

PENAKSIR RASIO PROPORSI YANG EFISIEN UNTUK RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING ACAK BERSTRATA

Devri Maulana^{1*}, Arisman Adnan², Haposan Sirait²

¹ Mahasiswa Program S1 Matematika

² Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru 28293, Indonesia

* maulana_devri@yahoo.co.id

ABSTRACT

In this article we review three proportion ratio estimators for the population mean on stratified random sampling, i.e. traditional proportion ratio estimator, proportion ratio estimator using coefficient of regression, and proportion ratio estimator using coefficient of regression and curtosis as discussed by Singh and Audu [5]. The three estimators are biased estimators, then the mean square error of each estimator is determined. Furthermore, these mean square errors are compared to each other. This comparison shows that the proportion ratio estimator using coefficient of regression and curtosis more efficient than other estimators.

Keywords: *proportion, biased estimator, mean square error, stratified random sampling.*

ABSTRAK

Penaksir yang dibahas dalam artikel ini merupakan tiga penaksir rasio proporsi untuk rata-rata populasi pada sampling acak berstrata, yaitu bentuk umum penaksir rasio proporsi, penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi, dan penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi dan koefisien kurtosis seperti yang dibahas oleh Singh dan Audu [5]. Ketiga penaksir merupakan penaksir bias kemudian ditentukan *mean square error* dari ketiga penaksir tersebut. Selanjutnya, *mean square error* dari masing-masing penaksir dibandingkan. Hasil dari perbandingan ini menunjukkan bahwa penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi dan koefisien kurtosis lebih efisien dari penaksir lainnya.

Kata kunci: *proporsi, penaksir bias, mean square error, sampling acak berstrata.*

1. PENDAHULUAN

Dalam suatu penelitian sering ditemui anggota populasi yang tidak homogen, padahal ketepatan hasil penelitian dipengaruhi juga oleh homogenitas. Anggota populasi yang relatif homogen memiliki kesalahan sampling yang relatif kecil, akan tetapi apabila anggota populasi tidak homogen (sangat bervariasi), maka kesalahan sampling menjadi relatif besar yang disebabkan karena variansi juga relatif besar. Kemudian jika terdapat

anggota populasi yang tidak homogen, maka anggota populasi tersebut dibentuk menjadi beberapa stratum atau distratifikasi sehingga unit-unit dalam setiap stratum bersifat homogen. Selanjutnya sampel yang akan diteliti diambil secara sampling acak sederhana (*simple random sampling*) dari setiap stratum. Cara seperti ini disebut dengan sampling acak berstrata (*stratified random sampling*) [2].

Dalam artikel ini, dibahas rata-rata sampel yang merupakan penaksir untuk rata-rata populasi. Cara lain untuk meningkatkan ketelitian penaksiran adalah dengan menggunakan metode penaksir rasio. Dalam metode ini, suatu variabel tambahan yang berkarakter X berkorelasi positif dengan variabel yang akan diteliti yaitu variabel yang berkarakter Y , dimana informasi tentang populasi pada variabel tambahan harus diketahui. Selanjutnya dengan memanfaatkan hubungan antara x_i dan y_i , dimana x_i adalah unit dari populasi yang berkarakter X dan y_i adalah unit dari populasi yang berkarakter Y , maka dapat diperkirakan nilai dari variabel yang akan ditaksir dengan mengasumsikan bahwa variabel X dan Y setara [2].

Dalam pembahasan ini variabel tambahannya tersedia dalam bentuk atribut ϕ , dimana ϕ adalah unit dari proporsi yang berkorelasi positif dengan y yang ada dalam populasi yang sama, serta nilai proporsi dari atribut ϕ dalam populasi harus diketahui. Dalam hal ini akan ditaksir rata-rata populasi dengan memperhatikan proporsi data yang memiliki atribut. Misalkan bahwa setiap unit dalam populasi terletak dalam kelas C dan C' , maka untuk setiap unit dalam populasi atau sampel akan beratribut $\phi_i = 1$ jika unitnya ada dalam C dan $\phi_i = 0$ jika terdapat dalam C' dengan catatan C dan C' saling asing [2], oleh sebab itu penaksir ini disebut dengan penaksir rasio proporsi. Secara umum penaksir pada metode ini merupakan penaksir bias, dimana penaksir yang efisien untuk penaksir bias adalah penaksir yang memiliki *Mean Square Error (MSE)* terkecil.

Misalkan $A = \sum_{i=1}^N \phi_i$ adalah jumlah unit yang beratribut ϕ , pada populasi dan $A_h = \sum_{i=1}^{N_h} \phi_{hi}$ adalah jumlah unit dalam strata h yang beratribut ϕ , $a_h = \sum_{i=1}^{n_h} \phi_{hi}$ adalah jumlah unit sampel dalam strata h yang beratribut ϕ , $P = A/N$ adalah proporsi unit populasi yang beratribut ϕ , $P_h = A_h/N_h$ adalah proporsi unit dalam strata h yang beratribut ϕ , $p_h = a_h/n_h$ adalah proporsi unit sampel dalam strata h .

Dalam artikel ini dibahas bentuk umum penaksir rasio proporsi untuk rata-rata populasi pada sampling acak berstrata $(\hat{\bar{Y}}_1)$ serta penaksir rasio proporsi untuk rata-rata populasi pada sampling acak berstrata yang menggunakan koefisien regresi $(\hat{\bar{Y}}_2)$ dan penaksir rasio proporsi untuk rata-rata populasi pada sampling acak berstrata yang menggunakan koefisien regresi dan koefisien kurtosis $(\hat{\bar{Y}}_3)$. Ketiga penaksir ini merupakan *review* dari penaksir yang diajukan oleh Singh dan Audu [5].

Bias dan *Mean Square Error (MSE)* dari masing-masing penaksir dibahas secara rinci. Selanjutnya *MSE* dari masing-masing penaksir dibandingkan. Penaksir yang efisien untuk penaksir bias adalah penaksir yang memiliki *MSE* terkecil.

2. BEBERAPA KONSEP STATISTIKA DAN MATEMATIKA

Penarikan sampel acak sederhana adalah suatu metode untuk mengambil n unit dari populasi berukuran N , dimana setiap elemen mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih menjadi anggota sampel. Pengambilan sampel dapat dilakukan dengan pengembalian atau tanpa pengembalian. Pada umumnya sampling dilakukan tanpa pengembalian agar karakteristik unit-unit lebih akurat [2].

Pada sampling acak sederhana tanpa pengembalian, banyaknya sampel yang akan terbentuk adalah C_n^N . Probabilitas suatu unit akan terpilih menjadi sampel pada pengambilan pertama adalah n/N , pada pengambilan kedua adalah $(n-1)/(N-1)$ dan seterusnya, maka probabilitas seluruh n unit-unit tertentu yang terpilih dalam n pengambilan adalah $(C_n^N)^{-1}$.

Untuk menentukan bias dan MSE suatu penaksir, diperlukan beberapa definisi dan teorema sebagai berikut

Definisi 2.1 [1 : h. 174] Kovariansi dari pasangan variabel X dan Y dengan rata-rata masing-masing μ_x dan μ_y yang dinotasikan dengan $\text{cov}(X, Y)$ adalah

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - \mu_x)(Y - \mu_y)).$$

Definisi 2.2 [1 : h. 309] Misalkan $\hat{\theta}^*$ adalah penaksir untuk θ , $\forall \theta \in \Omega$, Ω merupakan ruang parameter. Penaksir $\hat{\theta}^*$ dikatakan penaksir bias untuk θ jika

$$E(\hat{\theta}^*) = \theta + B(\hat{\theta}^*)$$

dengan $B(\hat{\theta}^*)$ merupakan bias dari $\hat{\theta}^*$.

Definisi 2.3 [2 : h. 312] Misalkan $\hat{\theta}^*$ adalah penaksir bias untuk θ , $\forall \theta \in \Omega$, Ω merupakan ruang parameter. Mean Square Error dinotasikan dengan $MSE(\hat{\theta}^*)$ yang didefinisikan sebagai

$$MSE(\hat{\theta}^*) = E(\hat{\theta}^* - \theta)^2.$$

Teorema 2.4 (Teorema Taylor) [4 : h. 41] Misalkan $n \in N$ dan $I = [a, b]$, misalkan $f: I \rightarrow R$ dan $f, f', f'', \dots, f^{(n)}$ adalah kontinu pada I dan $f^{(n+1)}$ ada pada (a, b) . Jika $x_0 \in I$ maka untuk sembarang $x \in I$ terdapat suatu titik $c \in (x, x_0)$ sehingga

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!}f^n(x_0) \\ &\quad + \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}f^{n+1}(c). \end{aligned}$$

Bukti. Dapat dilihat pada [4 : h. 42].

Deret Taylor untuk dua variabel [4 : h. 46]

Misalkan $f(x, y)$ adalah suatu fungsi dua variabel dan $f, f', f'', \dots, f^{(n)}$ adalah kontinu pada D dan $f^{(n+1)}$ ada pada D untuk $(x_0, y_0) \in D$, jika $(x, y) \in D$ maka

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f(x_0, y_0) + \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x_0, y_0) + \dots \\ &\quad + \frac{1}{n!} \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^{(n)} f(x_0, y_0) \\ &\quad + \frac{1}{n+1!} \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^{(n+1)} f(x_0 + \theta(x - x_0), y_0 + \theta(y - y_0)) \end{aligned}$$

dengan $0 < \theta < 1$.

Teorema 2.5 [2 : h. 29] Jika y_i dan x_i adalah sebuah pasangan yang bervariasi ditetapkan pada unit dalam populasi dan \bar{y} , \bar{x} adalah rata-rata dari sampel acak sederhana berukuran n , maka kovariansinya dinotasikan dengan

$$Cov(x, y) = \frac{1-f}{n} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})(x_i - \bar{X}).$$

Bukti. Dapat dilihat pada [2 : h. 29].

Penarikan sampel acak berstrata adalah suatu metode pengambilan sampel dimana populasi berukuran N distratifikasi menjadi beberapa stratum kemudian sampel diambil secara acak berdasarkan setiap stratum. Syarat-syarat yang harus dipenuhi untuk dapat menggunakan sampling acak berstrata yaitu, harus ada kriteria yang sesuai yang akan dipergunakan sebagai dasar untuk menstratifikasi populasi ke dalam stratum, harus ada data pendahuluan dari populasi mengenai kriteria yang digunakan untuk membuat stratifikasi, dan harus disesuaikan dengan maksud dan tujuan dari penelitian. Sistem penarikan sampel dalam tiap-tiap stratum dilakukan secara sampling acak sederhana.

Teorema 2.6 [2 : h. 105] Untuk penarikan sampel acak berstrata, variansi dari \bar{y}_{st} adalah

$$V(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^k W_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_{yh}^2}{n_h}$$

dengan

$W_h = N_h / N$ merupakan penimbang stratum ke h ,

$S_{yh}^2 = \sum_{i=1}^N (y_{hi} - \bar{Y}_h)^2 / (N_h - 1)$ adalah variansi y_i dalam populasi pada stratum ke h .

Bukti. Dapat dilihat pada [2 : h. 105].

Teorema 2.7 [2 : h. 29] Jika y_i, x_i adalah sebuah pasangan yang bervariasi ditetapkan pada unit dalam populasi dan $\bar{y}_{st}, \bar{x}_{st}$ adalah rata-rata dari sampel acak berstrata berukuran n , maka kovariansinya dinotasikan dengan

$$E((\bar{y}_{st} - \bar{Y})(\bar{x}_{st} - \bar{X})) = E\left(\sum_{h=1}^k w_h^2 (\bar{y}_h - \bar{Y})(\bar{x}_h - \bar{X})\right)$$

$$E((\bar{y}_{st} - \bar{Y})(\bar{x}_{st} - \bar{X})) = \sum_{h=1}^k w_h^2 \gamma_h S_{yxh}$$

dengan

$$\gamma_h = 1/n_h - 1/N_h,$$

$S_{yxh} = \sum_{i=1}^{N_h} (x_{hi} - \bar{X}_h)(y_{hi} - \bar{Y}_h) / (N_h - 1)$ merupakan kovariansi antara variabel x dan variabel y dalam populasi pada stratum ke h .

Bukti. Dapat dilihat pada [2 : h. 29].

3. BIAS DAN MSE PENAKSIR RASIO PROPORSI UNTUK RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING ACAK BERSTRATA

Bentuk umum dari penaksir rasio proporsi, penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi $b_{\phi h}$, dan penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi $b_{\phi h}$ dan koefisien kurtosis $\beta_2(\phi)$ masing-masing adalah

$$\hat{\bar{Y}}_1 = \frac{\bar{y}_{st}}{p_{st}} P \quad (1)$$

$$\hat{\bar{Y}}_2 = \frac{\sum_{h=1}^k W_h (\bar{y}_h - b_{\phi h}(p_h - P_h))}{\sum_{h=1}^k W_h p_h} P \quad (2)$$

$$\hat{\bar{Y}}_3 = \frac{\sum_{h=1}^k W_h (\bar{y}_h - b_{\phi h}(p_h - P_h))}{\sum_{h=1}^k W_h (p_h + \beta_2(\phi))} (P + \beta_2(\phi)) \quad (3)$$

dengan

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^k W_h \bar{y}_h, \quad p_{st} = \sum_{h=1}^k W_h p_h, \quad b_{\phi h} = \frac{S_{y\phi h}}{S_{\phi h}^2}, \quad \beta_2(\phi) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_i - P)^4}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_i - P)^2\right)^2}.$$

Bias dan MSE bentuk umum penaksir rasio proporsi $(\hat{\bar{Y}}_1)$ pada persamaan (1) yaitu

$$B(\hat{\bar{Y}}_1) \approx \frac{1}{P} \sum_{h=1}^k W_h^2 \gamma_h (R S_{\phi h}^2 - S_{y\phi h})$$

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_1) \approx \sum_{h=1}^k W_h^2 \gamma_h (S_{y\phi h}^2 + R^2 S_{\phi h}^2 - 2 R S_{y\phi h}) \quad (4)$$

dengan

$R = \bar{Y}/P$ merupakan rasio populasi,

$S_{\phi h}^2 = \sum_{i=1}^{N_h} (\phi_{hi} - P_h)^2 / (N_h - 1)$ merupakan variansi populasi beratribut ϕ pada stratum ke h ,

$S_{y\phi h} = \sum_{i=1}^{N_h} (\phi_{hi} - P_h)(y_{hi} - \bar{Y}_h) / (N_h - 1)$ merupakan kovariansi antara atribut ϕ dan variabel y dalam populasi pada stratum ke h .

Bias dan MSE penaksir rasio menggunakan koefisien regresi $(\hat{\bar{Y}}_2)$ pada persamaan (2) yaitu

$$\begin{aligned} B(\hat{\bar{Y}}_2) &\approx \frac{\bar{Y}}{P^2} \sum_{h=1}^k W_h^2 \gamma_h S_{\phi h}^2 \\ MSE(\hat{\bar{Y}}_2) &\approx \sum_{h=1}^k W_h^2 \gamma_h (R^2 S_{\phi h}^2 + S_{yh}^2 (1 - \rho_{pbh}^2)) \end{aligned} \quad (5)$$

dengan

$\rho_{pbh} = S_{y\phi h} / S_{yh} S_{\phi h}$ merupakan koefisien korelasi antara variabel Y dengan P pada stratum ke h .

Bias dan MSE penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi dan koefisien kurtosis $(\hat{\bar{Y}}_3)$ pada persamaan (3) yaitu

$$\begin{aligned} B(\hat{\bar{Y}}_3) &\approx \frac{\bar{Y}}{(P^*)^2} \sum_{h=1}^k w_h^2 \gamma_h S_{\phi h}^2 \\ MSE(\hat{\bar{Y}}_3) &\approx \sum_{h=1}^k w_h^2 \gamma_h (R_1^2 S_{\phi h}^2 + S_{yh}^2 (1 - \rho_{pbh}^2)) \end{aligned} \quad (6)$$

dengan

$$R_1 = \frac{\bar{Y}}{P + \beta_2(\phi)}.$$

4. PENAKSIR RASIO PROPORSI YANG EFISIEN

Untuk menentukan penaksir yang lebih efisien dari penaksir bias, dapat ditentukan dengan cara membandingkan MSE dari masing-masing penaksir. Penaksir yang lebih efisien merupakan penaksir dengan MSE terkecil.

1. Perbandingan $MSE(\hat{\bar{Y}}_2)$ dengan $MSE(\hat{\bar{Y}}_1)$

Penaksir rasio proporsi $\hat{\bar{Y}}_2$ lebih efisien dari penaksir rasio proporsi $\hat{\bar{Y}}_1$, jika

$$B_{\phi h} > 2R. \quad (7)$$

2. Perbandingan $MSE(\hat{Y}_3)$ dengan $MSE(\hat{Y}_1)$

Penaksir rasio proporsi \hat{Y}_3 lebih efisien dari penaksir rasio proporsi \hat{Y}_1 , jika

$$B_{\phi h}^2 > 2RB_{\phi h} - (R^2 - R_1^2). \quad (8)$$

3. Perbandingan $MSE(\hat{Y}_2)$ dengan $MSE(\hat{Y}_3)$

Penaksir rasio proporsi \hat{Y}_3 lebih efisien dari penaksir rasio proporsi \hat{Y}_2 .

5. CONTOH

Sebagai contoh untuk pembahasan di atas, diberikan data pada Tabel 1 mengenai produksi padi yang dihasilkan di seluruh Indonesia dari Badan Pusat Statistik pada tahun 2013 [3]. Untuk mengetahui rata-rata produksi padi dengan memanfaatkan informasi tambahan yaitu propinsi yang memiliki produktivitas padi diatas 45 Kwintal/Ha (ϕ).

Tabel 1. Produksi Tanaman Padi di Indonesia Tahun 2013

NO	Propinsi	Luas Panen (Ha)	Produktivitas (Kw/Ha)	Produksi (Ton)
1	Aceh	423.864	46,44	1.968.474
2	Sumatera Utara	729.904	50,21	3.664.588
3	Sumatera barat	475.914	49,88	2.373.806
4	Riau	120.833	36,42	440.131
5	Jambi	158.697	43,21	685.681
6	Sumatera Selatan	795.172	45,19	3.593.463
7	Bengkulu	148.298	42,22	626.176
8	Lampung	640.537	50,24	3.218.232
9	Bangka Belitung	10.408	27,95	29.087
10	Kepulauan Riau	379	36,83	1.396
11	DKI Jakarta	1.716	59,1	10.141
12	Jawa Barat	2.016.433	59,56	12.009.422
13	Jawa Tengah	1.837.290	56,04	10.295.494
14	DI Yogyakarta	154.413	57,71	891.137
15	JawaTimur	2.048.695	59,28	12.144.973
16	Banten	386.889	52,9	2.046.832
17	Bali	149.010	57,52	857.157
18	Nusa Tenggara Barat	431.751	50,06	2.161.442
19	Nusa Tenggara Timur	219.195	33,1	725.507
20	Kalimantan Barat	478.943	31,62	1.514.654
21	Kalimantan Tengah	249.724	31,78	793.576

22	Kalimantan Selatan	470.858	42,28	1.990.788
23	Kalimantan Timur	140.587	40,78	573.382
24	Sulawesi Utara	127.979	50,1	641.236
25	Sulawesi Tengah	222.758	46,38	1.033.241
26	Sulawesi Selatan	958.852	51,22	4.911.567
27	Sulawesi Tenggara	133.567	42,08	562.078
28	Gorontalo	56.330	51,7	291.248
29	Sulawesi Barat	90.065	47,63	429.006
30	Maluku	26.129	43,32	113.178
31	Maluku Utara	19.028	37,31	71.002
32	Papua Barat	6.674	39,38	26.280
33	Papua	39.021	44,13	172.196

Sumber [3]

Dari 33 jumlah propinsi dibagi menjadi tiga stratum berdasarkan pembagian luas lahan panen (Ha). Stratum pertama terdiri dari 9 propinsi dengan kriteria luas lahan 300 - 100.000 Ha, stratum kedua terdiri dari 12 propinsi dengan kriteria luas lahan 110.000 - 400.000 Ha dan stratum ketiga terdiri dari 12 propinsi dengan kriteria luas lahan 410.000 - 2.100.000 Ha. Kemudian diambil sampel dari tiap-tiap stratum secara acak sederhana sebanyak 11 propinsi, yaitu sampel berukuran 3 dari stratum pertama dan masing-masing berukuran 4 dari stratum kedua dan stratum ketiga. Informasi yang diperoleh dari data pada Tabel 1 adalah sebagai berikut:

y := Produksi padi (dalam satuan Ton)

ϕ := Produktivitas padi (dalam satuan Kwintal/Ton)

$$\begin{array}{lll} N = 33 & n = 11 & \bar{Y} = 2.147.471,85 \\ P = 0,55 & \beta_2(\phi) = 1,04 & 2R = 78,71435 \end{array}$$

Tabel 2. Parameter dan Konstanta dari Populasi.

h	1	2	3
N_h	9	12	12
\bar{Y}_h	127.059,33	823.011,17	4.987.241,92
P_h	0,33	0,42	0,83
S_{yh}^2	0,02	0,18	16,41
$S_{\phi h}^2$	0,25	0,27	0,15
$S_{y\phi h}$	0,04	0,11	0,54
ρ_{pbh}	0,13	0,14	0,05
W_h^2	0,07	0,13	0,13
γ_h	0,22	0,17	0,17

$B_{\phi h}$	0,16	0,43	3,56
$B_{\phi h}^2$	0,03	0,18	12,66

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai yang diperoleh pada Tabel 2 ke persamaan (4), (5) dan (6), maka diperoleh MSE dari masing-masing penaksir yang dimuat pada Tabel 3 sebagai berikut

Tabel 3. Nilai MSE untuk ketiga penaksir.

PENAKSIR	MSE
\hat{Y}_1	0,40549
\hat{Y}_2	0,57108
\hat{Y}_3	0,38924

Berdasarkan hasil pada Tabel 3 dan berdasarkan kriteria penaksir yang efisien pada persamaan (7) dan (8) maka dapat disimpulkan bahwa penaksir (\hat{Y}_1) lebih efisien daripada penaksir (\hat{Y}_2) , penaksir (\hat{Y}_3) lebih efisien daripada penaksir (\hat{Y}_1) dan penaksir (\hat{Y}_2) , sehingga penaksir yang paling efisien adalah penaksir (\hat{Y}_3) .

6. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan pada artikel ini, maka dapat disimpulkan penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi dan koefisien kurtosis (\hat{Y}_3) lebih efisien daripada bentuk umum penaksir rasio proporsi (\hat{Y}_1) dan penaksir rasio proporsi menggunakan koefisien regresi (\hat{Y}_2) jika syarat efisiensi terpenuhi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bain, L. J & M. Engelhart. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics. Second edition*. Duxbury Press, California.
- [2] Cochran, W. G. 1991. *Teknik Penarikan Sampel*, Edisi Ketiga. Terj. Dari *Sampling Techniques*, oleh Rudiansyah & E. R Osman. Penerbit Universitas Indonesia, Jakarta.
- [3] Http://www.bps.go.id/tnmn_pgn. Diakses pada tanggal 13 Januari 2014 pukul 10.15.
- [4] Phillips. G. M & P. J. Taylor. 1972. *Theory and Applications of Numerical Analysis, Second Edition*. Academic Press, New York.
- [5] Singh, R. V. K. & A. Audu. 2008. Efficiency of Ratio Estimators in Stratified Random Sampling Using information on Auxiliary Attribute. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology*, 2(1):166-171.