

# Desain Kontrol Optimal *Fuzzy* Menggunakan Pendekatan PDC Modifikasi Untuk Sistem Pendulum Kereta

Syfa Almira dan Trihastuti Agustinah

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

*e-mail*: trihastuti@ee.its.ac.id

**Abstrak** — Sistem pendulum kereta merupakan salah satu contoh sistem yang memiliki karakteristik nonlinear dan tak stabil sistem yang sering digunakan untuk menguji metode-metode kontrol. Tugas Akhir ini membahas desain sistem kontrol stabilitas pada sistem pendulum kereta dengan metode kontrol *Fuzzy Takagi-Sugeno (T-S)* dengan menggunakan pendekatan PDC modifikasi agar sistem pendulum kereta mampu menstabilkan pendulum pada posisi terbaliknya, serta menjaga kereta pada titik tengah rel. Dalam memperoleh *state feedback gain*, digunakan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)* berbasis teknik kontrol optimal dengan mencari kombinasi matriks  $Q$  dan  $R$  sehingga diperoleh nilai  $K$  yang diinginkan. Hasil simulasi dan implementasi menunjukkan bahwa kontroler dapat mempertahankan pendulum pada keadaan terbaliknya dan posisi kereta pada titik tengah rel.

**Kata Kunci** — *Fuzzy Takagi Sugeno, Linear Quadratic Regulator (LQR), Matriks  $Q$  dan  $R$ , PDC Modifikasi*

## I. PENDAHULUAN

Sistem Pendulum Kereta (SPK) merupakan salah satu sistem yang nonlinear dan tidak stabil, sehingga sistem ini sering digunakan sebagai pengujian metode-metode kontrol. Permasalahan kontrol yang biasa digunakan pada SPK adalah *swing-up*, stabilisasi dan *tracking*. *Swing-up* adalah mengayunkan pendulum dari posisi menggantung menuju posisi terbalik. Selanjutnya, pendulum dipertahankan pada posisi terbaliknya yang biasa disebut stabilisasi. Stabilisasi merupakan usaha yang dilakukan untuk menjaga posisi batang pendulum tetap berada dalam posisi terbalik serta menjaga pergerakan kereta sekecil mungkin. Sedangkan untuk *tracking*, kereta dikontrol agar bergerak mengikuti sinyal referensi yang diberikan dengan tetap mempertahankan pendulum pada posisi terbalik.

Pada penelitian ini digunakan metode kontrol *fuzzy* optimal yang digunakan untuk menstabilkan pendulum pada sudut 0 radian terhadap garis vertikal dan posisi kereta berada pada titik tengah rel. Posisi terbalik pada SPK merupakan *state equilibrium* yang tidak stabil dari sistem pendulum-kereta. Pada posisi tersebut, pendulum dan kereta cenderung mengalami pergerakan yang berubah-ubah sehingga posisi pendulum tidak berada pada *state equilibrium* atau sudut sekitar 0 radian.

Dalam mendesain kontroler stabilisasi untuk sistem nonlinear dapat digunakan skema kontrol pendekatan model *fuzzy Takagi-Sugeno (T-S)* [1],[2]. Pendekatan model *fuzzy T-*

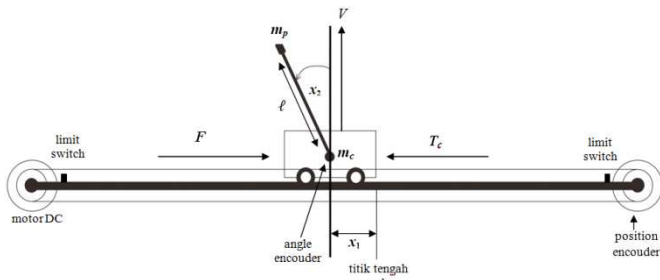
*S* dipilih karena mampu merepresentasikan perilaku nonlinear sistem dari kombinasi beberapa subsistem linear yang lebih sederhana. Pada [3] menggunakan model *fuzzy Takagi-Sugeno (T-S)* yang menggunakan konsep *Parallel Distributed Compensation (PDC)* yang telah dimodifikasi. Letak perbedaan antara aturan PDC konvensional dan PDC modifikasi ada pada tahap pembentukan aturan kontrol. Aturan kontrol pada PDC modifikasi akan dikelompokkan kembali ke dalam range yang telah ditentukan sesuai dengan spesifikasi yang diinginkan [4]. Skema kontrol secara keseluruhan akan mengikuti aturan PDC modifikasi, dimana dari masing-masing subsistem dapat dihitung *state feedback gain* yang akan mengompensasi model *fuzzy T-S* yang bersesuaian. *State feedback gain* akan diperoleh dengan menggunakan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.

Makalah ini terbagi menjadi beberapa bagian. Bagian II membahas mengenai Sistem Pendulum-Kereta. Pada bagian III akan membahas desain kontrol stabilitas dan bagian IV membahas hasil pengujian simulasi dan implementasi. Kesimpulan dari makalah ini diberikan pada bagian V.

## II. SISTEM PENDULUM KERETA

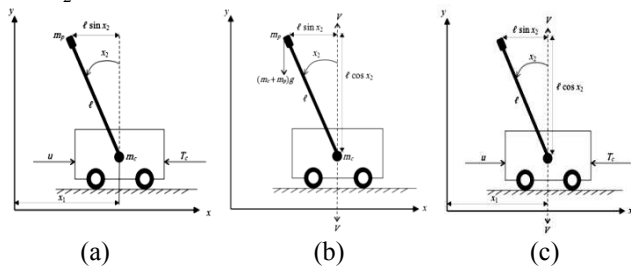
Sistem Pendulum Kereta merupakan modul dari *Feedback Instrumentation®* yang digunakan untuk mendemonstrasikan pengendalian sistem *Single Input Multiple Output (SIMO)*. Sistem pendulum kereta terdiri dari sepasang batang pendulum yang terpasang pada sebuah kereta. Pendulum dapat bergerak bebas pada bidang vertikal, sedangkan kereta bergerak pada sisi horizontal. Kereta digerakan oleh motor DC yang dihubungkan dengan *belt*. Untuk mengayunkan dan menyeimbangkan pendulum, kereta digerakan ke kanan atau ke kiri pada rel yang panjangnya terbatas.

Struktur Sistem Pendulum Kereta dibagi menjadi dua bagian, yaitu batang pendulum dan kereta. Batang pendulum dapat berotasi secara vertikal yang bersumbu pada sisi kereta. Sedangkan kereta mampu bergerak arah horizontal pada rel dengan panjang yang terbatas. Model fisik serta gaya-gaya yang terjadi pada sistem pendulum kereta ditunjukkan pada gambar 1.



Gambar 1. Model Laboratorium Sistem Pendulum-Kereta

Gaya kontrol  $F$  searah dengan lintasan kereta. Gaya yang terjadi dapat diturunkan ke dalam persamaan (1) sampai (3) ditunjukkan pada gambar 2. Koordinat arah horizontal pada pusat massa adalah  $x_1 - l \sin x_2$  sedangkan arah vertikal pusat massa adalah  $l \cos x_2$ .



Gambar 2. (a) Gaya Translasi terhadap Sumbu x; (b) Gaya Translasi Terhadap Sumbu y; (c) Gaya Rotasi

Sehingga sesuai dengan hukum kedua Newton dan gaya yang bekerja pada sistem pendulum kereta, persamaan gerak dapat ditulis menjadi:

$$u - T_c = (m_c + m_p)(x_1 - l \sin x_2) \quad (1)$$

$$V - (m_c + m_p)g = (m_c + m_p)(l \cos x_2) \quad (2)$$

$$(u - T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - D_p = Jx_2 \quad (3)$$

Persamaan (1) dan (2) menyatakan gerak translasi dari pusat massa sistem, sedangkan persamaan (3) menyatakan gerak rotasi sistem terhadap pusat massa sistem. Persamaan state sistem pendulum kereta adalah sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{l \cos x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \quad (4)$$

dengan:

$$a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p} \text{ dan } \mu = (m_c + m_p)l$$

Sistem pendulum kereta terdiri dari empat state, yaitu  $x_1, x_2, x_3,$  dan  $x_4$  di mana  $x_1$  adalah posisi kereta yang diukur dari titik tengah rel (m),  $x_2$  adalah sudut pendulum terhadap garis vertikal yang diukur berlawanan dengan arah jarum jam

(rad),  $x_3$  adalah kecepatan kereta (m/detik), dan  $x_4$  adalah kecepatan sudut pendulum (rad/detik).

Gaya kontrol  $u$  (N), sejajar terhadap rel, bekerja pada kereta. Massa kereta dan massa batang pendulum dinyatakan dengan  $m_c$ (kg) dan  $m_p$  (kg) serta  $g$  merupakan percepatan gravitasi (m/detik<sup>2</sup>). Jarak dari sumbu rotasi ke pusat massa Sistem Pendulum-Kereta adalah  $l$  (m). Momen inersia Sistem Pendulum-Kereta terhadap pusat massa adalah  $J$  (kg.m<sup>2</sup>). Gaya gesek kereta terhadap rel dinyatakan dengan  $T_c$ (N) dan  $f_p$  adalah konstanta gesek pendulum (kg.m<sup>2</sup>/detik). Parameter sistem yang digunakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut [5] :  $m_c = 1,12$  kg;  $m_p = 0,12$  kg;  $l = 0,0167903$  m;  $J = 0,0135735$  kg.m<sup>2</sup>;  $f_p = 0,000107$ kg.m<sup>2</sup>/detik.

### III. DESAIN KONTROL FUZZY-OPTIMAL PDC MODIFIKASI

#### A. Pemodelan Fuzzy Takagi Sugeno

Pemodelan fuzzy Takagi-Sugeno disusun berdasarkan hasil linearisasi beberapa titik kerja. Tujuan utama dari model fuzzy T-S adalah untuk menyatakan dinamika lokal dari tiap-tiap implikasi fuzzy (aturan) dengan model sistem linear. Model fuzzy keseluruhan dari sistem diperoleh dengan pencampuran (blending) fuzzy dari beberapa model sistem linear. Dengan melinearisasi pada dua titik kerja, yaitu  $x_2^* = 0$  rad dan  $x_2^* = \pm 0,2$  rad, maka model Fuzzy T-S yang digunakan memiliki dua aturan dengan satu variabel premis, yaitu sudut pendulum. Aturan model Fuzzy T-S yang dibentuk adalah sebagai berikut:

Aturan plant ke-1:

**If**  $x_2(t)$  is  $M_1$  (sekitar 0 rad)

**Then**  $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 x(t)$

$$y(t) = C_1 x(t) \quad (5)$$

Aturan plant ke-2:

**If**  $x_2(t)$  is  $M_2$  (sekitar  $\pm 0,2$  rad)

**Then**  $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 x(t)$

$$y(t) = C_2 x(t) \quad (6)$$

Dengan menggunakan konsep PDC, dapat disusun aturan kontroler Fuzzy yang sesuai dengan aturan plant pada (5) dan (6) sebagai berikut:

Aturan kontroler ke-1:

**If**  $x_2(t)$  is  $M_1$  (sekitar 0 rad)

**Then**  $u(t) = -K_1 x(t)$

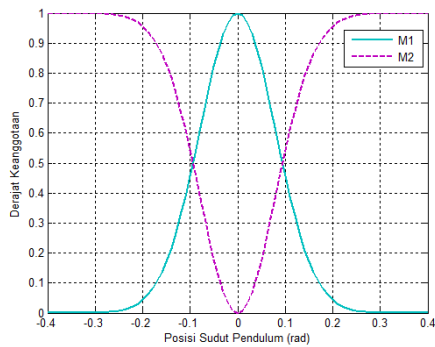
$$\text{Aturan kontroler ke-2:} \quad (7)$$

**If**  $x_2(t)$  is  $M_2$  (sekitar  $\pm 0,2$  rad)

**Then**  $u(t) = -K_2 x(t)$

$$(8)$$

Fungsi keanggotaan  $M_1$  yang digunakan adalah fungsi keanggotaan Gaussian seperti ditunjukkan pada Gambar 3 dengan parameter  $c = 0$  dan  $\sigma = 0,08$ . Sedangkan fungsi keanggotaan  $M_2$  adalah komplemen dari  $M_1$ . Baik  $M_1$  ataupun  $M_2$  merupakan fungsi dari posisi sudut pendulum. Dalam bentuk matematika, fungsi keanggotaan  $M_1$  dan  $M_2$  dapat dituliskan seperti pada persamaan (9) [6].



Gambar 3. Fungsi Keanggotaan Aturan Model Plant dan Kontroler

$$M_1(x_2(t)) = e^{-0,5\left(\frac{x_2(t)}{0,08}\right)^2}$$

$$M_2(x_2(t)) = 1 - M_1(x_2(t)) \quad (9)$$

Bentuk keseluruhan model fuzzy T-S pada persamaan (5) dan (6) dapat dilihat pada Persamaan (10).

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(x_2(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(x_2(t)) [C_i x(t)] \quad (10)$$

Sedangkan keluaran kontroler fuzzy pada (7) dan (8) secara keseluruhan dapat ditulis seperti pada persamaan (11)

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(x_2(t)) [-K_i x(t)] \quad (11)$$

Substitusi (11) pada (10) akan didapat:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 M_i(x_2(t)) M_j(x_2(t)) [(A_i + B_i K_j) x(t)]$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(x_2(t)) [C_i x(t)] \quad (12)$$

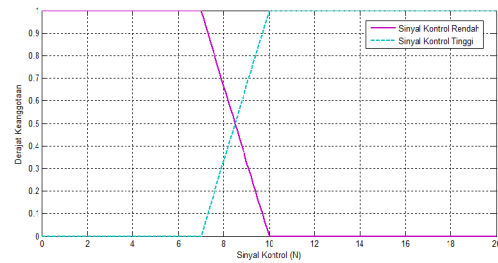
Persamaan (11) akan menghasilkan bentuk sinyal kontrol yang dapat ditulis seperti pada persamaan (13).

$$u(t) = M_1(x_2(t)) [-K_1 x(t)] + M_2(x_2(t)) [-K_2 x(t)] \quad (13)$$

### B. Perancangan Kontroler PDC Modifikasi

Pada konsep PDC modifikasi, *state feedback gain* yang dimiliki dapat dikategorikan kembali menjadi beberapa kondisi. Kondisi yang ditentukan pada setiap subsistem dilakukan berdasarkan nilai maksimum parameter yang ingin diukur dan dibagi sesuai range yang diinginkan. Beberapa *gain* yang terkait dari masing-masing subsistem kemudian dilakukan proses pencampuran “*blending*” fuzzy, sehingga respon yang diinginkan dapat tercapai. Linearisasi dilakukan pada 2 titik kerja, sehingga terdapat 2 subsistem.

Bentuk susunan metode PDC modifikasi dengan 2 subsistem, sinyal kontrol hasil *gain state feedback* yang diperoleh akan dikategorikan menjadi 2 kondisi sesuai parameter yang diinginkan. Pada perancangan aturan PDC modifikasi ini, sinyal kontrol dibagi menjadi 2 range sinyal, yaitu sinyal kontrol rendah dan sinyal kontrol tinggi. Fungsi keanggotaan sinyal kontrol ditunjukkan pada gambar 4.



Gambar 4. Fungsi Keanggotaan Sinyal Kontrol

Dengan menggunakan PDC modifikasi, maka aturan fuzzy T-S akan diperoleh 2 grafik fungsi keanggotaan, yaitu fungsi keanggotaan *Gaussian* untuk aturan model plant dan kontroler dan fungsi keanggotaan sinyal kontrol untuk PDC modifikasi. Aturan kontroler akan diperoleh 4 buah rule, yaitu :

Aturan 1 : **If**  $x_2(t)$  is  $M_1$  (0 rad) **AND**  $|u(t)|$  is “small”

**then**  $u(t) = -K_1^1 x(t)$

Aturan 2 : **If**  $x_2(t)$  is  $M_1$  (0 rad) **AND**  $|u(t)|$  is “high”

**then**  $u(t) = -K_2^1 x(t)$

Aturan 3 : **If**  $x_2(t)$  is  $M_2$  ( $\pm 0,2$  rad) **AND**  $|u(t)|$  is “small”

**then**  $u(t) = -K_1^2 x(t)$

Aturan 4 : **If**  $x_2(t)$  is  $M_2$  ( $\pm 0,2$  rad) **AND**  $|u(t)|$  is “high”

**then**  $u(t) = -K_2^2 x(t) \quad (14)$

masukannya secara keseluruhan yang dihasilkan oleh kontroler PDC adalah dalam bentuk  $K_i$ , dapat dilihat dalam bentuk:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(x_2(t)) u_i(t) \quad (15)$$

dengan

$$u_i(t) = \sum_{n=1}^2 m_i K_i^n x(t)$$

$$m_i = \frac{\beta_i(x_2(t))}{\sum_{i=1}^2 \beta_i(x_2(t))} \quad (16)$$

$\beta$  = nilai derajat keanggotaan fungsi keanggotaan sinyal kontrol

Untuk memperoleh sinyal kontrol keseluruhan maka Persamaan (16) dapat disubstitusikan ke Persamaan (15), sehingga diperoleh Persamaan (17)

$$u(t) = \alpha_1(x_2(t)) u_1(t) + \alpha_2(x_2(t)) u_2(t) \quad (17)$$

dengan:

$$u_1(t) = \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} K_1^1 + \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} K_2^1 \right] x(t) \quad (18)$$

$$u_2(t) = \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} K_1^2 + \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} K_2^2 \right] x(t) \quad (19)$$

Sinyal kontrol keseluruhan dari 2 subsistem dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (18) dan (19) ke dalam persamaan (17).

$$u(t) = \alpha_1(x_2(t)) \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} (-K_1^2) + \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} (-K_2^2) \right] x(t) + \alpha_2(x_2(t)) \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} (-K_1^2) + \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} (-K_2^2) \right] x(t) \quad (20)$$

C. Linear Quadratic Regulator (LQR)

Metode yang digunakan untuk memperoleh *state feedback gain* dalam pengendalian kestabilan pendulum-kereta yaitu metode LQR. Dalam sebuah sistem kontrol, kontroler mempunyai kontribusi yang besar terhadap perilaku sistem. Salah satu tugas kontroler adalah meminimalkan sinyal kesalahan, yaitu *set point* dan sinyal aktual. Semakin cepat sinyal reaksi sistem (sinyal aktual) mengikuti sinyal set point dan semakin kecil kesalahan yang terjadi, maka semakin baiklah kinerja sistem kontrol yang diinginkan.

Kontrol optimal secara umum ditujukan untuk memilih input plant *u* dengan indeks performansi yang minimum. *Linear Quadratic Regulator*, disebut *linear* karena model dan kontrolernya berupa *linear*. Sedangkan disebut kuadratik karena *cost function* dari sistem merupakan kuadratik dan karena referensinya bukan berupa fungsi waktu maka disebut regulator. Sistem kontrol yang dirancang berdasarkan optimasi indeks performansi disebut sistem kontrol optimal. Indeks performansi dalam interval  $[t_0, \infty]$  diupayakan dapat meminimalisasi energi (*cost function/quadratic function*) dapat dinyatakan dengan Persamaan (21).

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (21)$$

dimana :

$t_0$  = waktu awal

$\infty$  = waktu akhir

*Q* = matriks semidefinit positif

*R* = matriks definit positif

Persoalan regulator dapat diselesaikan dengan menggunakan Aljabar *Riccati* sebagai berikut:

$$A^T P + AP - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (22)$$

dengan pembobot matriks *Q* dan *R* berpedoman pada:

1. Semakin besar nilai *Q*, maka akan semakin memperbesar harga elemen penguatan *K* sehingga mempercepat sistem untuk mencapai keadaan stabil (*intermediate state cost function*).
2. Semakin besar harga *R*, maka akan memperkecil harga Penguatan *K* dan memperlambat keadaan tunak (*energy drive*).

*State feedback gain* diperoleh dengan menggunakan solusi aljabar *Riccati* sebagai berikut:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (23)$$

maka diperoleh:

$$u = -Kx \quad (24)$$

Berdasarkan analisis di atas, kontrol *optimal-fuzzy* berbasis performansi PDC Modifikasi dapat diringkas sebagai berikut:

1. Memperoleh hasil definisi sistem pendulum kereta sesuai titik kerja. Titik kerja yang dipilih adalah pada saat sudut pendulum berada pada 0 radian dan  $\pm 0.2$

radian. Maka diperoleh hasil linearisasi berupa matriks *A* dan *B* pada masing masing titik kerja.

Titik kerja 1 (0 radian):

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,2524 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 15,0319 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8272 \\ 1,2370 \end{bmatrix}$$

Titik kerja 2 ( $\pm 0,2$  radian) :

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,2317 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 14,6874 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8264 \\ 1,2111 \end{bmatrix}$$

2. Mendefinisikan indeks performansi sesuai dengan Persamaan (21), sehingga diperoleh kombinasi matrik *Q* dan *R* yang sesuai dengan sinyal kontrol yang diinginkan. Kombinasi *Q* dan *R* untuk sinyal kontrol:

$$Q_1 = Q_2 = \begin{bmatrix} 5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = [1]; R_2 = [0,3]$$

3. Memperoleh matriks *P* dengan menggunakan aljabar *Riccati*. Berdasarkan aturan kontroler terdapat 4 aturan maka akan diperoleh 4 buah matriks *P* yang mewakili masing-masing aturan.

$$P_{11} = 10^3 x \begin{bmatrix} 0.9849 & -1.2507 & 0.4350 & -0.3165 \\ -1.2507 & 3.1091 & -0.9147 & 0.7305 \\ 0.4350 & -0.9147 & 0.3009 & -0.2264 \\ -0.3165 & 0.7305 & -0.2264 & 0.1833 \end{bmatrix};$$

$$P_{12} = 10^4 x \begin{bmatrix} 0.1770 & -0.3439 & 0.1067 & -0.0894 \\ -0.3439 & 2.2714 & -0.5192 & 0.5853 \\ 0.1067 & -0.5192 & 0.1537 & -0.1348 \\ -0.0894 & 0.5853 & -0.1348 & 0.1522 \end{bmatrix};$$

$$P_{21} = 10^3 x \begin{bmatrix} 0.9997 & -1.3240 & 0.4497 & -0.3473 \\ -1.3240 & 3.3619 & -0.9756 & 0.8246 \\ 0.4497 & -0.9756 & 0.3141 & -0.2508 \\ -0.3473 & 0.8246 & -0.2508 & 0.2146 \end{bmatrix};$$

$$P_{22} = 10^4 x \begin{bmatrix} 0.1787 & -0.3625 & 0.1097 & -0.0974 \\ -0.3625 & 2.4402 & -0.5503 & 0.6505 \\ 0.1097 & -0.5503 & 0.1590 & -0.1476 \\ -0.0974 & 0.6505 & -0.1476 & 0.1749 \end{bmatrix};$$

4. Memperoleh *state feedback gain* dari hasil matriks *P* dengan menggunakan persamaan (23), sehingga diperoleh 4 *state feedback gain*:

$$K_1^1 = [129.09 \quad -347.01 \quad 94.812 \quad -92.182]$$

$$K_2^1 = [70.710 \quad -210.71 \quad 53.994 \quad -55.752]$$

$$K_1^2 = [129.09 \quad -359.47 \quad 96.679 \quad -98.437]$$

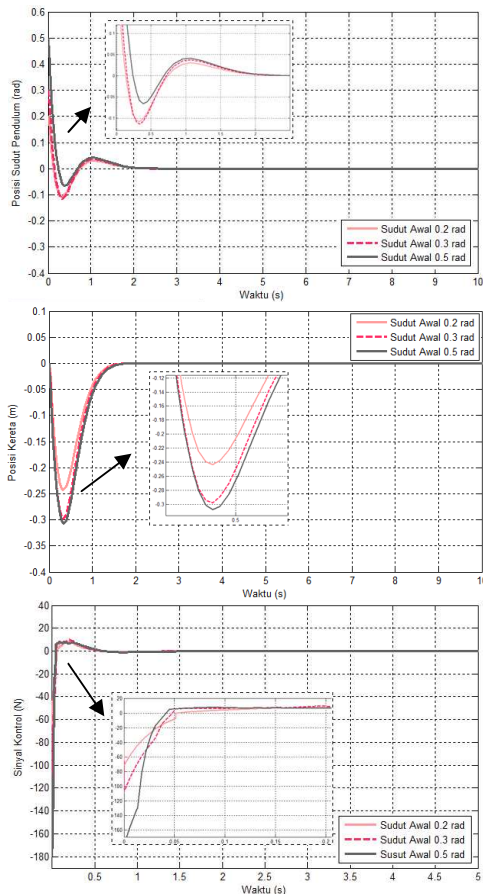
$$K_2^2 = [70.710 \quad -218.19 \quad 55.075 \quad -59.547]$$

IV. HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI

Simulasi dilakukan dengan menggunakan toolbox Simulink pada MATLAB. Sedangkan pada implementasi, mekanisme pemberian kondisi awal dilakukan dengan menggunakan tangan (menaikan pendulum secara manual) dan dilepas pada sudut tertentu. Tahap implementasi akan diterapkan pada plant nyata, “Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200” dari Feedback Instruments Ltd.

A. Simulasi

Simulasi dilakukan dengan memberikan kondisi awal sudut pendulum yang bervariasi yaitu 0,2 rad, 0,3 rad dan 0,5 rad. Respon posisi sudut pendulum, posisi kereta dan sinyal kontrol untuk tiga kondisi awal berbeda dapat dilihat pada Gambar 5



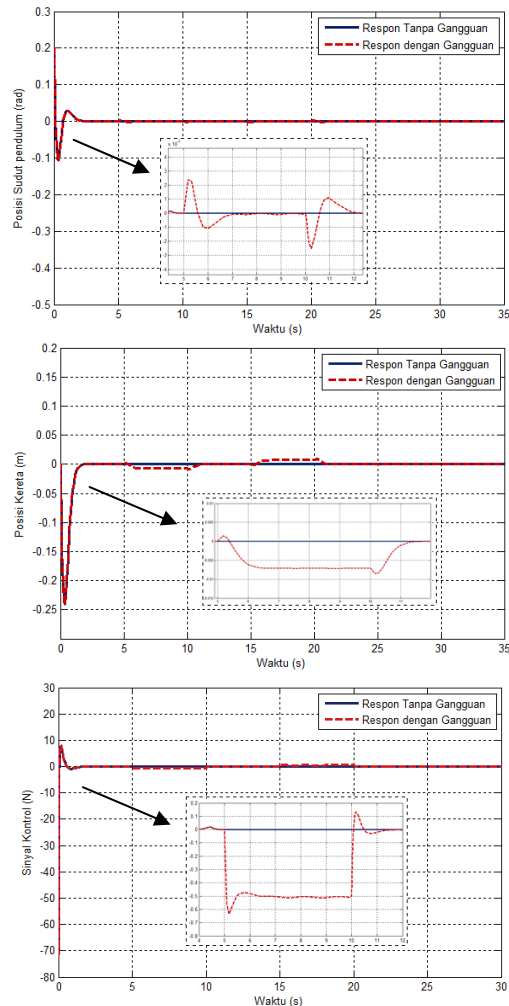
Gambar 5. Respons Simulasi Posisi Kereta, Posisi Sudut Pendulum, dan Sinyal Kontrol dengan Kondisi Awal Sudut Pendulum

Respon posisi kereta menunjukkan bahwa posisi kereta saat sudut awal 0,3 rad dan 0,5 rad memiliki nilai *maximum undershoot* yang lebih besar dibandingkan respon posisi kereta dengan kondisi awal sudut pendulum 0,2 rad yaitu sekitar 0,3 m pada saat 0,355 detik. Ketiga respon tersebut

menunjukkan bahwa pada waktu sekitar 1,78 detik, kereta dapat kembali ke titik tengah rel. Hasil respon sinyal kontrol pada sudut awal 0,2 rad menunjukkan bahwa sinyal kontrol *minimum* dan *maximum* berturut-turut adalah -72,83 N dan 8,3 N. Untuk sudut awal 0,3 rad dan 0,5 rad memiliki sinyal kontrol *minimum* dan *maximum* berturut-turut sekitar -125 N dan 7 N. Berdasarkan hasil respon simulasi posisi sudut pendulum, posisi kereta dan sinyal kontrol dengan kondisi awal sudut pendulum yang berbeda dapat disimpulkan bahwa kontroler yang dirancang mampu menstabilkan pendulum pada sudut 0 rad walaupun dengan kondisi awal yang berbeda.

Untuk membuktikan bahwa sistem akan tetap stabil pada kondisi apapun, maka dilakukan simulasi dengan menggunakan gangguan. Hasil respon posisi sudut pendulum, posisi kereta dan sinyal kontrol dapat dilihat pada Gambar 6. Gangguan  $w(t)$  yang diberikan dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut:

$$w(t) = \begin{cases} 0,5N, & 5 \leq t \leq 10 \\ -0,5N, & 15 \leq t \leq 20 \\ 0N, & \text{etc.} \end{cases}$$



Gambar 6. Respons Simulasi Posisi Kereta, Posisi Sudut Pendulum, dan Sinyal Kontrol dengan Pemberian Gangguan

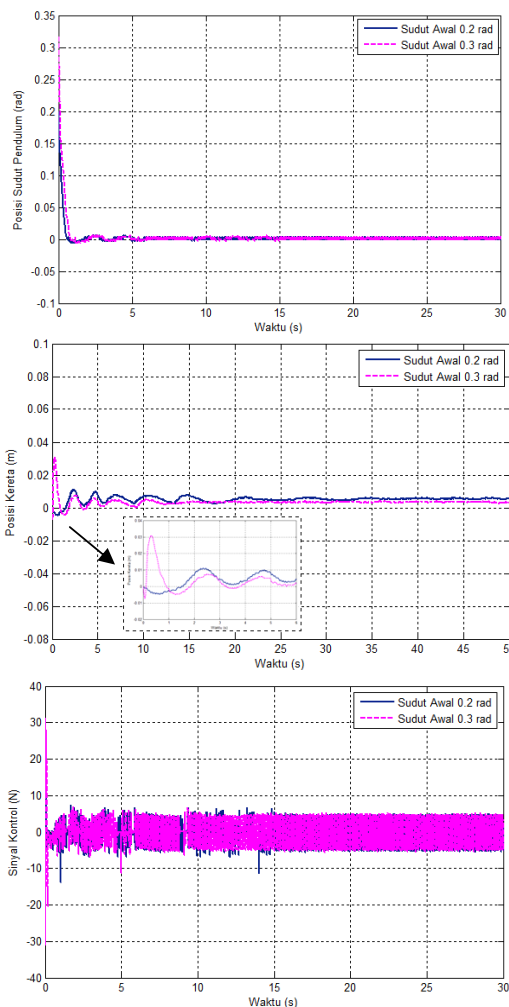
Ketika sistem diberi gangguan sebesar 0,5 N pada detik ke-5, posisi batang pendulum bergeser 0,009 rad dan



pada detik ke-7 posisi batang pendulum kembali ke posisi sudut 0 rad. Pada saat gangguan dilepas di detik ke-10 posisi batang pendulum bergeser  $-0,008$  rad, dan pada detik ke-12 posisi batang pendulum kembali ke sudut 0 rad. Berdasarkan hasil respon pada Gambar 6 dapat dilihat pada saat diberi gangguan sebesar 0,5 N posisi kereta dan posisi pendulum bergeser sangat kecil sekali tetapi akan kembali pada posisi 0 rad. Hal ini menunjukkan bahwa sistem kontrol yang dirancang mampu menjaga kestabilan sistem saat diberi gangguan sebesar 0,5 N. Sinyal kontrol akan bergeser sebesar  $-0,66$  N pada saat sistem diberi gangguan sebesar 0,5 N dan saat sistem diberi gangguan sebesar  $-0,5$  N, sinyal kontrol bergeser sebesar 0,688 N. Dapat disimpulkan bahwa pada saat sistem diberi gangguan, sinyal kontrol merespon dengan memberikan gaya yang berlawanan untuk melawan gangguan sehingga sistem dapat tetap stabil terhadap gangguan yang diberikan.

### B. Implementasi

Pada implementasi dilakukan pengujian dengan kondisi awal sudut pendulum 0,2 rad dan 0,3 rad, sedangkan state yang lain memiliki kondisi awal 0. Hasil implementasi dengan pemberian kondisi awal dan gangguan seperti pada simulasi dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Respon Implementasi Posisi Kereta, Posisi Sudut Pendulum, dan Sinyal Kontrol dengan Kondisi Awal Sudut Pendulum

Respon posisi sudut pendulum dalam satuan radian ditunjukkan seperti pada Gambar 7. Untuk sudut awal 0,3 rad respon akan lebih cepat menuju kondisi *steady state* dibandingkan dengan sudut awal 0,2 rad. Hal ini dikarenakan *angle encoder* akan lebih cepat mendeteksi derajat yang lebih besar. Pada sudut awal 0,3 rad, saat batang pendulum dinaikan dan posisi batang pendulum masuk ke sekitar 0,3 maka sinyal kontrol akan langsung mengirimkan sinyal untuk menstabilkan pendulum ke posisi 0 rad. Sehingga pada saat sudut awal 0,3 rad, maka sinyal kontrol akan lebih cepat merespon. Hal ini pula yang menyebabkan sinyal kontrol pada saat kondisi awal 0,3 rad akan lebih besar dibandingkan dengan sinyal kontrol pada saat kondisi awal 0.2 rad.

Dari Gambar 7 dapat disimpulkan bahwa kontroler yang dirancang mampu menstabilkan pendulum pada sudut 0 rad dan menjaga kereta di titik tengah rel pada implementasi nyata pada saat diberikan 2 kondisi awal sudut pendulum yang berbeda. Hasil yang didapat pada implementasi hampir menyerupai hasil yang didapat pada simulasi saat sudut pendulum berada pada sudut 0 rad.

## V. KESIMPULAN

Kontrol *fuzzy* T-S dengan menggunakan konsep PDC modifikasi mampu menstabilkan pendulum pada posisi terbalik dan mempertahankan kereta pada titik tengah rel, serta mampu mempertahankan posisi sudut pendulum dan posisi kereta sesuai yang diinginkan pada saat sistem diberi gangguan. Pada saat implementasi, pemberian kondisi sudut awal pada posisi sudut pendulum mempengaruhi pergerakan pada kereta. Linearisasi dilakukan pada titik kerja 0 rad dan  $\pm 0,2$  rad, saat sudut pendulum diberikan kondisi awal yang berbeda lebih dari 0,35 rad kereta tidak mampu menstabilkan posisi pendulum akibatnya sinyal kontrol yang diberikan terlalu besar sehingga pergerakan kereta melebihi batas maksimum yaitu 0,4 meter. Saat implementasi pada waktu sistem diberi gangguan, kontroler tetap mampu mempertahankan posisi sudut pendulum 0 rad dan posisi kereta pada titik tengah rel.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] H.O. Wang, K. Tanaka, M. Griffin, "Parallel Distributed Compensation on Nonlinear System by Takagi-Sugeno Fuzzy Model," *Proceeding of FUZZ-IEEE*, pp. 531-538, 1995
- [2] Pasino, K. M. dan Yurkovich, S., "Fuzzy Control", Addison Wesley Longman, California, 1998.
- [3] Kamran Vafae, and Behdad Geranmehr, "Controlling Inverted Pendulum Using Performance-Oriented PDC Method." *Journal of Automation and Control*, vol. 2, no. 2 (2014): 39-44. doi: 10.12691/automation-2-2-1
- [4] M. Seidi, A.H.D. Markazi, "Performance-oriented parallel distributed compensation", *J. Franklin Inst.* (2010).
- [5] "Control in a MATLAB Environment", Feedback Instruments Ltd., 2004.
- [6] M. Seidi, A.H.D. Markazi, "Performance-oriented Parallel Distributed Compensation", *J. Franklin Inst.* (2010).