

METODE NEW JERSEY UNTUK CADANGAN ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN DISTRIBUSI GOMPERTZ

Ramlah Annuri^{1*}, Tumpal P. Nababan², Aziskhan²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*yiinury@yahoo.com

ABSTRACT

This article discusses the prospective premium reserve modified using New Jersey method on endowment insurance. This method limits calculation of reserves for 20 years. The calculations of the endowment insurance reserve is solved by prior determination of the annuity, single premium, and annual premium based on the distribution of Gompertz.

Keywords: *endowment insurance, Gompertz distribution, modified reserves, New Jersey method*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan premi prospektif yang dimodifikasi menggunakan metode New Jersey pada asuransi jiwa dwiguna. Metode ini membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun. Perhitungan cadangan asuransi jiwa dwiguna diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu anuitas, premi tunggal, dan premi tahunannya berdasarkan distribusi Gompertz.

Kata Kunci: *asuransi jiwa dwiguna, distribusi Gompertz, cadangan modifikasi, metode New Jersey*

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan antara asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka [5: h.88]. Dengan kata lain asuransi jiwa dwiguna memberikan uang pertanggungan baik tertanggung masih hidup atau pun meninggal pada saat berakhirnya masa pertanggungan. Peserta asuransi mempunyai kewajiban membayar premi kepada perusahaan asuransi. Besarnya premi yang dibayarkan dipengaruhi oleh peluang hidup, tingkat bunga, dan biaya lainnya.

Premi yang diterima perusahaan tidak hanya menjadi keuntungan perusahaan asuransi tetapi sebagian juga menjadi kewajiban perusahaan dimasa mendatang. Sebagian dari premi tersebut harus dicadangkan perusahaan sebagai cadangan premi. Cadangan premi merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam

jangka waktu pertanggungsaan [5: h. 123]. Pada umumnya biaya di awal tahun lebih besar yang disebabkan oleh adanya biaya administrasi, sehingga memungkinkan perusahaan mengalami kerugian. Untuk menghindari kerugian tersebut, perhitungan cadangan premi dapat dimodifikasi yang disebut dengan cadangan modifikasi. Besarnya nilai cadangan yang dimodifikasi dihitung menggunakan metode New Jersey. Metode New Jersey membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun.

Pada [6: h.101], perhitungan cadangan premi yang dimodifikasi menggunakan premi bersih. Pada artikel ini dibahas besarnya cadangan menggunakan premi bersih yang dimodifikasi menggunakan metode New Jersey. Perhitungan cadangan diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu nilai tunai anuitas, premi tunggal, dan premi tahunan berdasarkan distribusi Gompertz [8].

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP BERJANGKA DAN PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA BERDASARKAN DISTRIBUSI GOMPERTZ

Pada bagian ini dibahas anuitas hidupberjangka, anuitas tertunda, dan premi asuransi jiwa dwiguna. Terlebih dahulu dibahas peluang hidup seseorang yang berusia x tahun berdasarkan distribusi Gompertz.

Percepatan mortalita dari peserta asuransi yang berusia x tahun berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan dari [3: h. 77] dengan

$$\mu(x) = Bc^x, \quad B > 0, c > 1, x \geq 0.$$

Percepatan mortalita dari seseorang yang berusia $(x + s)$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$\mu(x + s) = Bc^{x+s}. \quad (1)$$

Konstanta B mewakili tingkat kematian secara umum dan c merupakan pertumbuhan spesifik tingkat kematian, dengan [8]

$$g = e^{-e^{-a/b}} \quad \text{dan} \quad c = e^{1/b}.$$

Konstanta a dan b adalah yang memenuhi

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}} b \quad \text{dan} \quad \mu = a - b\gamma.$$

Peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun dinotasikan dengan ${}_t p_x$, yang dinyatakan dengan [4: h. 26]

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu(x+s) ds}. \quad (2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2), maka peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun dapat dinyatakan sebagai berikut (lihat [1]):

$${}_t p_x = g^{c^x (c^t - 1)}.$$

Anuitas hidup berjangka adalah anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan pada jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka yaitu nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan disetiap awal tahun yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [4: h. 112]

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t p_x,$$

dengan v merupakan faktor diskon yang dinyatakan dengan [5: h. 2]

$$v = \frac{1}{1+i}.$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu h tahun dinyatakan dengan [6: h. 59]

$$\ddot{a}_{x:\overline{h}|} = \sum_{t=0}^{h-1} v^t p_x.$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk peserta asuransi yang berusia $x+t$ tahun dengan masa pertanggungan selama $n-t$ tahun, berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan dengan (lihat [1])

$$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k {}_k p_{x+t}.$$

Nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka adalah nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan disetiap akhir tahun polis yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [4: h. 114]

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t p_x.$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka dapat dinyatakan dengan

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Selain menggunakan anuitas awal dan anuitas akhir, perhitungan cadangan dengan metode New Jersey juga menggunakan anuitas tertunda. Anuitas tertunda adalah anuitas yang pembayaran pertamanya dilakukan pada waktu yang akan datang. Pembayaran anuitas yang akan dibayarkan untuk seseorang yang berusia x tahun akan dimulai pada usia $x+u$ tahun (u adalah bilangan bulat), dinyatakan dengan [4: h.123]

$${}_u| \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=f}^{u+n-1} v^t p_x.$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, nilai tunai anuitas hidup awal tertunda berjangka dapat dinyatakan dengan

$${}_u|\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=u}^{u+n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Premi asuransi jiwa dapat dibayarkan sekaligus yang disebut dengan premi tunggal, maupun secara berkala atau sering disebut juga premi tahunan. Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni, yang dinyatakan dengan (lihat [1])

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^1$$

$$A_{x:\overline{n}|} = R \left(-d \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \right),$$

dengan d merupakan tingkat diskon yang dinyatakan dengan [5: h. 2]

$$d = 1 - v.$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dapat dinyatakan dengan

$$A_{x:\overline{n}|} = R \left(1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} \right). \quad (3)$$

Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dengan menggunakan distribusi Gompertz untuk peserta asuransi yang berusia $x + t$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan $n - t$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$A_{x+t:n-t|} = R \left(1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right).$$

Premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna merupakan premi yang dibayarkan setiap tahunnya selama jangka waktu pertanggungan. Prinsip perhitungan premi tahunan asuransi jiwa yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan. Sehingga premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dengan masa pembayaran premi selama h tahun dapat dinyatakan dengan [6: h.58]

$${}_h P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}. \quad (4)$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, premi tahunan untuk asuransi jiwa dwiguna sebagai berikut

$${}_h P_{x:\overline{n}|} = R \left[\frac{\left(1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} \right)}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right]. \quad (5)$$

3. CADANGAN PREMI DENGAN METODE NEW JERSEY

Cadangan retrospektif merupakan perhitungan jumlah total pendapatan di waktu yang lalu sampai saat dilakukan perhitungan cadangan dikurangi dengan jumlah pengeluaran di waktu yang lalu, untuk setiap pemegang polis. Cadangan premi prospektif asuransi dwiguna untuk seseorang yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungans selama n tahun dan pembayaran premi selama h tahun, dengan t menyatakan waktu perhitungan cadangan, dan uang pertanggungans dibayarkan diakhir tahun polis dinotasikan dengan ${}^hV_{x:\overline{n}|}$ yang dinyatakan dengan [2: h. 215]

$${}^hV_{x:\overline{n}|} = \begin{cases} A_{x+t:\overline{n-t}|} - {}^hP_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|} ; & t < h < n \\ A_{x+t:\overline{n-t}|} ; & h \leq t < n. \end{cases}$$

Perhitungan cadangan premi yang dimodifikasi menggunakan premi bersih yang dimodifikasi. Premi modifikasi pada awal tahun dinyatakan dengan α , dan pada tahun berikutnya dinyatakan dengan β selama $s-1$ tahun berikutnya. Cadangan premi modifikasi prospektif pada akhir tahun ke t dinyatakan dengan [6: h. 101]

$${}^hV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{s-t}|} - {}^hP_{x:\overline{n}|} {}^{s-t} | \ddot{a}_{x+t:\overline{h-s}|} .$$

Metode New Jersey membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun, dengan premi awal yang sangat kecil. Dengan kata lain, metode ini hanya dapat diterapkan untuk polis dengan periode pembayaran premi dua puluh tahun atau lebih. Premi awal tahun modifikasi pada metode New Jersey α^J sama dengan besarnya premi natural c_x untuk peserta asuransi yang berusia x tahun. Premi natural adalah premi asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu satu tahun dan diperpanjang setiap tahunnya, dinyatakan dengan [6: h. 55]

$$c_x = v \frac{d_x}{l_x} = v q_x . (6)$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, premi natural dapat dinyatakan dengan (lihat [1])

$$c_x = v (1 - g^{e^x(c-1)}) . (7)$$

Pada metode New Jersey terdapat tiga nilai premi yaitu α merupakan premi bersih untuk tahun pertama modifikasi, β merupakan premi bersih di tiap tahun polis untuk sisa periode modifikasi (19 tahun berikutnya), dan P merupakan premi bersih untuk tahun-tahun selanjutnya. Hubungan antara premi bersih modifikasi dan premi bersih biasa pada metode New Jersey dinyatakan dengan

$$c_x + \beta^J a_{x:\overline{19}|} = {}^hP_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{20}|} . (8)$$

Berdasarkan persamaan (8) dapat ditentukan besarnya premi bersih untuk tahun ke-2 sampai dengan tahun ke-20 modifikasi, yang dinyatakan dengan [6: h. 108]

$$\beta^J = {}^hP_{x:\overline{n}|} + \frac{{}^hP_{x:\overline{n}|} - c_x}{a_{x:\overline{19}|}} . (9)$$

Berdasarkan distribusi Gompertz besarnya premi bersih untuk tahun ke-2 sampai dengan tahun ke-20 modifikasi dinyatakan dengan

$$\beta^J = R \left[\frac{\left(\frac{1-d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) + \left(\frac{\left(\frac{1-d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) - v^h (1-g^{c^x(c-1)})}{\sum_{t=1}^{19} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right)}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right]. \quad (10)$$

Cadangan premi modifikasi dengan metode New Jersey pada akhir tahun ke- t untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dan pembayaran premi dilakukan selama h tahun, dinyatakan dengan (lihat [1])

$${}_t V_{x:n}^J = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - \beta^J \ddot{a}_{x+t:20-t} - {}_h P_{x:n} | \ddot{a}_{x+t:h-t}; & t < 20 \\ A_{x+t:n-t} - {}_h P_{x:n} \ddot{a}_{x+t:h-t} & ; \quad 20 \leq t < h \\ A_{x+t:n-t} & ; \quad h < t < n. \end{cases} \quad (11)$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, cadangan premi modifikasi dengan metode New Jersey untuk $t < 20$ dinyatakan dengan

$${}_t V_{x:n}^J = R \left\{ \left(1-d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) - \beta^J \left(\sum_{k=0}^{19-t} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) - \left(\frac{1-d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) \left(\sum_{k=20-t}^{19-2t+h} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) \right\}. \quad (12)$$

Untuk $20 \leq t < h$ Cadangan premi modifikasi dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan dengan

$${}_t V_{x:n}^J = R \left\{ \left(1-d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) - \left(\frac{1-d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) \left(\sum_{k=0}^{h-t-1} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) \right\}. \quad (13)$$

Dan untuk $h \leq t < n$ Cadangan premi modifikasi dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan dengan

$${}_t V_{x:n}^J = R \left(1-d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right). \quad (14)$$

Contoh Seorang petani berusia 30 tahun membeli polis asuransi jiwa dwiguna 28 tahun, dengan uang pertanggungan yang akan diterima nanti sebesar Rp50.000.000,00. Pembayaran premi dilakukan disetiap awal tahun selama 25 tahun. Apabila terjadi kematian pada petani tersebut atau masa pertanggungan selesai, maka uang pertanggungan ini nantinya akan diberikan pada akhir tahun polis, dengan $i = 2,5\%$.

Lalu akan ditentukan cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode New Jersey serta cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz.

Penyelesaian dari kasus diatas diberikan sebagai berikut: Diketahui $x = 30$, $n = 28$, dan $h = 25$, dengan $R = \text{Rp}50.000.000,00$. Dengan tingkat bunga sebesar 2,5% dan $v = 0,975609756$ serta $d = 0,024390244$. Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999 untuk jenis kelamin laki-laki diketahui $p_{30} = 0,9986252$.

Selanjutnya akan dihitung cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode New Jersey. Sebelum menentukan besarnya cadangan, akan ditentukan besarnya premi tunggal dari asuransi jiwa dwiguna terlebih dahulu, dengan menggunakan data pada Tabel Mortalita Indonesia TMI 1999 diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna sebesar

$$A_{30:\overline{28}|} = R \left(-d \ddot{a}_{30:\overline{28}|} \right) = \text{Rp}50.000.000 (1 - 0,024390244 \times 20,388461)$$

$$A_{30:\overline{28}|} = \text{Rp}25.136.023,2.$$

Dari data dan nilai yang telah diketahui, dengan mensubstitusikan ke persamaan (4) diperoleh premi tahunan yang harus dibayar oleh peserta asuransi jiwa dwiguna yang berusia 30 tahun selama 25 tahun dalam masa pertanggungan 28 tahun, yaitu sebesar

$${}_{25}P_{30:\overline{28}|} = \frac{A_{30:\overline{28}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{25}|}} = \frac{\text{Rp}25.136.023,2}{18,825212}$$

$${}_{25}P_{30:\overline{28}|} = \text{Rp}1.335.231,9.$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (6), diperoleh premi awal tahun modifikasi sebesar

$$c_{30} = \text{Rp}50.000.000,00 (v(1 - p_{30})) = \text{Rp}50.000.000,00 (0,975609756 (1 - 0,9986252))$$

$$c_{30} = \text{Rp}67.063,42.$$

Dengan menggunakan persamaan (20), diperoleh premi modifikasi untuk tahu ke-2 sampai dengan ke-20 sebesar

$$\beta^J = {}_{25}P_{30:\overline{28}|} + \frac{{}_{25}P_{30:\overline{28}|} - c_{30}}{a_{30:\overline{19}|}} = \text{Rp}1.335.231,893 + \frac{\text{Rp}1.335.231,893 - \text{Rp}67.063,415}{14,941546}$$

$$\beta^J = \text{Rp}1.420.107,21.$$

Dengan metode New Jersey dari persamaan (11), cadangan untuk $t < 20$, dengan $t = 5$ sebesar

$$\begin{aligned} {}_5^{25}V_{30:\overline{28}|}^J &= A_{35:\overline{23}|} - \beta^J \ddot{a}_{35:\overline{15}|} - {}_{25}P_{30:\overline{28}|} {}_{15}| \ddot{a}_{35:\overline{20}|} \\ &= \text{Rp}28.429.649,74 - ((\text{Rp}1.420.107,21 \times 12,65485513) \\ &\quad - (\text{Rp}1.335.231,893 \times 10,99153102)) \end{aligned}$$

$${}_5^{25}V_{30:\overline{28}|}^J = \text{Rp} - 4.217.844,082.$$

Cadangan untuk $20 \leq t < h$, dengan $t = 23$ adalah

$${}_{23}^{25}V_{30:\overline{28}|}^J = A_{53:\overline{5}|} - {}_{25}P_{30:\overline{28}|} \ddot{a}_{53:\overline{2}|} = \text{Rp}44.246.227,39 - (\text{Rp}1.335.231,893 \times 2,902742929)$$

$${}_{23}^{25}V_{30:\overline{28}|}^J = \text{Rp}40.370.392,46.$$

Kemudian akan dihitung cadangan prospektif yang disesuaikan dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz. Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 1999 untuk laki-laki, diperoleh nilai konstanta Gompertz yaitu

$$g = 0,939658079 \text{ dan } c = 1,04497295 .$$

Dengan mensubstitusikan data yang telah diketahui kedalam persamaan (3) diperoleh premi tunggal sebesar

$$A_{30:\overline{28}|} = R \left(1 - d \sum_{t=0}^{27} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right) = \text{Rp}50.000.000 (1 - 0,024390244 \times 17,18540235)$$

$$A_{30:\overline{28}|} = \text{Rp} 29.042.192,25.$$

Dari data dan nilai yang telah diketahui, dengan mensubstitusikan kedalam persamaan (5) diperoleh premi tahunan yang harus dibayar oleh peserta asuransi jiwa dwiguna yang berusia 30 tahun selama 25 tahun dalam masa pertanggungan 28 tahun dengan menggunakan distribusi Gompertz, yaitu sebesar

$${}_{25}P_{30:\overline{28}|} = R \left[\frac{\left(1 - d \sum_{t=0}^{27} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)}{\sum_{t=0}^{24} v^t g^{c^{30}(c^t-1)}} \right] = \text{Rp}50.000.000,00 \left[\frac{0,580843845}{12,25039302} \right]$$

$${}_{25}P_{30:\overline{28}|} = \text{Rp}1.789.911,4.$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (7), diperoleh premi awal tahun modifikasi berdasarkan distribusi Gompertz sebesar

$$c_{30} = R (v (1 - g^{c^{30}(c-1)})) = \text{Rp}50.000.000,00 (0,975609756 (1 - 0,794433791))$$

$$c_{30} = \text{Rp}508.323,73.$$

Dengan menggunakan persamaan (10), diperoleh premi modifikasi untuk tahun ke-2 sampai dengan ke-20 berdasarkan distribusi Gompertz, yaitu sebesar

$$\beta^J = R \left[\frac{\left(\frac{\left(1 - d \sum_{t=0}^{28} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)}{\sum_{t=0}^{24} v^t g^{c^{30}(c^t-1)}} \right) - \left(1 - g^{c^{30}(c-1)} \right)}{\sum_{t=1}^{19} v^t g^{c^{30}(c^t-1)}} \right]$$

$$\beta^J = \text{Rp}1.789.911,4 + \frac{\text{Rp}1.789.911,4 - \text{Rp}508.323,73}{13,775345} = \text{Rp}1.882.946,29.$$

Kemudian, dengan menggunakan metode New Jersey berdasarkan dari persamaan (12), cadangan untuk $t < 20$, dengan $t = 5$ sebesar

$${}_{25}V_{30:\overline{28}|}^J = R \left\{ \left(1 - d \sum_{k=0}^{22} v^k g^{c^{35}(c^k-1)} \right) - \beta^J \left(\sum_{k=0}^{14} v^k g^{c^{35}(c^k-1)} \right) - \frac{\left(1 - d \sum_{t=0}^{28} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)}{\left(\sum_{t=0}^{24} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)} \left(\sum_{k=15}^{34} v^k g^{c^{35}(c^k-1)} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
{}_{25}V_{30:28}^J &= \text{Rp}31.701.405,93 - \text{Rp}20.540.455,97 - \text{Rp}11.549.334,52 \\
&= \text{Rp} - 388.384,56
\end{aligned}$$

Dari persamaan (13), cadangan untuk $20 \leq t < h$ berdasarkan distribusi Gompertz, dengan $t = 23$ adalah

$${}_{25}V_{30:28}^J = R \left\{ \left(1 - d \sum_{k=0}^4 v^k g^{c^{53}(c^k-1)} \right) - \frac{\left(1 - d \sum_{t=0}^{28} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)}{\left(\sum_{t=0}^{24} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} \right)} \sum_{k=0}^1 v^k g^{c^{53}(c^k-1)} \right\}$$

$${}_{25}V_{30:28}^J = \text{Rp}44.518.909,4 - (\text{Rp}1.789.911,4 \times 1,947901) = \text{Rp}41.032.339,19.$$

Perhitungan lebih lengkap cadangan prospektif dengan metode New Jersey, dan cadangan prospektif dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz untuk peserta asuransi berusia 30 tahun dengan masa pertanggungan asuransi 28 tahun dan masa pembayaran premi selama 25 tahun diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Tabel cadangan prospektif dengan metode New Jersey, dan cadangan prospektif dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz pada asuransi jiwa dwiguna.

| Tahun | ${}_hP_{x:\overline{n} }$ (Rp) | ${}_hP_{x:\overline{n} }$ dg dist.Gompertz (Rp) | ${}_tV_{x:\overline{n} }^J$ (Rp) | ${}_tV_{x:\overline{n} }^J$ dg dist. Gompertz (Rp) |
|-------|-----------------------------------|--|-------------------------------------|---|
| 0 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -12.840.512,91 | -8.322.516,17 |
| 1 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -11.247.789,29 | -7.039.342,29 |
| 2 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -9.591.910,33 | -5.714.773,81 |
| 3 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -7.870.189,64 | -4.344.692,35 |
| 4 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -6.079.777,60 | -2.924.480,34 |
| 5 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -4.217.844,08 | -388.384,56 |
| 6 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -2.281.160,46 | 87.673,32 |
| 7 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | -266.577,48 | 1.691.933,99 |
| 8 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 1.829.283,57 | 3.371.131,15 |
| 9 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 4.010.099,46 | 5.133.473,17 |
| 10 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 6.279.619,02 | 6.988.184,39 |
| 11 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 8.641.801,67 | 8.945.639,50 |
| 12 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 11.100.713,14 | 11.017.518,05 |
| 13 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 13.660.650,42 | 13.216.982,33 |
| 14 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 16.325.989,88 | 15.558.882,68 |
| 15 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 19.101.270,80 | 18.059.994,76 |
| 16 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 21.991.242,86 | 20.739.294,47 |
| 17 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 25.000.705,96 | 23.618.276,94 |
| 18 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 28.134.763,85 | 26.721.327,54 |
| 19 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 31.398.839,60 | 30.076.154,25 |
| 20 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 34.798.648,80 | 33.714.292,67 |
| 21 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 37.021.267,00 | 36.043.822,28 |
| 22 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 39.297.832,88 | 38.479.574,84 |

| Tahun | ${}_h P_{x:\overline{n} }$ (Rp) | ${}_h P_{x:\overline{n} }$ dg dist.Gompertz (Rp) | ${}_i V_{x:\overline{n} }^J$ (Rp) | ${}_i V_{x:\overline{n} }^J$ dg dist. Gompertz (Rp) |
|-------|------------------------------------|---|--------------------------------------|--|
| 23 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 41.629.750,65 | 41.032.339,22 |
| 24 | 1.335.231,893 | 1.789.911,4 | 44.018.574,82 | 43.714.283,01 |
| 25 | 0 | 0 | 46.465.638,25 | 46.539.151,60 |
| 26 | 0 | 0 | 47.615.934,08 | 47.629.200,32 |
| 27 | 0 | 0 | 48.793.902,56 | 48.780.487,80 |

4. KESIMPULAN

Pada perhitungan cadangan premi modifikasi dengan menggunakan metode New Jersey terdapat tiga nilai premi bersih. Hubungan antara ketiga premi bersih tersebut dinyatakan dengan $\alpha < P < \beta$. Metode New Jersey membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun. Cadangan prospektif dengan metode New Jersey menghasilkan besaran cadangan yang lebih besar dibandingkan besaran cadangan premi dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Gompertz. Hal ini disebabkan oleh adanya konstanta Gompertz yang mempengaruhi peluang hidup dari peserta asuransi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Annuri, R. 2014. *Metode New Jersey untuk Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna dengan Distribusi Gompertz*. Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru.
- [2] Bain, L.J., & Max Engelhardt. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics Second Edition*. Duxbury Press, Belmont, California.
- [3] Bowers, N.L., H.U. Gerber., J.C. Hickman., D.A. Jones, & C.J. Nesbitt. 1986. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, Schaumburg.
- [4] Dickson, D.C.M., M.R. Hardy, & H.R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Press, New York.
- [5] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [6] Menge, W. O. & C. H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*. Ulrich's Books Inc. Michigan.
- [7] Purcell, E.J., D. Verberg, & S.E. Rigdon. 2003. *Kalkulus Edisi 8*. Terj. I Nyoman Susila, Ph.D. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- [8] Willemse, W.J. & H. Koppelaar. 2000. Knowledge Elicitation of Gompertz's Law of Mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2: 168-179.