PERHITUNGAN *VALUE AT RISK* PORTOFOLIO SAHAM MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO

Adilla Chandra[1*], Johannes Kho[2], Musraini M[2]

[1]Mahasiswa Program S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*chansaints_liciousy@yahoo.co.id

ABSTRACT

This article discusses the calculation of Value at Risk (*VaR*) for stock portfolio using Monte Carlo simulation. The standard deviation of return data of multiple stock and portfolio are normally distributed and used in the calculation of *VaR*. Monte Carlo method is applied to simulate a new return value of stock and portfolio by generating a random numbers based on the characteristics of the data, which is then used to estimate a *VaR*. The calculation of *VaR* at portfolio uses two assets which are Semen Indonesia (Persero) Tbk (SMGR.JK) and PT. Unilever Indonesia Tbk (UNVR.JK).

Keywords: standard deviation, Monte Carlo simulation, *Value at Risk*

ABSTRAK

Artikel ini membahas perhitungan *Value at Risk* (*VaR*) portofolio saham menggunakan metode simulasi Monte Carlo. Deviasi standar dari data *return* beberapa saham dan portofolio yang berdistribusi normal digunakan dalam perhitungan *Value at Risk*. Metode *Monte Carlo* diterapkan untuk mensimulasi nilai *return* baru saham dan portofolio dengan membangkitkan bilangan acak berdasarkan karateristik dari data yang dibangkitkan, yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai *VaR*-nya. Pada artikel ini dihitung nilai *VaR* pada portofolio dari dua aset yang digunakan yaitu Semen Indonesia (Persero) Tbk (SMGR.JK) dan PT. Unilever Indonesia Tbk (UNVR.JK).

Kata kunci: deviasi standar, simulasi *Monte Carlo*, *Value at Risk*

1. PENDAHULUAN

Investasi pada umumnya dilakukan oleh investor dengan harapan untuk memperoleh keuntungan. Tingkat keuntungan investasi salah satunya dipengaruhi oleh besar dana yang ditempatkan pada suatu aset saham dan memiliki besar resiko atau kemungkinan rugi. Menurut Husnan [3,hal:47], hampir semua investasi memiliki resiko yang akan dihadapi oleh investor. Oleh karena itu perlu adanya suatu perhitungan yang dapat menjadi pertimbangan bagi investor dalam berinvestasi.

Salah satu kegiatan yang dapat dilakukan seorang investor untuk memperkecil resiko dan mendapatkan keuntungan yang diharapkan adalah membentuk suatu portofolio. Menurut Sunariyah [8,hal:178], portofolio diartikan sebagai serangkaian kombinasi beberapa aktiva yang diinvestasikan oleh investor. Investor membentuk suatu portofolio dengan mengkombinasikan saham yang dipilih agar *return* yang didapat lebih optimal. Namun hal penting yang perlu diketahui ialah besar resiko yang akan ditanggung investor dengan berinvestasi pada saham yang dipilihnya. Resiko investasi adalah kemungkinan bahwa keuntungan yang diharapkan dari investasi berbeda dengan keuntungan yang dicapai. Menurut Jogiyanto [4,hal:256], pada statistika untuk menghitung resiko yang akan terjadi adalah dengan menggunakan deviasi standar. Deviasi standar merupakan akar dari variansi suatu data. Pada matematika deviasi standar digunakan untuk mengukur tingkat penyimpangan.

Di dunia investasi perhitungan nilai resiko telah dikembangkan untuk mengetahui besar kerugian yang akan diterima dalam melakukan investasi oleh investor. Hal ini bertujuan untuk mengurangi resiko dalam berinvestasi sehingga para investor dapat mengetahui nilai resiko tersebut lebih dini. Salah satu bentuk pengukuran resiko yang sering digunakan adalah *Value at Risk* (*VaR*) [1]. Ada tiga metode untuk menghitung nilai *VaR* yaitu metode historis, metode varian kovarian, dan simulasi Monte Carlo.

Perhitungan *VaR* menggunakan simulasi Monte Carlo yang sebelumnya dibahas oleh Cheung dan Powell [1] dan Linsmeier [6]. Pada pembahasannya, Cheung dan Powell [1] melakukan perhitungan *VaR* secara komputerisasi menggunakan Microsoft Excel, dan Linsmeier [6] membahas perhitungan nilai *VaR* secara garis besar tanpa menjabarkan rumus yang dipakai pada perhitungannya. Sedangkan pada artikel ini penulis membahas perhitungan *VaR* menggunakan simulasi Monte Carlo dengan menjelaskan rumusan yang dipakai pada perhitungan *VaR* tersebut.

2. *RETURN* DAN RESIKO

Return dari suatu aset adalah tingkat pengembalian yang dihasilkan dalam berinvestasi. *Return* menggambarkan perubahan nilai harga saham, hal ini yang menjadi salah satu faktor para investor melakukan investasi. *Return* pada waktu ke-*t* dinotasikan R_t didefinisikan sebagai berikut [3]:

$$R_t = \ln \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right) = \ln(S_{t+1}) - \ln(S_t) \ , \tag{1}$$

dengan S_t adalah harga aset pada waktu ke-*t*.

Bila investor melakukan investasi pada aset i, maka yang diharapkan adalah memperoleh ekspektasi tingkat keuntungan tertentu yang tidak lain merupakan *return* rata-rata (μ_i) pada aset *i*. Secara umum ekspektasi *return* yang diharapkan sebanyak *n* data didefinisikan berikut [3]:

$$E(R_i) = \mu_i = \sum_{J=1}^{n} P_{ij} R_{ij} \ , \tag{2}$$

dengan P_{ij} adalah probabilitas *j* tingkat keuntungan pada aset *i*, dan R_{ij} adalah *return* ke-*j* pada aset *i*.

Setelah mengetahui *return* rata-rata pada aset *i*, digunakan deviasi standar (σ) untuk mengukur tingkat penyimpangan atau resiko yang dihasilkan pada *return* aset *i*.

Apabila dinyatakan dalam bentuk kuadrat disebut sebagai variansi (σ^2). *Return* rata-rata digunakan untuk mengetimasi variansi pada aset *i* yang dinotasikan σ_i^2, yaitu [3]

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} P_{ij} \left(R_{ij} - E\left(R_i\right) \right)^2. \qquad 4$$

Apabila probabilitas setiap *return* sama, maka variansi *return* sebanyak *n* data dapat diestimasi sebagai berikut :

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left(R_{ij} - E\left(R_i\right) \right)^2}{n}, \qquad 5$$

Pada suatu portofolio, *return* dapat dihitung dengan mengkombinasikan beberapa saham sebagai target investasi pada kurun waktu tertentu dan proporsi pembagian modal yang ditanamkan. *Return* portofolio didefinisikan sebagai berikut [4] :

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i, \qquad (6)$$

dengan w_i adalah proporsi aset ke-i dalam portofolio, dimana $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$. Nilai ekspektasi dari *return* portofolio adalah

$$E\left(R_p\right) = \mu_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i. \qquad 7$$

Variansi dari tingkat keuntungan portofolio mencerminkan resiko dari portofolio tersebut ditulis sebagai berikut [4] :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1,\, j \neq i}^{N} w_i w_k \sigma_{ik}, \qquad (8)$$

dengan σ_i^2 adalah variansi dari aset ke-i, dan σ_{ik} adalah kovariansi aset-aset. Apabila dinyatakan dalam deviasi standar dari *return* portofolio adalah akar dari variansi *return* portofolio yaitu σ_p.

3. PERHITUNGAN *VALUE AT RISK* PORTOFOLIO SAHAM MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

Value at Risk (*VaR*) adalah nilai resiko yang dipakai untuk menyatakan jumlah kerugian yang diperkirakan pada data yang berdistribusi normal dengan tingkat kepercayaan (*confidence level*) tertentu selama periode waktu (*time period*) tertentu [6]. Perhitungan *VaR* pada dasarnya ditentukan oleh tingkat kepercayaan (Z_α) dikalikan nilai deviasi standar (σ) dari data tersebut, dan besar dana (v) yang akan diberikan. Menurut Kaura [5], *VaR* dinyatakan sebagai berikut :

$$VaR = Z_\alpha \, v \, \sigma.$$

Bila data yang digunakan adalah *return* aset i dan diketahui besar σ_i , maka *VaR* dinotasikan dengan VaR_i yaitu

$$VaR_i = Z_\alpha \, v \, \sigma_i. \tag{9}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4) ke persamaan (9) diperoleh

$$VaR_i = Z_\alpha \, v \sqrt{\sum_{j=1}^{n} P_{ij} \left(R_{ij} - E\left(R_i\right) \right)^2}.$$

Pada pembentukan portofolio pasti akan terdapat dua atau lebih aset, perhitungan *VaR* portofolio dinotasikan dengan VaR_p yaitu

$$VaR_p = Z_\alpha \, v \, \sigma_p. \tag{10}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) ke persamaan (10) diperoleh

$$VaR_p = Z_\alpha \, v \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} w_i \, w_k \, \sigma_{ik}}\,.$$

Terdapat portofolio yang terbentuk oleh dua aset, yaitu aset A dan aset B dengan proporsi yang diberikan sama. Diketahui *return* masing-masing aset terdiri dari $R_1, R_2, \ldots, R_j$ sebanyak *n* data dimana $j = n$, maka ekspektasi masing-masing *return* aset berdasarkan persamaan (2) dapat ditulis sebagai berikut

$$E\left(R_A\right) = \frac{R_{A1} + R_{A2} + \cdots + R_{Aj}}{n},$$

$$E\left(R_B\right) = \frac{R_{1B} + R_{B2} + \cdots + R_{Bj}}{n}.$$

Sehingga berdasarkan persamaan (5) dapat diketahui variansi pada *return* aset A dan aset B yaitu

$$\sigma_A^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left(R_{Aj} - E\left(R_A\right) \right)^2}{n},$$

$$\sigma_B^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left(R_{Bj} - E\left(R_B\right) \right)^2}{n}.$$

Kovariansi antara *return* aset A dan aset B yang ditulis σ_{AB} menunjukkan hubungan arah pergerakan dari nilai-nilai kedua *return* tersebut didefinisikan sebagai berikut [4] :

$$\sigma_{AB} = \sum_{j=1}^{n} \frac{(R_{jA} - E(R_A)).(R_{jB} - E(R_B))}{n}.$$

Dalam pembentukan portofolio, berdasarkan persamaan (5) *return* portofolio terdiri dari dua aset ditulis sebagai berikut :

$$R_p = w_A R_A + w_B R_B,$$

dengan w_A dan w_B merupakan besar proporsi atau probabilitas yang diberikan investor pada *return* aset A dan aset B. Diketahui persamaan (8) merupakan variansi dari *return* portofolio saham dengan R_p yang terbentuk dari beberapa aset. Jika portofolio terdiri dua aset maka deviasi standar portofolio adalah

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + 2\, w_A w_B \sigma_{AB} + w_B^2 \sigma_B^2}. \tag{11}$$

Jika R_p terdiri dari $R_1, R_2, \dots, R_j$ sebanyak *n* data dimana $j = n$, maka variabel random R_p juga akan memiliki resiko σ_p yang mengikuti persamaan (5) dan VaR portofolio adalah

$$VaR_p = Z_\alpha\, v \sqrt{\sum_{p=1}^{n} \frac{\left(R_p - E(R_p)\right)^2}{n}}.$$

Namun jika σ_p pada persamaan rumus (11) disubstitusikan ke dalam persamaan (10), maka didapat *VaR* pada portofolio yang terdiri dari dua aset adalah

$$VaR_p = Z_\alpha\, v \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + 2\, w_A w_B \sigma_{AB} + w_B^2 \sigma_B^2}.$$

Metode Monte Carlo adalah suatu metode yang digunakan untuk memecahkan masalah perhitungan pada suatu kasus yang berkaitan dengan membangkitkan bilangan random dan data sampling dengan distribusi peluang yang diketahui dan ditentukan [2]. Langkah-langkah simulasi Monte Carlo terbagi dalam 5 langkah, yaitu

1. Membuat distribusi peluang dari suatu data.
2. Membuat distribusi peluang kumulatif untuk tiap-tiap variabel dari langkah pertama.
3. Menentukan interval angka random untuk tiap variabel.
4. Membuat angka random.
5. Membuat simulasi dari rangkaian percobaan.

Misalkan terdapat suatu variabel random $\mathbb{R}$ yang menyatakan nilai *return* aset dengan himpunan terbilang $R_1, R_2, \dots, R_j$. Setiap himpunan memiliki peluang $p_1, p_2, \dots, p_j$ memenuhi syarat-syarat fungsi kepadatan peluang yaitu

$$f\ \ R_j\ \ = P\ \ \mathbb{R} = R_j \quad \text{dengan } j = 1,2,3,\ldots$$

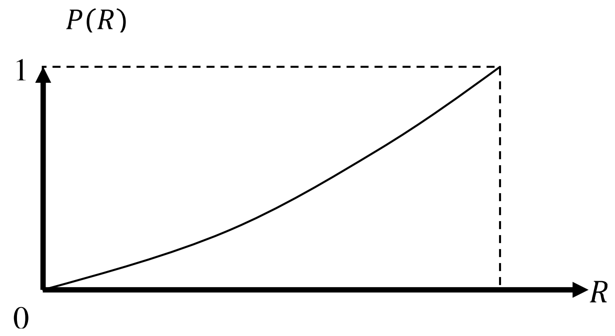
dengan $P\ \ 0\ \ = 0,$ dan $P\ \ R_j\ \ = p_1 + p_2 + \cdots + p_j = 1$. Pada tiap variabel memiliki peluang p_j yang terdistribusi pada interval $[0,1]$ yang menyatakan peluang dari R_j. Apabila telah diketahui peluang tiap himpunan, maka dapat dibentuk peluang kumulatif pada variable tersebut.

Distribusi peluang kumulatif menyatakan besar akumulasi peluang tiap variabel R_j yang dinotasikan dengan p_c. Peluang masing-masing variabel yang telah diurutkan kemudian dibentuk menjadi distribusi peluang kumulatif yaitu $p_1,\ p_2, \ldots,\ p_c$ dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 : Distribusi Peluang Kumulatif Pada Variabel Random $\mathbb{R}$

Variabel (R_j)	Peluang Kumulatif (p_c)
R_1	p_1
R_2	$p_1 + p_2$
$\vdots$	$\vdots$
R_j	$p_1 + p_2 + \cdots + p_j$

Berdasarkan Tabel 1 diketahui peluang kumulatif pada R_j merupakan jumlah dari besar peluang dari variabel pertama hingga variabel ke-j, maka $p_c = P\ \ R\ \ = 1$. Bila digambarkan secara grafik akan terlihat seperti pada Gambar 1.



Gambar 1: Grafik Distribusi Peluang Kumulatif Pada Variabel Random $\mathbb{R}$

Membangkitkan bilangan random dapat dilakukan dengan menentukan secara acak suatu bilangan yang terdistribusi pada suatu interval. Bila akan ditentukan suatu bilangan random yang dinotasikan r dengan nilai yang terdistribusi homogen pada interval peluang [0,1], maka dapat dijamin bahwa r terletak pada interval peluang kumulatif yaitu

$$p_1 + \cdots + p_{c-1} \leq r < p_1 + \cdots + p_c$$

Nilai r yang dipilih mempresentasikan kemunculan variabel R_j, dimana r terletak di antara peluang kumulatif p_{c-1} dan p_c. Maka R_j dinyatakan sebagai suatu nilai *return* yang dihasilkan oleh bilangan bangkit r.

Setelah ditentukan nilai r, maka akan didapatkan $R_1, R_2, \ldots, R_j$ yang menyatakan himpunan nilai variabel random pada suatu data *return* aset yang dihasilkan oleh pembangkitan bilangan random. Diketahui nilai R_j diperoleh secara acak, maka untuk mengetahui hasil *return* dari simulasi sebanyak n data dapat dilakukan perhitungan rata-rata pada variabel tersebut yaitu

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} R_j. \qquad 12$$

Dari persamaan (12) diperoleh μ yang merupakan hasil akhir dari simulasi Monte Carlo terhadap variabel random $\mathbb{R}$ dan dapat dinyatakan sebagai nilai *return* baru dari hasil proses simulasi Monte Carlo dituliskan R_{MC}. Oleh karena itu disimpulkan bahwa

$$R_{MC} = \mu \ ,$$
$$R_{MC} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} R_j. \qquad 13$$

Banyaknya n simulasi dapat dilakukan berulang kali untuk mendapatkan nilai-nilai variabel dalam hal ini *return* yang baru (R_{MC}).

Selanjutnya jika diketahui persamaan (13) menyatakan *return* dari variabel random $\mathbb{R}$ hasil simulasi yang memiliki himpunan $R_1, R_2, \ldots, R_{MC}$, dapat diketahui variansi hasil simulasi Monte Carlo berdasarkan persamaan (5) maka

$$\sigma_{MC}^2 = \sum_{MC=1}^{n} \frac{\left(R_{MC} - E\left(R_{MC}\right)\right)^2}{n}, \qquad (14)$$

dengan σ_{MC} menyatakan deviasi standar yang dihasilkan dengan simulasi Monte Carlo terhadap data *return*. Maka VaR hasil simulasi Monte Carlo ditulis VaR_{MC} dinyatakan sebagai

$$VaR_{MC} = Z_\alpha \, v \, \sigma_{MC}. \qquad 15$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (14) ke persamaan (15) diperoleh

$$VaR_{MC} = Z_\alpha \, v \sqrt{\sum_{MC=1}^{n} \frac{\left(R_{MC} - E\left(R_{MC}\right)\right)^2}{n}}.$$

Jika portofolio terdiri dari dua aset, maka terlebih dahulu masing-masing *return* aset A dan aset B disimulasikan dengan metode Monte Carlo menghasilkan variabel random R simulasi terdiri dari $R_1, R_2, \ldots, R_{MCA}$ dan $R_1, R_2, \ldots, R_{MCB}$. Masing-masing aset juga akan menghasilkan deviasi standar hasil simulasi Monte Carlo mengikuti persamaan (5) dinyatakan sebagai berikut :

$$\sigma_{MCA} = \sqrt{\sum_{A=1}^{n} \frac{\left(R_{MCA} - E\left(R_{MCA}\right)\right)^2}{n}},$$

$$\sigma_{MCB} = \sqrt{\sum_{A=1}^{n} \frac{\left(R_{MCB} - E\left(R_{MCB}\right)\right)^2}{n}}.$$

Lalu, deviasi standar portofolio hasil simulasi dapat dihitung berdasarkan perasamaan (11) berikut :

$$\sigma_{MC\,portofolio} = \sqrt{w_A^2\sigma_{MCA}^2 + 2\,w_A w_B \sigma_{MCA\,MCB} + w_B^2\sigma_{MCB}^2}.$$

Oleh karena itu *VaR* portofolio dengan menggunakan metode simulasi Monte Carlo adalah

$$VaR_{MC\,portofolio} = Z_\alpha\, v \sqrt{w_A^2\sigma_{MCA}^2 + 2\,w_A w_B \sigma_{MCA\,MCB} + w_B^2\sigma_{MCB}^2}.$$

Berikut adalah perhitungan *Value at Risk* Portofolio saham dengan simulasi Monte Carlo menggunakan data harga penutupan saham Semen Indonesia (Persero) Tbk. (SMGR.JK) dan PT. Unilever Indonesia Tbk. (UNVR.JK) periode Januari – Maret 2013. Sebelum melakukan perhitungan *VaR*, terlebih dahulu dilakukan uji normalitas data. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan *software* SPSS.

Tabel 2 : *Output* SPSS Uji Normalitas Data Return Saham

	Kolmogorov-Smirnov[a]		
	Statistic	Df	Sig.
*Return*SMGR.JK	0.094	63	0.200
*Return*UNVR.JK	0.103	63	0.096

Dari Tabel 2 di atas dijelaskan bahwa data terdistribusi normal, yang dapat dilihat dari nilai signifikansi atau nilai probabilitas. Jika nilai signifikan < 0,05 data tidak berdistribusi normal dan sebaliknya jika nilai signifikansi > 0,05 data dikatakan normal. Nilai signifikan untuk nilai *return* SMGR.JK adalah 0,200 dan *return* UNVR.JK adalah 0,096. Nilai probabilitas atau nilai signifikan yang didapat dari kedua data *return* data > 0.05 maka kedua data tersebut terdistribusi normal.

Berdasarkan data yang diambil, dihitung nilai *return* masing-masing saham beserta portofolio. Selanjutnya dilakukan perhitungan ekspektasi *return*, variansi dan deviasi standar masing-masing saham dan portofolio yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 : Ekspektasi *Return*, Variansi, Deviasi Standar Data Saham dan Portofolio

	SMCB.JK	UNVR.JK	PORTFOLIO
Ekspektasi *Return*	0,001683	0,001155	0,001419
Variansi	0,000311	0,000231	0,000168
Deviasi Standar	0,017645	0,015186	0,012978

Pada perhitungan portofolio masing-masing saham diberikan besar proporsi yang sama. Selanjutnya dilakukan perhitungan *VaR* portofolio dengan menempatkan dana awal sebesar Rp 100.000.000,00 yang dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 : Perhitungan *VaR* Portofolio Saham

Dana Awal Portofolio	Rp 100.000.000,00
Tingkat Kepercayaan	0,95
Deviasi Standar Portofolio	0,012978
Value at Risk %	2,13%
Value at Risk	Rp 2.134.685,32

Kedua parameter pada Tabel 3 digunakan untuk simulasi *VaR* dengan Monte Carlo menggunakan program *Microsoft Excel*. Nilai *VaR* selalu berbeda pada masing-masing simulasi. Hal ini disebabkan oleh pembangkitan bilangan random yang dihasilkan. Hasil pehitungan *Value at Risk* Portofolio Saham dengan simulasi Monte Carlo dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 : Nilai Rata-Rata *VaR* dari Perhitungan dengan Simulasi Monte Carlo sebanyak 10 Kali Simulasi

Simulasi Ke-	*Value at Risk*
1	Rp 1.846.410,46
2	Rp 1.948.929,78
3	Rp 2.015.830,30
4	Rp 2.057.030,36
5	Rp 1.911.689,67
6	Rp 1.768.796,58
7	Rp 1.941.229,40
8	Rp 1.970.695,76
9	Rp 1.883.676,47
10	Rp 1.721.812,92
Rata-rata	**Rp 1.906.610,17**

4. KESIMPULAN

Kesimpulan yang penulis dapatkan yaitu perhitungan *VaR* portofolio lebih besar nilainya tanpa menggunakan simulasi Monte Carlo. Pada dasarnya perhitungan *VaR* dengan metode simulasi Monte Carlo memberikan hasil yang tidak berbeda jauh antara satu dengan yang lainnya karena *return* dibangkitkan dengan parameter yang sama. Maka untuk menentukan hasil akhir dari *VaR* simulasi adalah dengan menghitung rata-rata *VaR* hasil simulasi.

Jika dana awal yang diinvestasikan pada portofolio yang terdiri dari dua aset yaitu SMGR.JK dan UNVR.JK sebesar Rp100.000.000, maka dengan tingkat kepercayaan 95% dengan sepuluh kali pengulangan simulasi monte carlo untuk mendapatkan return, menghasilkan rata-rata nilai *VaR* sebesar Rp1.906.610,17. Hal ini dapat diartikan ada keyakinan sebesar 95% bahwa kerugian yang akan diderita investor tidak akan melebihi Rp1.906.610,17 dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 29 Maret 2013.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Cheung, Y. H. & Powell, R.J. 2013. Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study using Parametic Computation and Monte Carlo Simulation. 6 (5) : 101 – 107. *Australasian Accounting Bussiness and Finance Journal*.

[2] Kroese, D. P. 2010. Monte Carlo Methods. *Handbook of Monte Carlo Methods*. The University Of Queensland, Australia.

[3] Husnan, Suad. 2009. *Dasar-Dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas*. Edisi Keempat. Penerbit dan percetakan AMP YKPN, Yogyakarta.

[4] Jogiyanto. 2000. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Edisi ketujuh. Unit penerbit dan percetakan BPPE, Yogyakarta.

[5] Kaura, V. 2006. Portofolio Optimisation Using Value at Risk. *Project Report*. Imperial College London.

[6] Linsmeier, T. J. & Pearson, N. D. 2000. Value at Risk. 56 (2) : 47 – 67. *Financial Analysts Journal*.

[7] Markowitz, H. 1952. Portofolio Selection. 7 (1) : 77 – 91. *Journal of Finance*.

[8] Sunariyah. 2003. *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal*. Edisi Ketiga. Unit penerbit dan percetakan AMP YKPN, Yogyakarta.