LOADING PREMI KOTOR TAHUNAN DENGAN HUKUM *DE MOIVRE* PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA

Ryska Shelvyana[1*], Hasriati[2], T.P. Nababan[2]

[1]Mahasiswa Program S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

[*]ryskashelvyana@ymail.com

ABSTRACT

This article discusses the calculation of the loading annual gross premium with De Moivre's law at term life insurance. In insurance the loading is obtained by substracting net premium from gross premium. Loading is affected by a single premium, present value of annuity, annual premium payment with k times a year using the De Moivre's law.

Keywords: Term life insurance, net premium, gross premium, loading and De Moivre's law

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang perhitugan *loading* premi kotor tahunan dengan hukum *De Moivre* pada asuransi jiwa berjangka. Dalam asuransi perhitungan *loading* diperoleh dengan mengurangkan premi bersih dari premi kotor. Besar *loading* dipengaruhi oleh nilai premi tunggal, nilai tunai anuitas, nilai premi tahunan dengan k kali pembayaran setahun menggunakan hukum *De Moivre*.

Kata kunci: Asuransi jiwa berjangka, premi bersih, premi kotor, nilai *loading* dan hukum *De Moivre*

1. PENDAHULUAN

Di Indonesia terdapat dua kategori asuransi yaitu asuransi perorangan dan asuransi gabungan. Yang membedakannya yaitu jumlah sitertanggung, dimana asuransi perorangan terdiri dari satu orang sedangkan asuransi gabungan terdiri dari dua orang atau lebih. Berdasarkan waktu perlindungan asuransi terdiri dari asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna.

Peserta yang mengikuti program asuransi jiwa maka akan menyepakati sebuah kontrak, dimana dalam kontrak perusahaan asuransi akan membayarkan sejumlah uang kepada peserta asuransi dalam bentuk uang pertanggungan apabila terjadi klaim dan peserta akan membayarkan sejumlah kepada perusahaan asuransi yang disebut premi. Premi adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan peserta kepada perusahaan asuransi dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Premi yang dibayarkan oleh peserta berbentuk premi kotor, dimana dari premi kotor tersebut terdapat *loading* yang akan digunakan oleh perusahaan asuransi manajemen sebuah produk asuransi yang ditawarkan kepada masyarakat.

Untuk menentukan *loading* diperlukan premi tunggal, nilai tunai anuitas awal hidup dan premi tahunan yang dipengaruhi oleh peluang hidup seseorang dan peluang meninggal seseorang. Ada beberapa cara untuk menentukan *loading* dengan menggunakan hukum *De Moivre* yang pada dasarnya hukum tersebut digunakan untuk percepatan mortalita. Dengan dipengaruhi oleh fungsi kepadatan peluang maka hukum *De Moivre* dapat digunakan untuk menentukan peluang hidup seseorang dan peluang meninggal seseorang.

Pada artikel ini, dibahas tentang *loading* yaitu selisih dari premi kotor dan premi bersih yang terdapat pada Futami [4], dengan jangka pertanggungan asuransi jiwa berjangka yang merupakan suatu jangka waktu tertentu dimana perusahaan asuransi membayarkan uang pertangungan kepada tertanggung bila peserta meninggal dalam jangka waktu tersebut pada Achidijat [1], dengan mengunakan hukum *De Moivre* yang terdapat pada Finan [3].

2. NILAI TUNAI ANUITAS DAN PREMI ASURANSI JIWA BERJANGKA

Dalam perhitungan *loading* premi kotor asuransi jiwa berjangka, diperlukan premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka k kali pembayaran premi tahunan asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui dan selanjutnya tidak ada lagi pembayaran premi k kali hingga jangka waktu n tahun. Nilai tunai anuitas k kali pembayaran adalah suatu pembayaran yang dilakukan berdasarkan hidup atau meninggalnya seseorang dalam k kali pembayaran. Apabila pembayaran tersebut dilakukan diawal periode maka dinamakan anuitas hidup awal. Sementara premi tahunan asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran merupakan pembayaran premi yang dilakukan k kali setahun selama masa pertanggungan n tahun. Premi tahunan dipengaruhi oleh premi tunggal dan nilai tunai anuitas hidup awal. Sedangakan, premi tunggal dan nilai tunai anuitas hidup awal dipengaruhi oleh peluang hidup, peluang meninggal dan faktor diskon.

Fungsi kepadatan peluang untuk hukum *De Moivre* [3] adalah

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\omega} & 0 \le x \le \omega \\ 0 & x \text{ lainnya.} \end{cases} \tag{1}$$

Dimana x merupakan umur seseorang dan ω merupakan perkiraan umur maksimal seseorang.

Berdasarkan persamaan (1), diperoleh peluang hidup seseorang dengan pembayaran k kali yang berumur x hingga 1 tahun dan peluang meninggal seseorang yang berumur $x+t$ sebagai

$$
{}_{\frac{1}{k}}p_x = \frac{\omega - x - \frac{1}{k}}{\omega - x}, \tag{2}
$$

dan

$$
q_{x+\frac{1}{k}} = \frac{\frac{1}{k}}{\omega - x - \frac{1}{k}}. \tag{3}
$$

Berdasarkan peluang hidup dan peluang meninggal pada persamaan (2) dan (3), akan dicari perhitungan premi tunggal asuransi jiwa berjangka dan nilai tunai anuitas awal berjangka.

Pada premi tahunan asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran digunakan premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran dan nilai tunai anuitas awal k kali pembayaran.

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran dengan jangka waktu perlindungan n tahun dinyatakan

$$
A'^{(k)}_{x:n|} = \sum_{t=0}^{nk-1} v^{\frac{t+1}{k}} \, {}_{\frac{t}{k}}p_x \cdot {}_{\frac{1}{k}}q_{x+\frac{t}{k}}, \tag{4}
$$

dengan faktor diskon [2] dinyatakan

$$
v = \frac{1}{1+i}. \tag{5}
$$

Berdasarkan hukum *De Moivre*, premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran berumur x tahun dengan masa pertangungan n tahun dinyatakan

$$
A'^{k}_{x:\overline{n}|} = \left(\frac{v^{\frac{1}{k}}}{k(\omega - x)} \right) \ddot{a}^{(k)}_{\overline{n}|}. \tag{6}
$$

Dimana $\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n}|}$ merupakan nilai anuitas pasti awal selama n tahun dinyatakan

$$
\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{d^{(k)}}, \tag{7}
$$

dengan tingkat diskonto [2] dinyatakan

$$
d^{(k)} = k\left[1 - v^{\frac{1}{k}} \right]. \tag{8}
$$

Nilai tunai anuitas hidup berjangka awal k kali pembayaran selama n tahun dinyatakan

$$\ddot{a}_{x:n|}^{(k)} = \sum_{t=0}^{nk-1} \frac{1}{k} v^{\frac{1}{k}} {}_{\frac{t}{k}}p_x. \tag{9}$$

Berdasarkan persamaan (9), maka diketahui nilai tunai anuitas awal yang dinyatakan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{k} = \frac{k\left(1 - v^n {}_n p_x\right) - A_{x:\overline{n}|}^{k}}{d^k}. \tag{10}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (2) peluang hidup disubstitusikan kedalam persamaan (6) dan persamaan (10), diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal k kali pembayaran dengan jangka waktu n tahun dinyatakan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{k} = \left[\ddot{a}_{\overline{n}|}^{k} + \frac{kv^n n - v^{\frac{1}{k}} \ddot{a}_{\overline{n}|}^{k}}{d^k k(\omega - x)} \right], \tag{11}$$

dengan ω merupakan perkiraan umur maksimal seseorang.

Menurut Goeters [5], premi tahunan asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran untuk seseorang yang berumur x tahun dengan masa waktu perlindungan n tahun dengan uang pertanggungan sebesar 1 dibayarkan diakhir tahun polis dinyatakan

$$P_{x:\overline{n}|}^{'(k)} = \frac{A_{x:\overline{n}|}^{'(k)}}{\ddot{a}_{x:n|}^{'(k)}}. \tag{12}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (6) dan (11), maka akan diperoleh premi tahunan asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran dengan masa perlindungan n tahun dan uang pertanggungan dibayarkan sebesar 1 dibayarkan diakhir tahun polis dinyatakan

$$P'^{\,k}_{x:\overline{n}|} = \left(\frac{v^{\frac{1}{k}} \ddot{a}_{\overline{n}|}^{k} d^k}{\ddot{a}_{\overline{n}|}^{k} d^k k(\omega - x) + kv^n n - v^{\frac{1}{k}} \ddot{a}_{\overline{n}|}^{k}} \right). \tag{13}$$

Menurut Futami [4], premi kotor asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran untuk seseorang yang berumur x tahun dengan masa waktu perlindungan n tahun dengan uang pertanggungan sebesar 1 dibayarkan diakhir tahun polis dengan biaya tambahan biaya penutupan baru (α), biaya pengumpulan premi (β) dan biaya pemeliharaan (γ) dinyatakan

$$G_{x:\overline{n}|}^{'(k)} = \frac{A_{x:\overline{n}|}^{'(k)} + \alpha + \gamma \ddot{a}_{x:n|}^{'(k)}}{(1 - \beta)\ddot{a}_{x:n|}^{'(k)}}. \tag{14}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (6) dan (11), maka akan diperoleh premi kotor asuransi jiwa berjangka k kali pembayaran dengan masa perlindungan n tahun dan uang pertanggungan dibayarkan sebesar 1 dinyatakan

$$G'^{k}_{x:\overline{n}|}=\frac{\left(\dfrac{v^{\frac{1}{k}}}{k(\omega-x)}\right)\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\alpha+\gamma\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\dfrac{kv^{n}n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}}{d^{k}k(\omega-x)}}{(1-\beta)\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\dfrac{kv^{n}n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}}{d^{k}k(\omega-x)}}. \tag{15}$$

3. *LOADING* PREMI KOTOR TAHUNAN DENGAN HUKUM *DE MOIVRE* PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA

Para peserta asuransi, premi yang akan dibayarkan kepada perusahaan asuransi adalah premi kotor. Di dalam premi kotor terdapat *loading* yang dinotasikan $B'^{(k)}_{x:\overline{n}|}$. Metode ini dikemukan oleh T.B. Sprague, yang mana besar *loading* ini dipengaruhi oleh biaya pengeluaran dan besarnya pendapatan serta pengeluaran yang telah dimasukkan oleh premi, dimana premi bersih ditambahkan *loading* merupakan premi kotor [4].

Premi Bersih + *Loading* = Premi Kotor

Loading = Premi Kotor – Premi Bersih

$$B'^{(k)}_{x:\overline{n}|}=G'^{(k)}_{x:\overline{n}|}-P'^{(k)}_{x:\overline{n}|} \tag{16}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (13) dan (15) kepersamaan (16) dengan uang pertanggungan sebesar R, maka diperoleh *loading* dengan hukum *De Moivre* dinyatakan

$$B'^{(k)}_{x:\overline{n}|}=R\left(\frac{\left(\dfrac{v^{\frac{1}{k}}}{k(\omega-x)}\right)\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\alpha+\gamma\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\dfrac{kv^{n}n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}}{d^{k}k(\omega-x)}}{(1-\beta)\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}+\dfrac{kv^{n}n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}}{d^{k}k(\omega-x)}}-\left(\frac{v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}d^{k}}{\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}d^{k}k(\omega-x)+kv^{n}n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|}}\right)\right). \tag{17}$$

Contoh Pak Andri yang tahun ini genap berusia 40 tahun dan bekerja disuatu perusahaan textile. Pak Andri ingin mengikuti program asuransi jiwa berjangka dengan lama masa pertanggungan 10 tahun. Jika umur pak Andri diperkirakan maksimal 70 tahun dan uang pertanggungan yang akan diterima oleh ahli waris ketika pak Andri meninggal sebesar Rp50.000.000. Pak Andri diharuskan membayar premi yang telah dikenakan biaya penutupan baru (α) sebesar 2%, biaya pengumpulan premi (β) sebesar 2,5% dan biaya pemeliharaan (γ) sebesar 0,1%. Maka hitunglah *loading* dari premi kotor yang harus dibayar pak Andri selama 10 tahun dengan dengan 2 kali pembayaran dan dengan jumlah tingkat bunga 5% menggunakan hukum *De Moivre*, dapat ditentukan dengan langkah berikut.

Dari contoh diketahui bahwa $\omega = 70$ tahun, $x = 40$ tahun, $n = 10$ tahun, $i = 5\,\%$, $\alpha = 2\,\%$, $\beta = 2\,\%$, $\gamma = 2.5\,\%$, $R =$ Rp50.000.000 dan $k = 2$.

Dengan menggunakan persamaan (5), diperoleh

$$v = \frac{1}{1+i},$$

$$v = \frac{1}{1+5\%} = \frac{1}{1+0{,}05} = 0{,}952381.$$

Dengan menggunakan persamaan (8), diperoleh

$$d^{(k)} = k(1 - v^{\frac{1}{k}}),$$

$$d^{(2)} = 2\left(1 - 0{,}952380^{\frac{1}{2}}\right) = 0{,}048200.$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (7), diperoleh

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(k)} = \frac{1 - v^n}{d^{(k)}},$$

$$\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(2)} = \frac{1 - (0{,}952381)^{10}}{0{,}048200} = 8{,}010103.$$

Sehingga berdasarkan persamaan (6) diperoleh premi tunggal asuransi jiwa berjangka k kali setahun sebagai berikut

$$A'^{k}_{x:\overline{n}|} = \left(\frac{v^{\frac{1}{k}}}{k(\omega - x)}\right)\ddot{a}^{k}_{\overline{n}|},$$

$$A'^{2}_{x:\overline{n}|} = \left(\frac{0{,}952381^{\frac{1}{2}}}{2(70-40)}\right).(8{,}010103),$$

$$A'^{2}_{x:\overline{n}|} = (0{,}016265).(8{,}010103),$$

$$A'^{2}_{x:\overline{n}|} = 0{,}130284.$$

Dengan menggunakan persamaan (11) diperoleh nilai tunai anuitas awal berjangka k kali setahun sebagai berikut

$$\ddot{a}^{k}_{x:\overline{n|}} = \left[\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}} + \frac{kv^{n}n - v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}}{d^{(k)}k(\omega - x)} \right],$$

$$\ddot{a}^{(2)}_{40:\overline{10|}} = 8{,}010103 + \left(\frac{2\left((0{,}952381)^{10}10\right) - (0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010103)}{0{,}048200 \times 2(70-40)} \right),$$

$$\ddot{a}^{(2)}_{40:\overline{10|}} = 8{,}010123 + \left(\frac{(12.27827) - (7{,}817059)}{2.89200} \right),$$

$$\ddot{a}^{(2)}_{40:\overline{10|}} = 8{,}010123 + \left(\frac{4.461211}{2.89200} \right) = 9.552707.$$

Berdasarkan persamaan (13) diperoleh

$$P'^{(k)}_{x:\overline{n|}} = \left(\frac{v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}d^{(k)}}{\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}d^{(k)}k(\omega - x) + kv^{n}n - v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}} \right),$$

$$P'^{(2)}_{40:\overline{10|}} = \frac{(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010103)(0{,}048200)}{(8{,}010103)(0{,}048200)(2)(70-40) + (2(0{,}952381)^{10}10) - (0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010103)},$$

$$P'^{(2)}_{40:\overline{10|}} = 50.000.000{,}00\frac{0{,}37678}{21.48729} = 681.921.88.$$

Dengan menggunakan persamaan (15), diperoleh

$$G'^{(k)}_{x:\overline{n|}} = \frac{\left(\frac{v^{\frac{1}{k}}}{\omega - x} \right)\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}} + \alpha + \gamma\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}} + \frac{v^{n}n - v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}}{d^{(k)}(\omega - x)}}{(1-\beta)\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}} + \frac{v^{n}n - v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{\overline{n|}}}{d^{(k)}(\omega - x)}},$$

$$G'^{(k)}_{40:\overline{10}|}=\frac{\left(\frac{0{,}952381^{\frac{1}{2}}}{2(70-40)}\right)(8{,}010103)+2\%+0{,}1\%(8{,}010103)+\left(\frac{\left(2(0{,}952381)^{10}10\right)-(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010103)}{0{,}048200(2)(70-40)}\right)}{(1-2{,}5\%)8{,}010103+\left(\frac{\left(2(0{,}952381)^{10}10\right)-(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010103)}{0{,}048200(2)(70-40)}\right)},$$

$$G'_{40:\overline{10}|}=50.000.000.00\left(\frac{1.772989}{9.352454}\right)=857.051.88.$$

Atau dengan menggunakan persamaan (17), diperoleh

$$B'^{(k)}_{x:\overline{n}|}=R\left[\left(\frac{\frac{v^{\frac{1}{k}}}{\omega-x}\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}+\alpha+\gamma\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}+\frac{v^n n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}}{d^{(k)}(\omega-x)}}{(1-\beta)\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}+\frac{v^n n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}}{d^{(k)}(\omega-x)}}\right)-\left(\frac{v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}d^{(k)}}{\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}d^{(k)}(\omega-x)+v^n n-v^{\frac{1}{k}}\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}}\right)\right],$$

$$B'^{(k)}_{40\overline{10}||}=\left[\frac{\left(\frac{0{,}952381^{\frac{1}{2}}}{(70-40)}\right)(8{,}010123)+2\%+0{,}1\%8{,}010123+\left(\frac{\left((0{,}952381)^{10}10\right)-(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010123)}{0{,}048200(70-40)}\right)}{(1-2{,}5\%)8{,}010123+\left(\frac{\left((0{,}952381)^{10}10\right)-(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010123)}{0{,}048200(70-40)}\right)}-\frac{(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010123)(0{,}048200)}{(8{,}010123)(0{,}048200)(70-40)+((0{,}952381)^{10}10)-(0{,}952381)^{\frac{1}{2}}(8{,}010123)}\right],$$

,

$$B'^{(k)}_{40:\overline{10}|}=50000000[0.021660-0.01774],$$

$$B'^{(k)}_{x:\overline{n}|}=176.380.00.$$

Jadi diperoleh besar *loading* dari premi kotor tahunan sebesar Rp176.380.00

4. KESIMPULAN

Besarnya *loading* bergantung terhadap lama masa pertanggungan, tinggi usia peserta asuransi dan besarnya tingkat bunga. Semakin lama masa pertanggungannya semakin kecil *loading* yang akan dibayarkannya dan semakin tinggi usia peserta dan tingkat bunga maka semakin besar *loading* yang dibayarkannya kepada perusahaan asuransi. Perhitungan *loading* menggunakan hukum *De Moivre* lebih kecil dibandingkan dengan perhitungan *loading* tanpa menggunakan *De Moivre*.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Achidijat, Didi. 1990. *Prinsip-Prinsip Aktuarian Asuransi Jiwa*. Gunadarma, Jakarta.

[2] Dickson, D.C.M., M.R. Hardy, & H.R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks.* Cambridge University Pres, Cambridge.

[3] Finan, M. B. 2011. *A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L.* Lecture Notes. Arkansas Tech Univesity, Arkansas.

[4] Futami, Takashi. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa*, *Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo.

[5] Goeters, P. _ . *Annuities, Insurance and Life.* Departement of Mathematics Auburn University. Auburn, Al 36849-5310 diakses http: //www. auburn.edu /~ goetehp/acttex/acttex.pdf