PREMIUM PRICING IN HEALTH INSURANCE
BY *NELSON- AALEN ESTIMATOR*

Najmah Istikaanah[1]
[1]Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA IKIP PGRI Semarang
Jl. Sidodadi Timur No. 24 Semarang

ABSTRACT

In this paper the using of Nelson Aalen estimators are presented to estimate transition probabilities of multistate model. Based on discrete time Markov, we will get transition matrices which the elements are transition probabilities from Nelson Aalen estimator. Because of the data that used in the construction of transition matrices are person's health histories, then it can be seen as a morbidity value, which can be used to premium pricing.
Key words: *Markov process, multistate model, Nelson Aalen, transition probability.*

1. Pendahuluan

Kegiatan asuransi pada saat ini telah berkembang dengan pesat sekali, bahkan di banyak negara telah merupakan industri tersendiri. Jenis asuransi juga makin bervariasi, mula-mula lebih terarah pada barang, kemudian pada jasa, untuk selanjutnya ketika hidup dan kehidupan mulai dapat dinilai dalam bentuk rupiah *(concept of human life value)*, berkembanglah asuransi jiwa *(life insurance)* serta asuransi kesehatan *(health insurance.)* Asuransi kesehatan merupakan cara untuk mengatasi resiko dan ketidakpastian peristiwa sakit serta semua biaya- biaya yang diakibatkannya.

Dalam penentuan besar premi maka suatu perusahaan asuransi perlu mengetahui besarnya peluang seseorang mengalami penyakit tertentu dan besar peluang seseorang yang menderita penyakit tertentu untuk meninggal. Untuk mengetahui besarnya peluang-peluang transisi ini maka digunakanlah model multi status dimana kondisi seseorang dibagi menjadi beberapa status. Besarnya peluang- peluang transisi ini diperoleh berdasarkan atas riwayat kesehatan seseorang.

Dalam proses stokastik multistatus peluang – peluang transisi dicari dengan menggunakan intensitas transisi sebagai komponen utama dalam pembentukan model dan merupakan jalan yang menghubungkan data-data awal menjadi suatu formula penyelesaian. Model multistatus pada penelitian kali ini memiliki enpat status, yaitu sehat, sakit kategori 1, sakit kategori 2 dan sakit kategori 3. Menurut Aalen dan Johansen (1978), peluang transisi ini dapat diestimasi dari integral perkalian matrik intensitas transisi dengan asumsi proses Markov berlaku yang kemudian dikenal sebagai estimator

Nelson- Aalen. Estimator inilah yang digunakan pada penelitian kali ini yang selanjutnya dapat digunakan untuk mencari premi pada model multistatus dalam asuransi kesehatan.

2. Landasan Teori

2.1 Teori Peluang dan Distribusi Peluang

Definisi 2.1.1 (Bain dan Engelhardt, 1992)

Apabila dilakukan suatu percobaan, S dimisalkan merupakan ruang sample dan $A_1, A_2, \ldots\ldots$ *merupakan kejadian- kejadian yang mungkin. Suatu himpunan yang memetakan P(A) yang bernilai real dengan tiap- tiap kejadian A disebut sebagai fungsi himpunan peluang, kemudian P(A) disebut peluang dari A, yaitu jika memenuhi sifat-sifat berikut ini:*

$$0 \le P(A) \qquad \textit{untuk setiap A} \tag{2. 1}$$

$$P(S) = 1 \tag{2. 2}$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \tag{2. 3}$$

dimana $A_1, A_2, \ldots.$*adalah kejadian yang saling asing*

Definisi 2.1.2 (Bain dan Engelhardt, 1992)

Variabel random X adalah fungsi yang didefinisikan pada ruang sample S yang bernilai real.

Apabila semua nilai yang mungkin dari variabel random X merupakan suatu himpunan yang dapat dihitung baik berhingga $\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ atau tak berhingga $\{x_1, x_2, \ldots\}$, maka *X* disebut sebagai variable random diskret. Kemudian fungsi

$$f(x) = P[X = x] \qquad x = x_1, x_2, \ldots \tag{2. 4}$$

menyatakan peluang masing - masing nilai yang mungkin dari x , yang kemudian disebut sebagai fungsi kepadatan peluang diskret (discrete pdf).

Apabila X adalah variabel random diskrit dengan fungsi kepadatan peluang *f(x)* , maka harga harapan dari X dapat didefinisikan oleh

$$E[X] = \sum_{x} f(x) \tag{2. 5}$$

2.2 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah himpunan variable acak yang merupakan fungsi waktu atau sering pula disebut proses acak (random process).

Ruang status adalah himpunan harga- harga yang mungkin untuk suatu variable acak X_n dari suatu proses stokastik $\{X_n, n \geq 1\}$.

Pada proses stokastik banyak sekali proses yang mempunyai sifat khas, salah satunya adalah yang sering disebut dengan sifat Markov.

Definisi 2.2.1 (Ross, 2003)

Sifat Markov dinyatakan dengan hubungan seperti dibawah ini, jika $x_n, n \geq 0$ *merupakan suatu proses stokastik dengan sifat*

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_0 = x_0, X_1 = x_1, ..., X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n) \tag{2. 6}$$

Suatu proses Markov $\{X(t), t \in T\}$ dapat memiliki ruang status diskret maupun kontinu. Proses Markov yang memiliki ruang status diskret seperti diatas disebut rantai Markov. Rantai Markov ruang diskret dikatakan stasioner atau homogen dalam waktu jika peluang pergerakan dari suatu status ke status yang lain adalah independen terhadap waktu dimana untuk setiap status i dan j berlaku :

$$\begin{aligned} P\left[X_n = j \mid X_{n-1} = i\right] &= P\left[X_{n+t} = j \mid X_{n+t-1} = i\right] \\ &= P_{ij} \end{aligned} \tag{2. 7}$$

dimana *t = -(n-1), -(n-2),...., -1, 0, 1, 2,...*

2.3 Fungsi Survival

Model survival adalah suatu distribusi peluang untuk suatu jenis variabel random tertentu. Survival time dapat didefinisikan sebagai waktu hingga terjadinya suatu kejadian (event).

Jika T melambangkan survival time, maka fungsi survival dilambangkan dengan S (t) , yang didefinisikan sebagai peluang suatu individu akan bertahan lebih lama dari t

$$\begin{aligned} S(t) &= P\left[T > t\right] \\ &= 1 - P(T \leq t) \\ &= 1 - F(t) \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$0 \leq S(t) \leq 1,\ S(0) = 1,\ S(\infty) = 0$$

Untuk variable random kontinu, fungsi kepadatan peluang (PDF) didefinisikan sebagai turunan dari $F(t)$ sehingga dapat ditulis

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) \tag{2.9}$$

Dari persamaan (2.8) maka diperoleh

$$\begin{aligned} f(t) &= -\frac{d}{dt}(1 - S(t)) \\ &= -\frac{d}{dt} S(t) \end{aligned} \tag{2.10}$$

Fungsi *hazard* disimbolkan dengan $\lambda(t)$ didefinisikan sebagai

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \tag{2.11}$$

Dari persamaan (2.10) akan diperoleh

$$\lambda(t) = \frac{-\frac{d}{dt} S(t)}{S(t)}$$

$$= -\frac{d}{dt} \ln S(t) \tag{2.12}$$

sehingga

$$-\ln S(t) = \int_0^t \lambda(y) dy \tag{2.13}$$

atau dengan kata lain

$$S(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(y) dy \right] \tag{2.14}$$

Dengan demikian fungsi densitas *f(t)* dapat ditulis kembali menjadi

$$f(t) = \lambda(t) \exp\left[-\int_0^t \lambda(y) dy \right] \tag{2.15}$$

Fungsi Hazard Kumulatif (CHF) disimbolkan dengan A dapat didefinisikan sebagai

$$A(t) = \int_0^t \lambda(y) dy \tag{2. 16}$$

Persamaan (2. 20) ini digunakan pada data yang bersifat kontinu. Dengan demikian perlu diketahui bentuk fungsi kumulatif hazard pada kasus diskret.Pada kasus diskret waktu dapat dipartisi sebagai $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, Misalkan $N_{hj}(t)$ adalah jumlah transisi dari status h ke status j dalam interval [0, t] dan $Y_h(t)$ adalah jumlah individu dalam status h pada saat t-, maka fungsi kumulatif hazard dapat diestimasi dengan

$$\hat{A}_{hj}(t) = \sum_{t_n \le t} \frac{N_{hj}(n)}{Y_h(n)} \tag{2. 17}$$

Persamaan inilah yang selanjutnya dikenal sebagai estimator ***Nelson –Aalen.***

3. PEMBAHASAN

Dalam model multistatus dengan ruang status 0, 1,...,K, misalkan X (T) menunjukkan status seorang individu pada waktu t. Dengan demikian peluang transisinya dapat diestimasi dan dimodelkan dengan

$$P_{hj}(s,t) = \Pr\{X(t) = j, X(s) = h, \mathcal{F}_{s-}\} \tag{3. 1}$$

dimana h dan j adalah status dan $\mathcal{F}_{s-}$ adalah serangkaian proses multistatus selama interval $[0, s)$.

Peluang transisi ini dapat dituliskan dalam bentuk matriks $\mathbf{P}[s,t] = (P_{hj}(s,t))$, yaitu

$$\mathbf{P}(s,t) = \begin{bmatrix} P_{11}(s,t) & P_{12}(s,t) & \cdots & P_{1n}(s,t) \\ P_{21}(s,t) & P_{22}(s,t) & \cdots & P_{2n}(s,t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1}(s,t) & P_{n2}(s,t) & \cdots & P_{nn}(s,t) \end{bmatrix} \tag{3. 2}$$

Menurut Aalen dan Johansen (1978), peluang transisi pada persamaan (3. 1) dapat diestimasi dari integral perkalian matrik intensitas transisi dengan asumsi proses Markov berlaku yang kemudian dikenal sebagai estimator **Nelson- Aalen.**

Definisi 3.2.1 (Aalen dan Johansen, 1978)

Misalkan $N_{hj}(t)$ adalah jumlah transisi dari status h ke status j dalam interval [0, t] dan $Y_h(t)$ adalah jumlah individu dalam status h pada saat t-, maka estimasi intensitas transisi (3. 7.) dari status h ke status j didefinisikan dengan

$$\hat{A}_{ij}(t) = \int_0^t \frac{I[Y_h(s) \neq 0]}{Y_h(s)} dN_{hj}(s) \tag{3.3}$$

dimana $I(Y_h(s) \neq 0) = \begin{cases} 1 & Y_h(s) \neq 0 \\ 0 & Y_h(s) = 0 \end{cases}$

Dari definisi diatas maka dapat dibentuk suatu matriks yang komponen-komponennya merupakan estimator Nelson-Aalen, yaitu

$$\hat{\mathbf{A}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11}(t) & \hat{A}_{12}(t) & \ldots & \hat{A}_{1n}(t) \\ \hat{A}_{21}(t) & \hat{A}_{22}(t) & \ldots & \hat{A}_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}_{n1}(t) & \hat{A}_{n2}(t) & \ldots & \hat{A}_{nn}(t) \end{bmatrix} \tag{3. 4}$$

dengan $\hat{A}_{hh} = -\sum_{j \neq h} \hat{A}_{hj}(t)$

Pada penelitian model multistatus ini, pendekatan waktu yang dipakai adalah diskret. Sementara diketahui bahwa bentuk estimator Nelson-Aalen (3. 10) merupakan penyelesaian untuk pendekatan model waktu kontinu. Model multistatus kali ini, waktu yang ada dapat dipartisi dalam bentuk $t_0, t_1, t_2, t_3, ..., t_n, t_{n+1}, ...$ dimana $0 = t_0 < t_1 < t_2 < t_3 ... < t_n < t_{n+1} < ....$ Dengan demikian sesuai berdasarkan persamaan (2.23) pada bab sebelumnya, maka persamaan (3. 3) dapat dituliskan kembali sebagai

$$\hat{A}_{hj}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_n \\ \sum_{t_n \leq t} \frac{N_{hj}(n)}{Y_h(n)}, & t_n \leq t \end{cases} \tag{3. 5}$$

Kemudian untuk matriks peluang transisi (3. 2) dapat diestimasi dengan

$$\hat{\mathbf{P}}[s,t] = \prod_{(s,t)} \left[\mathbf{I} + d\hat{A}(u) \right] \tag{3. 6}$$

dimana I merupakan matriks identitas berukuran (K+1) x (K+1) dan $\prod$ adalah integral perkalian (Aalen & Johansen, 1978).

Definisi 3.2.2 (Gill, 2004)

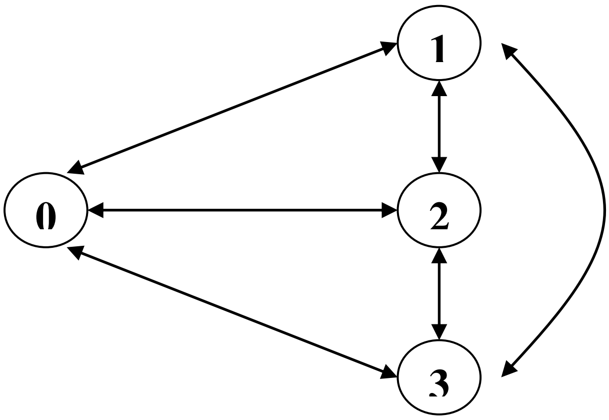
Misalkan X(t) adalah matriks yang komponen- komponennya merupakan fungsi dari waktu t, $t \in [0, \infty]$. *Kemudian dimisalkan juga X mempunyai llmit kiri kanan, maka integral perkalian dari X selama (0, t] dapat didefinisikan dengan*

$$\prod_{(s,t)}\left[\mathbf{I}+dX(s)\right]=\lim_{\max|t_i-t_{i-1}|\to 0}\prod\left(\mathbf{I}+(X(t_i)-X(t_{i-1}))\right) \tag{3.7}$$

Berdasarkan definisi 3.2.2 maka selanjutnya estimator peluang transisi pada persamaan (3. 6) untuk model waktu diskret akan menjadi

$$\hat{\mathbf{P}}[s,t]=\left[\mathbf{I}+\hat{A}(t)\right]\times\left[\mathbf{I}+\hat{A}(t+1)\right]\cdots\left[\mathbf{I}+\hat{A}(u)\right] \tag{3. 8}$$

Model multistatus yang akan dibahas ini kali memiliki empat status, yaitu sehat, sakit kategori 1, sakit kategori 2, sakit kategori 3.



Gambar 1. Model Multistatus dengan Empat Status

Berikut adalah penjelasan dari simbol-simbol pada Gambar 1

0	: Sehat	2	: Sakit kategori 2
1	: Sakit kategori 1	3	: Sakit kategori 3

Peluang transisi model multistatus dengan empat status ini dapat dituliskan dalam bentuk matriks $\mathbf{P}[s,t]=(P_{hj}(s,t))$

$$\mathbf{P}(s,t)=\begin{bmatrix} P_{00}(s,t) & P_{01}(s,t) & P_{02}(s,t) & P_{03}(s,t) \\ P_{10}(s,t) & P_{11}(s,t) & P_{12}(s,t) & P_{13}(s,t) \\ P_{20}(s,t) & P_{21}(s,t) & P_{22}(s,t) & P_{23}(s,t) \\ P_{30}(s,t) & P_{31}(s,t) & P_{32}(s,t) & P_{33}(s,t) \end{bmatrix} \tag{3. 9}$$

Untuk mengestimasi nilai peluang- peluang transisi ini maka digunakan estimator Nelson Aalen. Dari persamaan (3. 4) maka untuk model asuransi kesehatan dengan empat status ini dapat dibentuk matriks yang komponen- komponenya berisi estimator Nelson Aalen yaitu :

$$\hat{\mathbf{A}}(t)=\begin{bmatrix}\hat{A}_{00}(t) & \hat{A}_{01}(t) & \hat{A}_{02}(t) & \hat{A}_{03}(t)\\ \hat{A}_{10}(t) & \hat{A}_{11}(t) & \hat{A}_{12}(t) & \hat{A}_{13}(t)\\ \hat{A}_{20}(t) & \hat{A}_{21}(t) & \hat{A}_{22}(t) & \hat{A}_{23}(t)\\ \hat{A}_{30}(t) & \hat{A}_{31}(t) & \hat{A}_{32}(t) & \hat{A}_{33}(t)\end{bmatrix} \tag{3. 10}$$

dengan $\hat{A}_{hh}=-\sum_{j\neq h}\hat{A}_{hj}(t)$

Tujuan akhir dalam perhitungan aktuaria di bidang asuransi adalah penetapan harga premi. Perhitungan premi yang akan dibahas dalam bagian ini adalah premi bersih. Menurut Bowers dkk (1997) nilai sekarang untuk asuransi jiwa berjangka *n* tahun dengan memberikan 1 unit pada akhir tahun kematian (diskret), untuk seorang individu yang berusia x tahun dirumuskan dengan

$$A_{\overset{1}{x:\overline{n|}}}=\sum_{k=0}^{n-1}v^{k+1}\,{}_kp_x q_{x+k} \tag{3. 11}$$

Analog dengan persamaan diatas maka selanjutnya dapat dicari perumusan premi untuk model multistatus dalam asuransi kesehatan. Apabila digunakan contoh aplikasi sebelumnya yaitu model asuransi kesehatan dengan empat status maka akan didefinisikan terlebih dahulu variabel-variabel yang ada dalam persamaan(3. 11) dengan langkah-langkah berikut ini :

1. Periode yang digunakan adalah hari, dengan demikian *x*,*k*,*n* menyatakan banyaknya hari.
2. ${}_kp_x$ digantikan dengan peluang seseorang yang sehat pada hari ke- *t* akan tetap sehat selama *k* hari(P_{00}), peluang seseorang yang sakit kategori 1 pada hari ke- *t* akan tetap sakit kategori 1 selama *k* hari (P_{11}), peluang seseorang yang sakit kategori 2 pada hari ke- *t* akan tetap sakit kategori 2 selama *k* hari(P_{22}), peluang seseorang yang sakit kategori 3 pada hari ke- *t* akan tetap sakit kategori 3 selama *k* hari (P_{33}).
3. q_{x+k} digantikan dengan peluang seseorang yang sehat pada hari ke- *t+k* akan sakit kategori 1 setelahnya(P_{01}), peluang seseorang yang sehat pada hari ke- *t+k* akan sakit kategori 2 setelahnya (P_{02}), peluang seseorang yang sehat pada hari ke- *t+k* akan sakit kategori 3 setelahnya(P_{03}) .

4. Pada model ini terdapat transisi antar masing masing kategori sakit sehingga terdapat peluang $P_{10,} P_{12,} P_{13,} P_{20,} P_{21,} P_{23,} P_{30,} P_{31,} P_{32}$ yang definisinya analog dengan yang sebelumnya. Secara umum dapat dinyatakan bahwa P_{jh} merupakan peluang seseorang yang memiliki status *j* pada hari ke *t+k* akan berada pada status *h* setelah hari ke *t+k* .

Dengan demikian akan diperoleh premi untuk model dengan empat status yaitu

$$
\begin{aligned}
NSP = b_1 \sum & \left(v^{t_1} \left(P_{00}^{(0,t_i)} P_{01}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{22}^{(0,t_i)} P_{21}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{33}^{(0,t_i)} P_{31}^{(t_i,t_{i+1})} \right) \right) + \\
b_2 \sum & \left(v^{t_i} \left(P_{00}^{(0,t_i)} P_{02}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)} P_{12}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{33}^{(0,t_i)} P_{32}^{(t_i,t_{i+1})} \right) \right) + \\
b_3 \sum & \left(v^{t_i} \left(P_{00}^{(0,t_i)} P_{03}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)} P_{13}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{22}^{(0,t_i)} P_{23}^{(t_i,t_{i+1})} \right) \right)
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

dengan $i = 1,\ldots n$ dimana n merupakan banyaknya interval waktu

$$v = \frac{1}{1+\alpha}$$

α = tingkat suku bunga perhari.

b_1 = besar santunan untuk sakit kategori 1

b_2 = besar santunan untuk sakit kategori 2

b_3 = besar santunan untuk sakit kategori 3

4. APLIKASI NUMERIK

Dalam studi digunakan data yang tersedia di salah satu klinik pengobatan. Pada data ini jumlah subjek adalah sebanyak 4892 orang dan terdapat 21880 kejadian. Pada data ini biaya pengobatan akan mengkategorikan tingkat penyakit pasien.

Tabel 1 Pengkategorian Biaya Pengobatan

Biaya	Kategori
$0 - \leq 25000$	1
$25000 - \leq 50000$	2
≥ 50000	3

Dengan demikian model multistatus pada data ini terdapat empat status, yaitu : sehat(0), sakit kategori 1(1), sakit kategori 2 (2), sakit kategori 3 (3). Pada data ini transisi antar status dimungkinkan terjadi sehingga seseorang yang berada dalam sakit kategori 1 dapat menjadi sakit kategori 2 maupun 3 dan begitupun sebaliknya.

Dari data tersebut maka dibentuk matriks yang menghubungkan antara pasien dengan waktu kedatangan. Dari 21880 data diperoleh 1393 titik waktu kedatangan selama 1894 hari. Pada penelitian ini awalnya semua pasien berada dalam kondisi sehat sehingga pada t = 0 semua pasien berada dalam status 0. Dengan demikian dapat dibentuk matriks berukuran 4892 X 1394, di mana pasien menyatakan baris dan titik waktu kedatangan menyatakan kolom. Kemudian misalkan (t_0, t_1) merupakan interval atau selang waktu antara titik waktu pertama dan kedua yang selanjutnya cukup akan ditulis dengan t_1 saja, maka akan diperoleh sebanyak 1393 interval titik waktu yang berupa (t_{n-1}, t_n). Pada data ini akan diperoleh 1393 matriks 4 X 4 yang komponen- komponennya merupakan estimator Nelson Aalen. Kemudian dapat dicari peluang transisi di semua interval waktu yang diinginkan.

$$\hat{\mathbf{P}}[t_{n\_1}, t_n] = \left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_n)\right]$$

$$\hat{\mathbf{P}}[t_0, t_n] = \left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_1)\right]\left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_2)\right]\ldots\left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_n)\right]$$

Pada data ini akan dicari semua $\hat{\mathbf{P}}[t_{n\_1}, t_n] = \left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_n)\right]$ dan $\hat{\mathbf{P}}[t_0, t_n] = \left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_1)\right]\left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_2)\right]\ldots\left[\mathbf{I} + \hat{A}(t_n)\right]$ dimana *n = 1…1393.* Dengan demikian akan diperoleh 2785 matriks 4 X 4 yang komponen- komponennyanya merupakan peluang transisi.(Lampiran 1)

Perhitungan benefit diperoleh dari rata- rata biaya pengobatan pasien perkategori. Berikut ini akan disajikan nilai benefit masing- masing kategori

Tabel 2 Nilai Benefit perkategori

Kategori	Benefit (b)
1	Rp 21.359,33
2	Rp. 35.685,64
3	Rp. 67.962,62

Penelitian ini menggunakan periode hari, maka terlebih dahulu perlu dicari suku bunga perhari sehingga dengan menggunakan suku bunga SBI $\alpha = 0,06$ maka akan diperoleh premi tunggal bersih jangka waktu 1894 hari

$$
\begin{aligned}
NSP = (21359{,}33)\sum\Big(v^{t_1}\left(P_{00}^{(0,t_1)}P_{01}^{(t_1,t_2)} + P_{22}^{(0,t_1)}P_{21}^{(t_1,t_1)} + P_{33}^{(0,t_1)}P_{31}^{(t_1,t_2)}\right)\Big) + \ldots \\
(35685{,}64)\sum\Big(v^{t_i}\left(P_{00}^{(0,t_i)}P_{02}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)}P_{12}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{33}^{(0,t_i)}P_{32}^{(t_i,t_{i+1})}\right)\Big) + \\
(67962{,}62)\sum\Big(v^{t_i}\left(P_{00}^{(0,t_i)}P_{03}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)}P_{13}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{22}^{(0,t_i)}P_{23}^{(t_i,t_{i+1})}\right)\Big) \\
= 149138
\end{aligned}
$$

5. PENUTUP

Dalam artikel ini dibahas tentang konstruksi model peluang transisi model multistatus dengan asumsi Markov waktu diskret. Peluang transisi yang berasal dari estimator Nelson Aalen ini selanjutnya dapat digunakan untuk perhitungan premi pada model multistatus dalam asuransi kesehatan. :

Perhitungan premi dapat diperoleh dengn mengikuti alur premi asuransi jiwa berjangka. Dengan demikian untuk premi untuk model multistatus dengan empat status diperoleh

$$
\begin{aligned}
NSP = b_1\sum\Big(v^{t_1}\left(P_{00}^{(0,t_i)}P_{01}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{22}^{(0,t_i)}P_{21}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{33}^{(0,t_i)}P_{31}^{(t_i,t_{i+1})}\right)\Big) + \\
b_2\sum\Big(v^{t_i}\left(P_{00}^{(0,t_i)}P_{02}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)}P_{12}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{33}^{(0,t_i)}P_{32}^{(t_i,t_{i+1})}\right)\Big) + \\
b_3\sum\Big(v^{t_i}\left(P_{00}^{(0,t_i)}P_{03}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{11}^{(0,t_i)}P_{13}^{(t_i,t_{i+1})} + P_{22}^{(0,t_i)}P_{23}^{(t_i,t_{i+1})}\right)\Big)
\end{aligned}
$$

dengan $i = 1,\ldots n$ dimana n merupakan banyaknya interval waktu

$$v = \frac{1}{1+\alpha}$$

α = tingkat suku bunga perhari.

b_1 = besar santunan untuk sakit kategori 1

b_2 = besar santunan untuk sakit kategori 2

b_3 = besar santunan untuk sakit kategori 3

Makalah ini hanya membahas model premi tunggal untuk asuransi kesehatan individu berjangka sehingga perlu untuk produk asuransi kesehatan yang lain : misal kelompok . Model multi status yang digunakan pada makalah ini tanpa diberikan pengaruh kovariat sebagai informasi tambahan dari riwayat kesehatan pasien sehingga diperlukan studi lebih lanjut dengan adanya pengaruh kovariat.

DAFTAR PUSTAKA

Aalen, dkk, 2008, *Survival and Event History Analysis*, Springer.

Andersen dan. Klein, 2006, *Regression Analysis for Multistate Models Based on a Pseudo-value Approach with applications to Bone Marrow Transplantation Studies,* Scandinavian Journal of Statistics, Oxford.

Bain, L. J., dan Engelhardt, Max, 1992, *Introduction to Probability andMathematical Statistics 2nd Edition*, Duxbury Press, Belmont, California

Bowers, dkk, C.J., 1997, *Actuarial Mathematics 2nd Edition,* The Society of Actuaries, Itasca, Illinois.

Gill, 2001, *Product Integration*, Mathematical Institute, Netherlands.

Haberman, S. and Pitacco, E., 1999, *Actuarial Models for Disability Insurance,* Chapman and Hall, London.

Jones, B.L., 1993, Modelling Multi-State Processes Using a Markov Assumption, *Actuarial Research Clearing*, 1993, 239-248

Jones, B.L., 1994, Actuarial Calculations Using a Markov Model, *Transactions of the Society of Actuaries,* 46, 227-250

Klein dan Moeschberger.1997. *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*. Springer Verlag. New York.

London, Dick, 1997, *Survival Models and Their Estimation 3rd Edition*, Actex Publication, Winsted.

Lee, E.T., 1992, *Statistical Methods for Survival Data Analysis 2nd Edition*, John Wiley & Sons, New York

Martinussen dan Scheike, 2006, Dynamic regression Models for Survival Data, Springer.

Praptono, M.A, 1986, *Pengantar Proses Stokastik I*, Karunika, Jakarta.

Ross, S. M. 1996, *Stochastic Processes*. John Wiley& Sons, New York.

Ross, S. M., 2003, *Introduction to Probability Models 8th Edition*, Academic Press, Barkeley, California.

Waters, H.R., 1984, An Approach to The Study of Multiple State Models, *Journal of the Institute of Actuaries,* 111, 363-374