

MENGHITUNG BUNGA KUR DAN NILAI KESETIMBANGAN HUTANG MENGUNAKAN APLIKASI GEOGEBRA

Saiful Ghozi

Program Studi Perbankan dan Keuangan, Politeknik Negeri Balikpapan
Jl. Soekarno Hatta Km 08 Balikpapan
saiful.ghozi@poltekba.ac.id

ABSTRAK

Dalam artikel ini akan dibahas penggunaan aplikasi *Geogebra* dalam persoalan matematika keuangan. Persoalan pertama adalah menentukan nilai bunga anuitas dari sebuah tabel yang dikeluarkan oleh lembaga jasa keuangan bank. Persoalan kedua adalah menentukan nilai kesetimbangan antara utang dengan bunga majemuk dan tabungan anuitas dengan bunga dan tenor yang sama. Melalui *applet* yang dibuat dengan aplikasi Geogebra, didapatkan penyelesaian dari persoalan diatas. Penggunaan Geogebra menghasilkan beberapa pendekatan dalam penyelesaian persoalan, yaitu secara aljabar dan geometri. Seain itu fasilitas slider pada Geogebra bermanfaat dalam eksplorasi perubahan nilai parameter.

Kata kunci : geogebra, keseimbangan hutang, anuitas, bunga.

ABSTRACT

This paper discusses utilization of Geogebra in financial problem. The first problem is determining annuity rate base on KPR table which is published by bank of BRI. The second is determining the balance owing and paid on the same tenor. Through the *applet* had been made by Geogebra, the problems above was solved. The utilization of Geogebra results several approach in solving financial problem, i.e., algebra and geometry. Moreover, slider tool on Geogebra is useful for exploration of parameter differentiation. **Keyword:** Geogebra, owing balance, annuity, rate.

Keywords: geogebra, owing balance, annuity, rate.

Pendahuluan

Hasil penelitian Cole dkk (2009) di Indonesia dan India menyatakan bahwa literasi keuangan adalah prediktor permintaan jasa keuangan. Sehingga dengan tingkat literasi keuangan yang rendah akan mengakibatkan jumlah masyarakat yang memanfaatkan produk atau jasa keuangan di Indonesia juga rendah (Hidayat,2015). Padahal salahsatu media pemerintah dalam memfasilitasi

kegiatan perekonomian masyarakat adalah melalui layanan bank. Untuk itu diperlukan peningkatan literasi keuangan masyarakat indoensia agar aktifitas pemanfaatan produk atau jasa keuangan di Indonesia meningkat.

Di Indonesia, matematika keuangan adalah salahsatu topik matematika yang sudah mulai diajarkan di level sekolah dan masuk dalam sebaran matematika peminatan pada

kurikulum 2013. Dan di level perguruan tinggi khususnya di Politeknik Negeri Balikpapan, pembelajaran matematika keuangan menjadi kendala bagi mahasiswa program studi Keuangan dan Perbankan yang tidak memiliki dasar matematika yang baik di level sebelumnya. Sehingga cenderung membahas konsep dasar yang mestinya dipelajari di level sekolah menengah. Untuk itu diperlukan visualisasi yang baik dari konsep matematika keuangan sehingga memudahkan mahasiswa dalam mempelajari matematika keuangan.

Pemodelan nilai majemuk (*Compound Value*) dan nilai yang akan datang (*Future Value*) dengan Geogebra telah dilakukan, dimana nilai kesetimbangan antara nilai majemuk (*Compound Value*) dan nilai yang akan datang (*Future Value*) pada saat $i=10\%$ dicapai pada saat $n = 216$ (Ghozi, 2017b). Dalam artikel ini akan disajikan *best practice* dari visualisasi dan penyelesaian persoalan matematika keuangan dengan menggunakan aplikasi opensource Geogebra. Di berbagai literatur aktifitas diatas disebut sebagai *Computer-assisted Learning (CAL)* (Rosadi, 2015).

Geogebra adalah aplikasi yang interaktif dan dinamis untuk geometri, aljabar, dan kalkulus yang diperuntukkan bagi kelas pembelajaran. Geogebra

dikembangkan pertama kali oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001. Hingga kini Geogebra telah mengalami perbaikan perbaikan fitur termasuk diantara tampilan grafis dalam statistik. GeoGebra saat ini telah digunakan oleh lebih dari 20 juta guru dan murid diberbagai jenjang. 155 Geogebra Institut (IGI) telah didirikan diseluruh dunia dan diterjemahkan dalam 62 bahasa. Selain sebagai bagian dari alat bantu dalam *Computer-assisted Learning (CAL)*, Geogebra dapat juga berfungsi sebagai alat pemodelan (Hall and Thomas, 2017).

Persoalan 1. Berikut disajikan sebuah tabel angsuran KUR yang dikeluarkan secara resmi oleh bank BRI. Informasi yang dicantumkan menyatakan bahwa suku bunganya 0,412% flat per bulan. Namun berapa sebenarnya suku bunga anuitasnya, mengingat system yang dipakai bank acuannya adalah suku bunga anuitas,?

BRI Unit KLANDASAN
 Jl. Jend Sudirman, Ruko Bandar Blok -E No 07
 Depan Polres Klandasan (Asram Putra)
 (0542) 739 256
 Contact Person
UDI 0853 9130 2071
SANTI 0812 5447 3226
AJAT 0812 5181 6993
RIFALDI 0823 5270 8946

TABEL ANGSURAN KUR

BESAR PINJAMAN	BESAR ANGSURAN BERDASARKAN JANGKA WAKTU			
	12 BLN	18 BLN	24 BLN	36 bln
1,000,000	87,453	59,586	45,687	31,798
3,000,000	262,360	178,767	137,060	95,393
5,000,000	437,267	297,978	228,433	158,989
8,000,000	699,627	476,764	365,493	254,382
10,000,000	874,533	595,956	466,867	317,978
13,000,000	1,136,893	774,742	593,927	413,371
15,000,000	1,311,800	893,933	685,300	476,967
20,000,000	1,749,067	1,191,911	913,733	635,956
25,000,000	2,186,333	1,489,889	1,142,167	794,944

Gambar 1. Tabel KPR KUR BRI

(sumber: Bank BRI Unit Klandasan Balikpapan)

Untuk menentukan suku bunga anuitasnya dari tabel angsuran membutuhkan literasi yang cukup panjang. Fitur dalam Geogebra dapat digunakan untuk menentukan nilai suku bunga anuitas.

Diketahui bahwa persamaan anuitas adalah

$$PV = \frac{(1-(1+i)^{-n})}{i} A \dots\dots\dots(\text{Pers. 1})$$

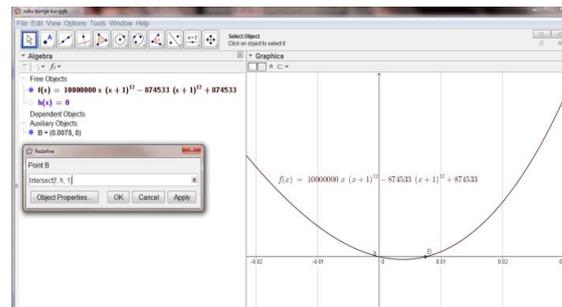
maka dengan manipulasi aljabar diperoleh persamaan polinom berderajat n+1:

$$PV(1+i)^n i - A(1+i)^n + A = 0 \dots\dots\dots(\text{Pers. 2})$$

Dan dengan mengambil salahsatu tenor n =12 dan PV=10.000.000 pada tabel, didapat persamaan polinom berderajat 13:

$$10.000.000(1+i)^{12}i - 874.533(1+i)^{12} + 874.533 = 0 \dots\dots\dots(\text{Pers. 3})$$

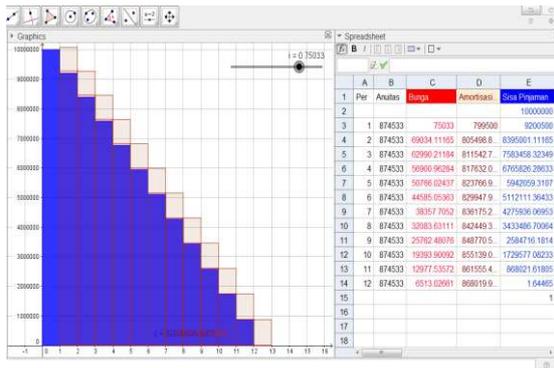
Melalui aplikasi Geogebra didapat sajian grafik dalam gambar 2 sebagai berikut.



Gambar 2. Tampilan Geogebra : Kurva Persamaan Polinom

Didapatkan salahsatu solusi bernilai positif yang realistis sebagai nilai i pada persamaan polinom diatas adalah i = 0,0075. Jadi suku bunga anuitas pertahunnya adalah 0,0075 x 12 x 100% = 9 %.

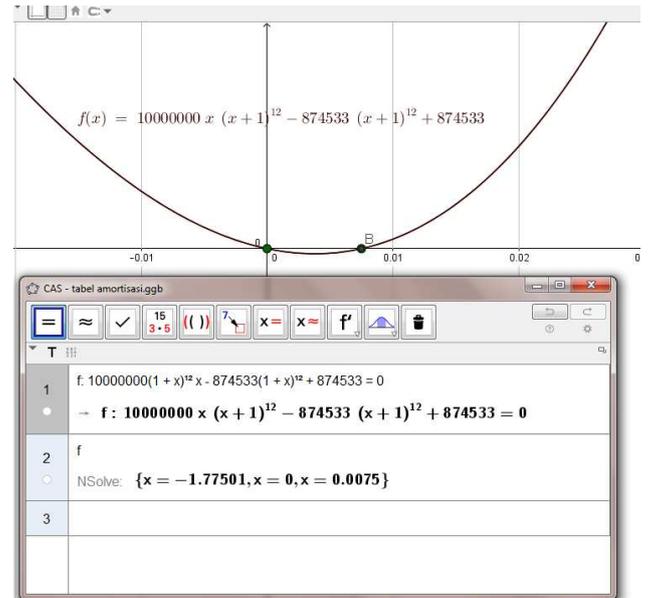
Selain menggunakan pendekatan solusi persamaan polinom, penentuan bunga anuitas dapat dilakukan dengan pendekatan spreadsheet. Fungsi slider pada aplikasi dapat digunakan untuk menentukan nilai i yang tepat. Pada gambar 3 berikut terlihat bagaimana komposisi angsuran dan utan pada akhir periode angsuran.



Gambar 3. Applet Histogram Amortiasi Utang dengan Anuitas (Ghozi, 2016)

Pada *applet* diatas, untuk angsuran sebesar Rp. 874.533,00 dengan tenor 12 bulan, nilai sisa pinjaman yang mendekati nol dicapai pada saat $i = 0,075033$. Dengan fasilitas *slider* eksplorasi nilai i dapat dilakukan untuk menghasilkan sisa pinjaman yang mendekati nol. Selain itu, tampilan histogram dapat memvisualisasikan proporsi nilai sisa pinjaman (biru), nilai bunga (merah) dan amortisasi utangnya (coklat) dari awal hingga akhir cicilan.

Fitur CAS pada Geogebra melengkapi penyelesaian persoalan penentuan suku bunga anuitas diatas dengan pendekatan aljabar. *Computer Algebra System (CAS)* merupakan salahsatu fitur yang ada pada Geogebra yang memungkinkan untuk melakukan perhitungan matematika dengan cara yang mirip dengan cara-cara manual. Tampilan fitur CAS pada penyelesaian soal diatas adalah sebagai berikut.



Gambar 4. Fitur CAS dalam Geogebra untuk Menentukan Solusi Persamaan Polinom.

Terlihat bahwa solusi positif dari persamaan polinom $10.000.000(1+i)^{12}i - 874.533(1+i)^{12} + 874.533 = 0$ adalah $i = 0,0075$. Jadi dapat disimpulkan besaran bunga efektif dalam satu tahun = $0,0075 \times 12 \times 100\% = 9\%$.

Jadi geogebra memberikan penyelesaian solusi dari persoalan penentuan bunga anuitas dengan pendekatan geometri dan juga aljabar. Dua pendekatan penyelesaian diatas tidak akan diperoleh jika kita hanya menggunakan aplikasi *spreadsheet* semisal Microsoft Excel.

Persoalan 2. Tentukan nilai keseimbangan hutang pada tenor 15 tahun antara hutang sebesar Rp400.000 yang dikenai bunga majemuk 10% p.a, dan tabungannya tetap sebesar Rp4.000

perbulan dengan bunga anuitas sebesar 10% p.a, dan tentukan kapan hutang akan lunas terbayar.

Misalkan nilai keseimbangan hutang dinyatakan dalam a , maka:

$$a = S -$$

$FV \dots \dots \dots$ (Pers.3)

dimana

S = nilai hutang yang dikenakan bunga majemuk atau disebut nilai majemuk (*Compound Value*)

FV = nilai yang akan datang, merupakan akumulasi dari tabungan tetap tiap bulan (*Future Value*)

Nilai S dihitung dengan rumus berikut.

$$S = P(1 + i)^n \dots \dots \dots$$
 (Pers. 4)

dimana

P = nilai pokok hutang

S = nilai majemuk

i = tingkat bunga per periode bunga

n = jumlah periode bunga

Sedangkan nilai FV dihitung dengan rumus berikut.

$$FV = \frac{((1+i)^n - 1)}{i} A \dots$$
 (Pers. 5)

dimana

FV = Nilai yang akan datang

A = Angsuran tetap/ Anuitas

i = Suku bunga per periode bunga

n = Jumlah periode bunga

Nilai S (*Compound Value*) diperoleh dengan substitusi parameter $i=10\%$, $P = 400000$ dan $n = 15 \times 12 = 180$ pada Pers.4

Sehingga didapatkan nilai S sebagai berikut.

$$S = 400.000(1 + \frac{0,1}{12})^{180} = 1.781.567,8$$

Sedangkan nilai FV (*Future Value*) diperoleh dengan substitusi parameter $i=10\%$, $A = 4000$ dan $n = 15 \times 12 = 180$ pada Pers.5.

Sehingga didapatkan nilai FV sebagai berikut.

$$FV = \frac{((1 + \frac{0,1}{12})^{180} - 1)}{\frac{0,1}{12}} 4000 = 1.657.881,4$$

Jadi berdasarkan Pers. 3 diatas, nilai $a = 1.781.567,8 - 1.657.881,4 = 123.686,4$

Waktu pelunasan hutang akan dicapai pada saat keseimbangan hutang = 0, atau dapat ditulis:

$$S = FV \dots \dots \dots$$
 (Pers. 6)

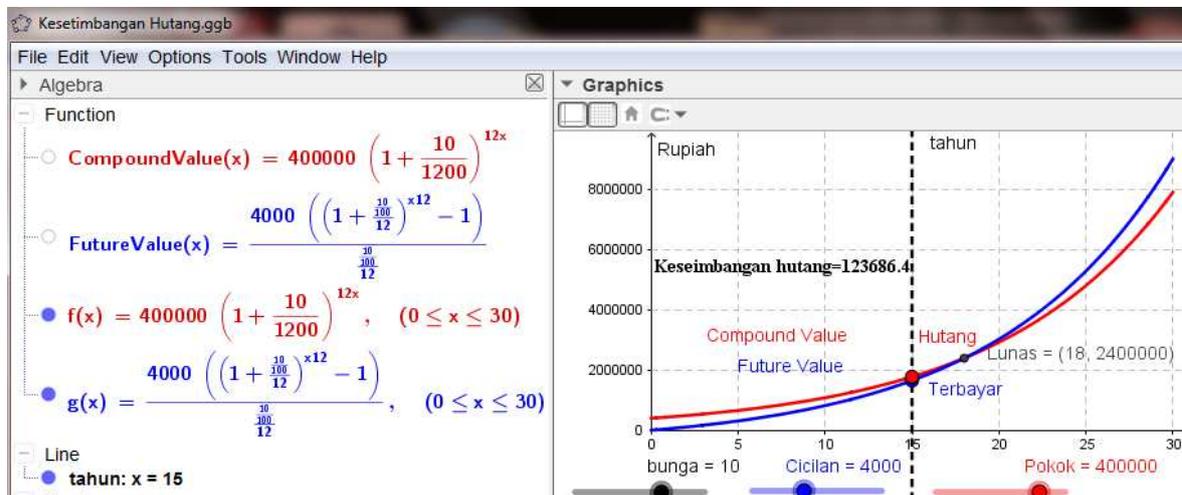
Sehingga

$$400.000(1 + \frac{0,1}{12})^n = \frac{((1 + \frac{0,1}{12})^n - 1)}{\frac{0,1}{12}} 4.000$$

Dengan serangkaian langkah penyelesaian secara aljabar, akan diperoleh nilai $n = 215,91 \approx 216$ bulan = $216/12 = 18$ tahun. Jadi titik impasnya dicapai pada tahun ke 18

Dengan *Geogebra* serangkaian langkah penyelesaian diatas dapat divisualisasikan sehingga menjadi satu

kesatuan persoalan yang lebih mudah disimak secara geometri. *Applet* yang telah dibuat adalah sebagai berikut.



Gambar 5. *Applet* Kesetimbangan antara Nilai Majemuk (*Compound Value*) dan Nilai yang Akan Datang (*Future Value*)(Ghozi, 2017a)

Pada gambar diatas, nilai bunga, cicilan dan pokok hutang majemuk dapat digerakkan menggunakan fasilitas *slider*. Nilai keseimbangan hutang akan langsung diperoleh pada saat pergerakan nilai parameter i , A , P , dan n . Pada persoalan diatas terlihat nilai keseimbangan hutang diperoleh sebesar 123.686,4 dan titik potong antara Nilai majemuk (*Compound Value*) dan Nilai yang akan datang (*Future Value*) dicapai pada saat nilai $n = 18$, yang artinya hutang majemuk akan lunas pada tahun ke-18.

Dengan pergerakan yang dinamis dari nilai bunga, cicilan anuitas, dan nilai pokok hutang majemuk, eksplorasi lebih

luas dapat dilakukan untuk melihat karakteristik pengaruh tiga parameter tersebut terhadap nilai keseimbangan hutang.

Kesimpulan

Dari pembahasan di atas dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Dengan aplikasi *Geogebra*, nilai bunga anuitas dari tabel KPR KUR BRI diperoleh sebesar 9% p.a
2. Nilai keseimbangan hutang dapat ditentukan dengan fasilitas *slider* pada *Geogebra* melalui eksplorasi nilai parameter yang diketahui.
3. Dengan pergerakan yang dinamis dari nilai bunga, cicilan anuitas, dan nilai pokok hutang majemuk, eksplorasi lebih luas dapat dilakukan untuk

melihat karakteristik parameter yang mempengaruhi.

Pustaka

- Cole, S. A., & Shastry, G. K. 2008. *If you are so smart, why aren't you rich?: The Effects of Education, Financial Literacy and Cognitive Ability on Financial Market Participation*. Cambridge, MA: Harvard Business School.
- Ghozi, Saiful. 2015. *Penggunaan Aplikasi GeoGebra dalam Pembelajaran dan Penyelesaian Persoalan Statistik*. Prosiding IRWNS 6th Industrial Research Workshop and National Seminar (Bandung, 19 November 2015), pp 15-22.
- Ghozi, S. (2016). *Tabel Anuitas*. Retrieved from <https://www.geogebra.org/m/Nwr37XKf>
- Ghozi, S. (2017a). *Keseimbangan Hutang*. Retrieved from <https://ggbm.at/qqCGn7zN>
- Ghozi, S. (2017b). *Pemodelan Nilai Keseimbangan Antara Compound Value dan Future Value Menggunakan Aplikasi Geogebra*. *Jurnal Sain Terapan*, 3(1), 1–5. Retrieved from <http://jurnal.poltekba.ac.id/index.php/jst/article/view/195>
- Hall, Jonas and Lingefjård, Thomas. 2017. *Mathematical Modeling: Applications with GeoGebra™*. First Edition. ©John Wiley & Sons, Inc.
- Hašek, Roman, and Petrášková, Vladimíra. 2013. *GeoGebra in Financial Education*. North American GeoGebra Journal (ISSN: 2162-3856) Vol. 2, No. 1, 2013. Tersedia di www.geogebrajournal.com/index.php/ggbj/article/download/40/36.
- Hidajat, Taofik. 2015. *Literasi Keuangan*. Semarang: STIE BANK BPD JATENG
- Rosadi, dedi. 2015. *Computer Assisted Learning Menggunakan Software Open Source R: Past, Present and Future*. Makalah Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika

