan parameter kontroler seperti berikut.

$$K_{x1} = [-1,2448 \quad -0,7130]$$

$$K_{x2} = [-1,3247 \quad -0,7588]$$

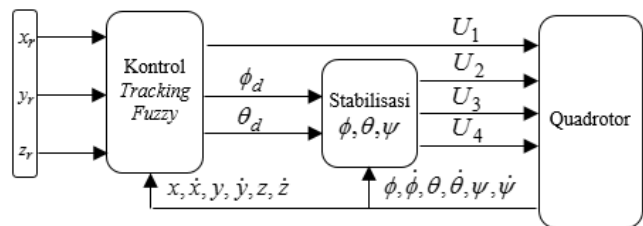
$$K_{y1} = [1,2448 \quad 0,7130]$$

$$K_{y2} = [1,3247 \quad 0,7588]$$

$$P_{x1} = \begin{bmatrix} 1,5730 & 0,5745 \\ 0,5745 & 0,3371 \end{bmatrix} \quad P_{x2} = \begin{bmatrix} 0,7483 & 0,3977 \\ 0,3977 & 0,3537 \end{bmatrix}$$

$$P_{y1} = \begin{bmatrix} 1,5730 & 0,5745 \\ 0,5745 & 0,3371 \end{bmatrix} \quad P_{y2} = \begin{bmatrix} 0,7483 & 0,3977 \\ 0,3977 & 0,3537 \end{bmatrix}$$

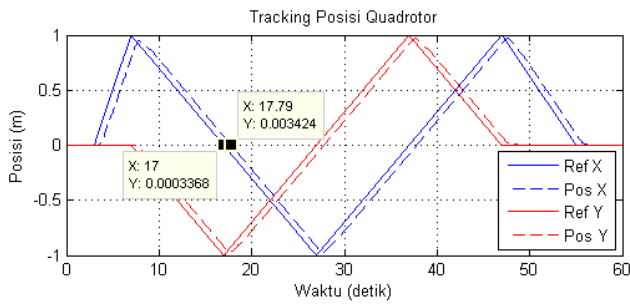
Sistem kontrol yang dirancang memiliki arsitektur seperti pada Gambar 1.



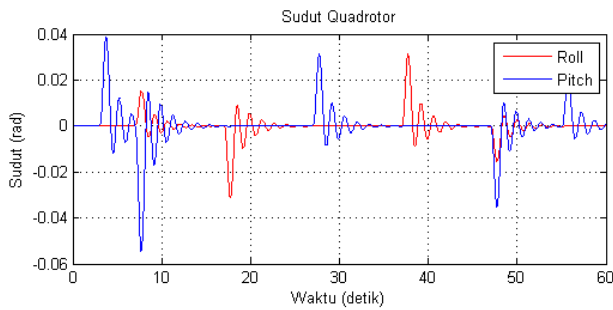
Gambar 1. Arsitektur Sistem Kontrol untuk *Quadrotor*

IV. HASIL SIMULASI

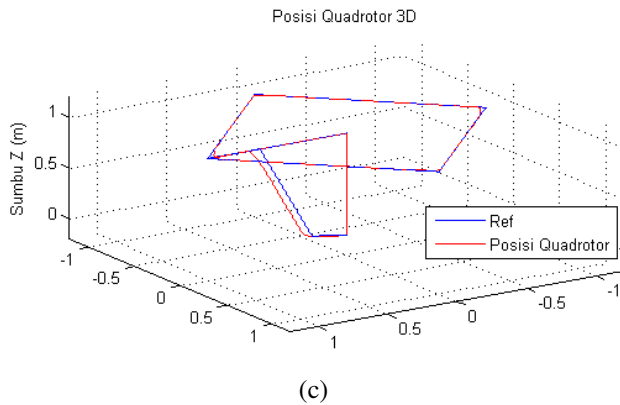
Simulasi dilakukan dengan menggunakan arsitektur kontrol seperti pada Gambar 1 untuk gerak *Quadrotor* pada sumbu *X* dan *Y*. Hasil dari simulasi dapat dilihat pada Gambar 2-4.



Gambar 2. *Tracking* Posisi *Quadrotor*



Gambar 3. Sudut *Roll* dan *Pitch* untuk Gerak *Quadrotor*



Gambar 4. Plot 3D Hasil Simulasi

Dari hasil simulasi dapat diketahui bahwa *Quadrotor* mampu bergerak mengikuti referensi *tracking* yang diinginkan dengan perubahan sudut *roll* dan *pitch* tidak terlalu besar. Hal ini menunjukkan bahwa *Quadrotor* dapat bergerak dengan stabil dengan *Integral Absolute Error* (IAE) 0,1149 pada sumbu *X* dan 0,06171 pada sumbu *Y*. Akan tetapi gerak tersebut memiliki osilasi di awal gerak dan muncul beda fasa selama 0,79 detik.

Untuk menguji ketahanan sistem kontrol yang dirancang maka dilakukan simulasi sistem kontrol dengan pemberian gangguan. Gangguan hembusan angin diberikan pada *plant* posisi *X* dan *plant* posisi *Y* yang diibaratkan dengan sinyal pulsa dengan besar 2 N atau 0,5716 m/s² selama lima detik. Pemberian gangguan diuji dengan variasi *gamma* seperti pada Tabel 3 sehingga dapat diketahui *gamma* yang paling optimal.

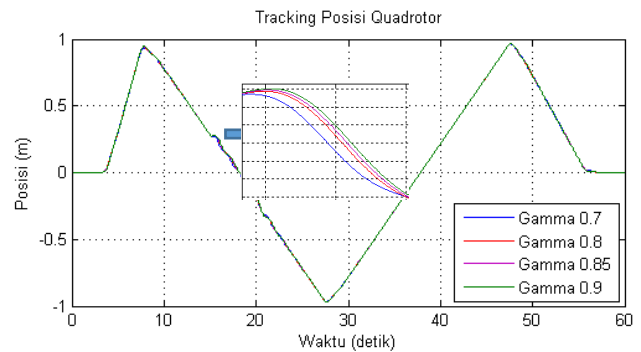
Tabel 3.

Nilai *Gain State-Feedback* dan ∞ -*norm* Sistem dengan γ yang Berbeda-beda

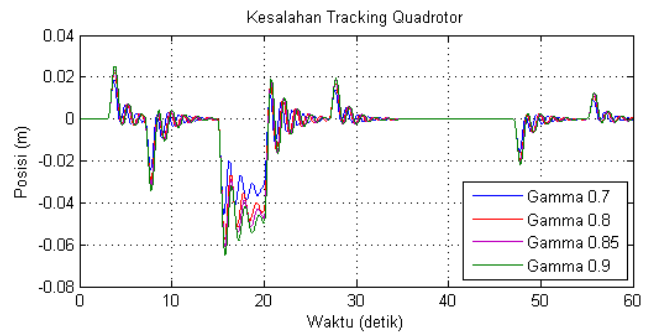
γ	K_{x1}	K_{x2}	$\ T_{z,w}(s)\ = \gamma^*$
0,9	[-1,1678 -0,6751]	[-1,2428 -0,7184]	0,8535
0,85	[-1,2448 -0,7130]	[-1,3247 -0,7588]	0,8007
0,8	[-1,3371 -0,7572]	[-1,4229 -0,8058]	0,7454
0,7	[-1,6935 -0,9303]	[-1,8022 -0,9900]	0,5883

Pada sumbu *X* gerak *Quadrotor* mengalami sedikit pergeseran dari lintasan awal, pada detik ke 15 posisi *quadrotor* bergeser sehingga muncul deviasi posisi sekitar 0,06 meter. Variasi γ berpengaruh pada besar deviasi kesalahan posisi *Quadrotor*, dengan deviasi terkecil ketika nilai $\gamma = 0,7$ seperti pada Gambar 6. Untuk melihat jumlah *error* posisi *Quadrotor* pada sumbu *X* dapat dilihat pada Tabel 4. Ketika gangguan diberikan pada detik ke 15, muncul kesalahan posisi *Quadrotor* sampai detik ke 20 ketika gangguan sudah hilang.

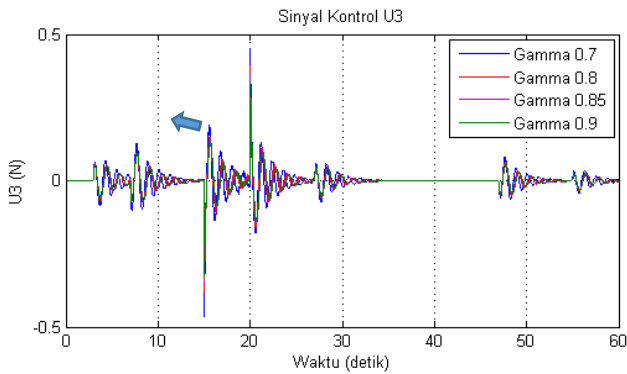
Dapat dilihat pada Gambar 7, pada detik ke 15 gangguan diberikan pada *plant X*, sinyal kontrol *U3* berubah sebesar -0,5 N. Sinyal kontrol berkurang sebesar 0,5N untuk mengatasi pergeseran posisi *X*. Posisi gerak *Quadrotor* dijaga disekitar lintasan gerak dan ketika gangguan sudah hilang maka posisi kembali pada lintasan yang diinginkan.



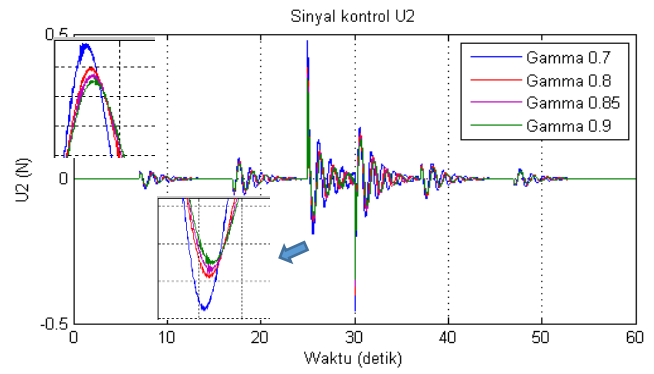
Gambar 5. Perbandingan Posisi *Quadrotor* dengan Variasi γ



Gambar 6. Kesalahan Posisi *X*



Gambar 7. Sinyal Kontrol U_3 untuk Gerak Sumbu X



Gambar 10. Sinyal Kontrol U_2 untuk Gerak Sumbu Y

Tabel 4.

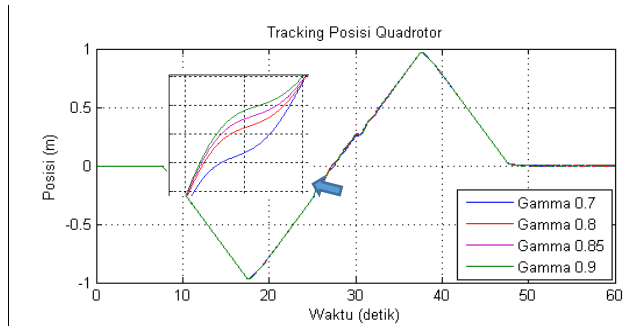
Kesalahan Posisi <i>Quadrotor</i> pada Sumbu X dengan Berbagai Nilai γ		
γ	Error	IAE
0,9	$\pm 0,065$	0,3976
0,85	$\pm 0,061$	0,3729
0,8	$\pm 0,057$	0,3459
0,7	$\pm 0,045$	0,2701

Tabel 5.

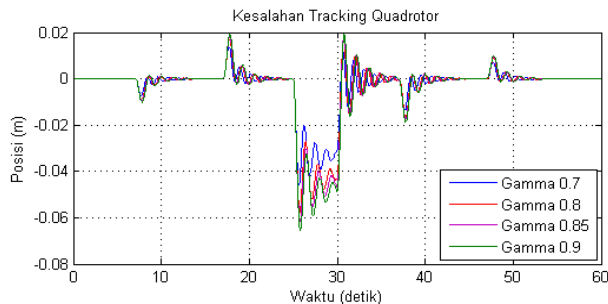
Nilai *Gain State-Feedback* dan ∞ -norm Sistem dengan γ yang Berbeda-beda

γ	K_{y1}	K_{y2}	$\ T_{z,w}(s)\ = \gamma^*$
0,9	[-1,1678 -0,6751]	[-1,2428 -0,7184]	0,8535
0,85	[-1,2448 -0,7130]	[-1,3247 -0,7588]	0,8007
0,8	[-1,3371 -0,7572]	[-1,4229 -0,8058]	0,7454
0,7	[-1,6935 -0,9303]	[-1,8022 -0,9900]	0,5883

Pengaruh yang sama juga terjadi pada sumbu Y . *Plant* posisi Y diberi gangguan dengan nilai γ divariasikan 0,9, 0,85, 0,8, dan 0,7. Hasil yang diperoleh *gain state-feedback* K_{y1} , K_{y2} dan ∞ -norm untuk nilai γ yang berbeda-beda dapat dilihat pada Tabel 5.



Gambar 8. Perbandingan Posisi *Quadrotor* dengan Variasi γ



Gambar 9. Kesalahan Posisi Y

Pada detik ke 25, posisi Y mengalami pergeseran sehingga mempunyai deviasi posisi sekitar 0,06 meter seperti pada Gambar 9. Deviasi ini muncul selama gangguan tetap diberikan. Variasi γ yang diberikan mempengaruhi nilai *error* posisi Y dengan nilai deviasi terkecil pada $\gamma = 0,7$. Pada Tabel 6 dapat dilihat dengan $\gamma = 0,7$ memiliki nilai *error* dan IAE terkecil, sehingga $\gamma = 0,7$ merupakan level pelemahan optimal. Sinyal kontrol U_2 bertambah 0,5 N untuk mengatasi pergeseran posisi Y .

Tabel 6.

Kesalahan Posisi <i>Quadrotor</i> pada Sumbu Y dengan Berbagai nilai γ		
γ	Error	IAE
0,9	$\pm 0,065$	0,3976
0,85	$\pm 0,061$	0,3729
0,8	$\pm 0,057$	0,3459
0,7	$\pm 0,045$	0,2701

Dari hasil simulasi tersebut kesalahan posisi terkecil baik pada sumbu X atau sumbu Y terjadi ketika nilai $\gamma = 0,7$. Pada level pelemahan tersebut posisi *Quadrotor* dijaga dengan kokoh disekitar lintasan gerakanya. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa sistem yang telah dirancang terbukti *robust* terhadap gangguan dari luar.

V. KESIMPULAN

Metode kontrol *fuzzy* Takagi-Sugeno bekerja dengan baik untuk mengendalikan gerak *Quadrotor* mengikuti lintasan yang diinginkan dengan nilai *Integral Absolute Error* (IAE) 0,1149 pada sumbu X dan 0,06171 pada sumbu Y . Kontrol *tracking fuzzy* yang dirancang memiliki performa *robust* dengan performa keluaran dibandingkan dengan tingkat pelemahan gangguan kurang dari sama dengan tingkat pelemahan γ yang ditentukan. Hal ini menunjukkan bahwa ketika gangguan diberikan, kontroler mampu mereduksi pengaruh yang muncul sehingga performa keluaran dari sistem masih sesuai dengan yang diinginkan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Wang, Hanghao dan Wang, Mao, "Robust *Fuzzy* Variable Structure Control of T-S Model for a *Quadrotor* Unmanned Air Vehicle", *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, China, 2015.

- [2] Fang, Zhuo dkk., "Feedback Linearization and Continuous Sliding Mode Control for a Quadrotor UAV", Proceedings of the 27th Chinese Control Conference, China, 2008.
- [3] Razinkova, Anastasia dkk., "Adaptive Control over Quadcopter UAV under Disturbances", International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014), Korea, 2014.
- [4] Lee, Hyeonbeom dan Kim, H. J., "Robust Control of a Quadrotor using Takagi-Sugeno Fuzzy Model and an LMI Approach", International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014), Korea, 2014.
- [5] Tanaka, Kazuo. dan Wang H. O., "Fuzzy Control System Design and Analysis", John Wiley & Sons, Inc., 2001
- [6] Ogata, Katsuhiko, "Modern Control Engineering 3rd edition", Prentice-Hall, New Jersey, 1997.
- [7] Zhou, Kemin, "Essentials of Robust Control", Prentice-Hall, New Jersey, May 1999.
- [8] Boyd, Stephen, El Ghaoui, L., Feron, Eric, dan Balakrishnan, V., "Linear Matrix Inequality in System and Control Theory", SIAM, Philadelphia, 1994
- [9] Tommaso Bresciani, "Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter". Thesis, Department of Automatic Control Lund University, 2008.
- [10] Quanser Consulting Inc, "Quanser Qball-X4", Document Number 888.Revision:2, Inovative Educate, Quanser, 2012.