

# METODE NUMERIK PADA RANGKAIAN RLC SERI MENGUNAKAN VBA EXCEL

Latifah Nurul Qomariyatuzzamzami<sup>1</sup>, Neny Kurniasih<sup>2</sup>  
<sup>1,2</sup>*Departemen Fisika, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 40132*

*latifah\_zamzami@yahoo.co.id*

## Abstrak

Telah dirancang program dengan menggunakan VBA Excel untuk menentukan nilai tegangan resistor, induktor, dan kapasitor rangkaian RLC seri dengan metode numerik dan analitik, menggambarkan arus dan tegangan R, L, dan C sebagai fungsi waktu, dan menentukan frekuensi resonansi pada rangkaian RLC seri. Metode numerik yang digunakan adalah metode diferensiasi numerik beda maju untuk menentukan nilai tegangan pada induktor dan metode integrasi numerik kaidah trapesium untuk menentukan nilai tegangan pada kapasitor. Hasilnya dapat disimpulkan bahwa menghitung tegangan pada R, L, dan C dapat dilakukan dengan VBA Excel secara numerik yang hasilnya mendekati perhitungan secara analitik. Arus dan tegangan R, L, dan C sebagai fungsi waktu dapat digambarkan dengan VBA Excel, di mana pada resistor arus sefasa dengan tegangan yang melaluinya, sedangkan pada induktor, arus tertinggal oleh tegangan dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$  dan pada kapasitor arus mendahului tegangan dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$ . Program dapat digunakan untuk menentukan frekuensi resonansi pada rangkaian RLC seri yang terjadi saat  $X_L=X_C$ , impedansinya  $Z=R$ , ditunjukkan dengan grafik hubungan antara arus dan frekuensi dan grafik hubungan antara impedansi dengan frekuensi.

**Kata Kunci:** arus, numerik, resonansi, RLC, tegangan

## I. PENDAHULUAN

Rangkaian RLC merupakan rangkaian yang terdiri dari resistor, induktor, dan kapasitor yang dapat dirangkai secara seri atau secara parallel. Dalam pembahasan ini rangkaian RLC yang digunakan adalah rangkaian RLC seri. Apabila rangkaian RLC seri ini dihubungkan dengan sumber tegangan arus bolak balik, maka besarnya arus yang melewati tiap komponen adalah sama. Namun, besarnya tegangan pada masing-masing komponen akan berbeda. Selain itu, rangkaian RLC seri juga dapat mengalami resonansi jika beroperasi pada frekuensi tertentu.

Untuk menentukan nilai tegangan pada resistor, induktor, dan kapasitor ini, sering dijumpai permasalahan karena adanya beda fasa pada tegangan di setiap komponen. Oleh karena itu, dirancang sebuah program dengan menggunakan *VBA Excel* yang dapat menghitung nilai tegangan pada masing-masing komponen dengan metode numerik yang hasilnya akan dibandingkan dengan perhitungan secara analitik. Selain itu, hasil perhitungan tersebut dapat disajikan dalam bentuk grafik, sehingga mempermudah visualisasi perbedaan fasa antara arus dan tegangan rangkaian RLC serta tegangan pada tiap komponen. Program ini juga dilengkapi dengan perhitungan untuk mengetahui frekuensi resonansi dari rangkaian RLC tersebut.

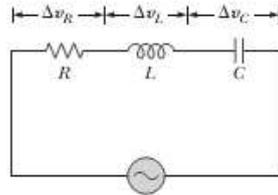
## II. METODE PENELITIAN

Rangkaian RLC seri (Gambar 1) dihubungkan dengan sumber tegangan arus bolak-balik  $V(t)$  yang besarnya diberikan oleh persamaan (1) akan memiliki arus sebesar  $I(t)$  yang berbeda fasa sebesar  $\phi$  terhadap tegangan yang ditunjukkan oleh persamaan (2). Beda fasa dapat dicari dengan menggunakan persamaan (3).

$$V(t) = V_{\max} \sin \omega t \tag{1}$$

$$I(t) = I_{\max} \sin(\omega t - \phi) \quad (2)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} \quad (3)$$



**Gambar 1.** Rangkaian RLC seri dihubungkan dengan sumber tegangan arus bolak balik [1]

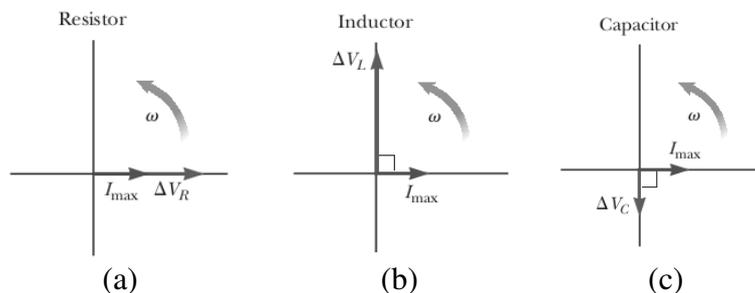
$I_{\max}$  merupakan arus maksimum yang besarnya ditentukan dengan menggunakan persamaan (4) yaitu:

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{Z} \quad (4)$$

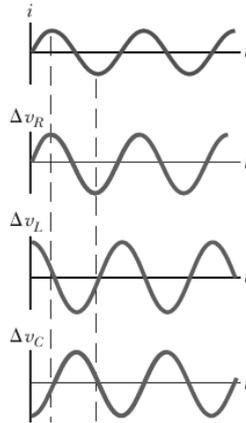
Di mana  $Z$  merupakan impedansi yang besarnya ditentukan oleh nilai resistansi, induktansi, dan kapasitansi dari komponen penyusunnya sesuai dengan persamaan (5) dengan  $X_L = \omega L$  merupakan reaktansi induktif dan  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  adalah reaktansi kapasitif.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (5)$$

Hubungan antara arus dan tegangan pada masing-masing komponen digambarkan dalam fasor pada Gambar 2, di mana untuk resistor, arus dan tegangannya berada dalam satu fasa, sedangkan pada induktor, tegangan mendahului arus dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$  dan pada kapasitor, tegangan tertinggal arus dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$  [1]. Grafik arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada resistor, induktor, dan kapasitor ditunjukkan pada Gambar 3.



**Gambar 2.** Diagram fasor arus dan tegangan pada (a) resistor, (b) induktor, dan (c) kapasitor [1]



**Gambar 3.** Arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada masing-masing komponen rangkaian RLC [1]

Resonansi pada rangkaian RLC seri terjadi pada frekuensi di mana  $X_L = X_C$ , yaitu pada saat  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Hal tersebut ditandai dengan impedansi suatu rangkaian RLC seri minimum sama dengan nilai  $R$  dan arus mencapai nilai maksimum [2].

Program ini dirancang dengan menggunakan metode numerik dan metode analitik. Perhitungan secara numerik dan analitik akan dibandingkan. Dalam hal ini, perhitungan numerik dilakukan untuk menentukan tegangan pada induktor dan tegangan pada kapasitor.

Tegangan di induktor ditentukan berdasarkan persamaan (6) sebagai berikut:

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad (6)$$

$\frac{dI}{dt}$  dicari dengan menggunakan diferensiasi numerik selisih maju (*Forward Difference*). Metode ini mengadopsi langsung definisi diferensial yang diuraikan berdasarkan deret Taylor seperti ditunjukkan persamaan (7) [3]:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (7)$$

Penentuan nilai  $h$  sebagai pias waktu dipilih sangat kecil yaitu 0.00000001 sekon supaya *error*-nya kecil. Persamaan (6) diaplikasikan untuk menurunkan arus sebagai fungsi waktu, sehingga persamaan differensialnya menjadi persamaan (8):

$$I'(t) = \frac{I(t+h) - I(t)}{h} \quad (8)$$

Sedangkan tegangan di kapasitor ditentukan berdasarkan persamaan (9).

$$V_C = \frac{1}{C} \int Idt \quad (9)$$

Secara numerik integral dari arus sebagai fungsi waktu digunakan integrasi numerik kaidah trapesium yang ditunjukkan oleh persamaan (10):

$$I \cong \frac{h}{2} \left[ f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right] \quad (10)$$

### III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Program yang dibuat dapat digunakan untuk menentukan nilai tegangan pada resistor, induktor, dan kapasitor serta tegangan pada rangkaian RLC yang dihubungkan dengan arus bolak-balik. Selain itu program ini dapat pula menggambarkan grafik arus dan tegangan sebagai fungsi waktu serta grafik hubungan antara arus terhadap frekuensi dan impedansi terhadap frekuensi sehingga dapat diketahui frekuensi resonansi pada rangkaian.

Uji program dilakukan dengan menggunakan besaran-besaran dengan nilai-nilai sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4 sebagai berikut:

Data	
Besaran	Nilai
Tegangan Maksimum (V)	311
Arus Maksimum (A)	0.2108
Frekuensi (Hz)	120
Frekuensi Sudut (rad/s)	754.286
Waktu Maksimum (s)	100
Resistansi R (Ohm)	670
Induktansi L (H)	0.015
Kapasitansi C (F)	1E-06

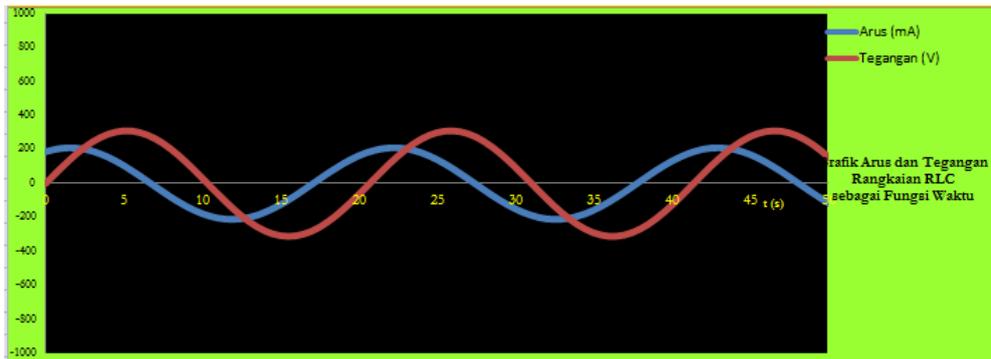
Gambar 4. Nilai-nilai besaran yang digunakan dalam perhitungan untuk uji program

Hasil perhitungan dengan metode numerik berdasarkan persamaan (6) dan (9) serta secara analitik ditampilkan pada Gambar 5. Perhitungan numerik tegangan pada induktor, dilakukan dengan memasukkan fungsi dari arus ke dalam persamaan (8). Sedangkan untuk tegangan pada kapasitor digunakan persamaan (10) dan pada program digunakan *syntax* "For" karena untuk menghitung integrasi, dilakukan perulangan n kali hingga mencapai waktu maksimum yang ditentukan. Hasil pada Gambar 5 menunjukkan bahwa error perhitungan secara numerik untuk tegangan pada induktor adalah sebesar  $1.9 \times 10^{-3} \%$ , sedangkan error perhitungan pada tegangan kapasitor adalah 1.4 %.

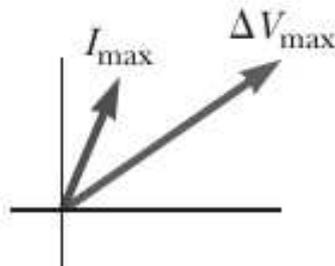
Berdasarkan nilai-nilai yang dihasilkan dalam perhitungan dapat diketahui bahwa tegangan pada kapasitor lebih besar dari pada tegangan pada induktor, sehingga rangkaian RLC ini bersifat kapasitif karena nilai  $X_L < X_C$ . Sifat kapasitif ini juga dapat dilihat berdasarkan grafik arus dan tegangan sebagai fungsi waktu dalam rangkaian RLC di mana tegangan pada RLC tertinggal oleh arus dengan beda fasa sebesar  $\phi$  (Gambar 6). Secara fasor, sifat kapasitif pada rangkaian ini dapat dilihat pada Gambar 7.

Olahan Data		
Besaran	Numerik	Analitik
Impedansi Z	1475.3512	1475.3512
Tegangan pada R (Vr)	4.4082872	4.4082872
Tegangan pada L (Vl)	2.3838573	2.3838109
Tegangan pada C (Vc)	-283.3206	-279.3354
Tegangan RLC Seri	-276.5284	-272.5433

Gambar 5. Hasil olah data secara numerik dan analitik



Gambar 6. Grafik arus dan tegangan pada rangkaian RLC yang bersifat kapasitif di mana arus mendahului tegangan



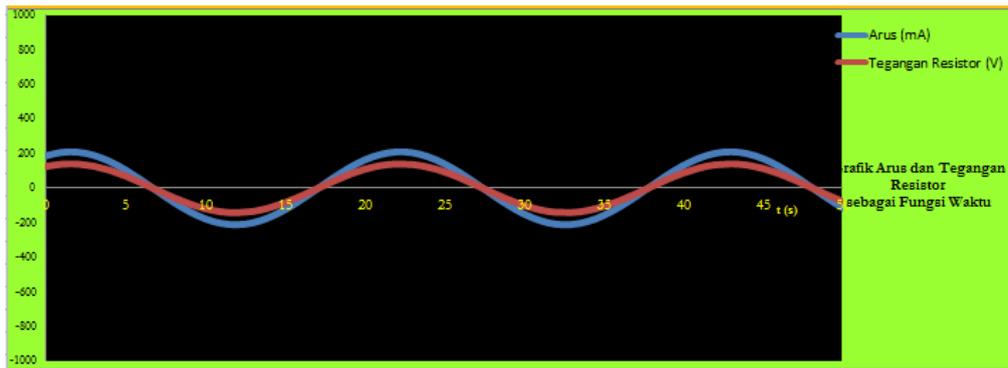
Gambar 7. Rangkaian RLC bersifat kapasitif, arus mendahului tegangan dengan beda fasa sebesar  $\phi$

Perhitungan nilai arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada masing-masing komponen disajikan pada Tabel 1 sebagai berikut:

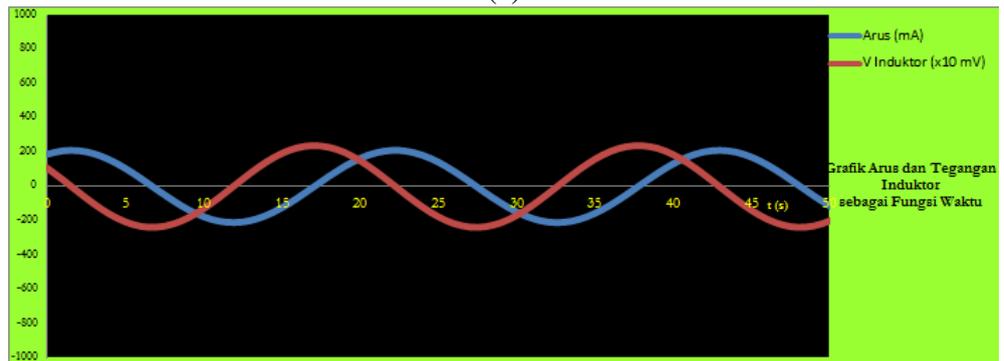
Tabel 1. Hasil perhitungan arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada rangkaian RLC

Tampilan Perhitungan					
t(s)	I (mA)	V <sub>r</sub> (V)	V <sub>l</sub> (x10 mV)	V <sub>c</sub> (V)	V (V)
0	187.8005	125.8263	107.4453962	-127.0595	-0.158724
1	207.8238	139.2419	39.4399903	-46.87258	92.76374
2	208.8532	139.9316	-32.1699889	37.59823	177.2082
3	190.7947	127.8325	-100.839828	118.6328	245.4568
4	155.2988	104.0502	-160.293526	188.825	291.2723
5	105.6095	70.75835	-205.097378	241.7598	310.4672
6	46.26813	30.99965	-231.156587	272.5993	301.2873
7	-17.30185	-11.59224	-236.089502	278.5248	264.5717
8	-79.29054	-53.12466	-219.445284	258.9949	203.6758
9	-134.0326	-89.80182	-182.745112	215.7944	124.1651
10	-176.5248	-118.2716	-129.343158	152.8716	33.30657
11	-203.8838	-135.8323	-64.1200235	75.87736	60.5866

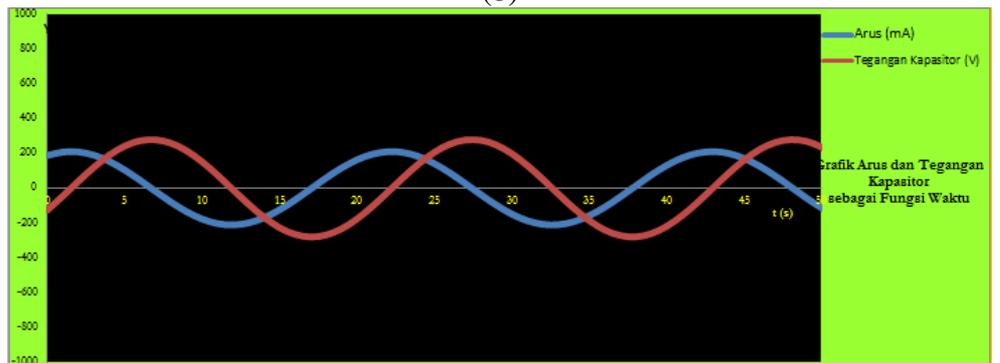
Hasil perhitungan ini dapat digunakan untuk memplot grafik arus dan tegangan sebagai fungsi waktu (Gambar 8) sehingga akan terlihat perbedaan fasa antara arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada resistor, induktor, dan kapasitor.



(a)



(b)



(c)

Gambar 8. Grafik arus dan tegangan sebagai fungsi waktu pada masing-masing komponen rangkaian RLC (a) resistor, (b) induktor, (c) kapasitor.

Hasil ini menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh dalam perhitungan secara numerik dan analitik yang diplotkan ini sesuai dengan hasil pada teori di mana pada resistor arus dan tegangannya sefasa. Sedangkan arus pada induktor tertinggal oleh tegangan sebesar  $90^\circ$  dan pada kapasitor arus mendahului tegangan dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$ .

Selanjutnya untuk mengetahui frekuensi resonansi dari suatu rangkaian RLC seri, dilakukan uji program dengan menggunakan besaran-besaran yang ditunjukkan pada Gambar 9 berikut:

Data	
Besaran	Nilai
Tegangan Maksimum (V)	311
Arus Maksimum (A)	0.280057
Frekuensi Awal (Hz)	1000
Frekuensi Sudut (rad/s)	69142.86
Waktu Maksimum (s)	100
Resistansi R (Ohm)	670
Induktansi L (H)	0.0149
Kapasitansi C (F)	1E-07
Frekuensi Resonansi (rad/s)	25906.39

Gambar 9. Nilai-nilai besaran yang digunakan dalam perhitungan untuk menentukan frekuensi resonansi

Olahan data ditunjukkan pada Gambar 10, di mana frekuensi yang digunakan bervariasi dimulai dari 1000 Hz dengan selang 50 Hz hingga 11000Hz.

Olahan Data									
f (Hz)	w (rad/s)	Vr (V)	Vl (V)	Vc (V)	V (V)	I (A)	Xl (Ohm)	Xc (Ohm)	Z (Ohm)
1000	6285.71	115.95	7.24274	-123.377	-0.1843	0.189597	93.65714	1590.909	1640.32
1050	6600	120.192	8.33126	-128.706	-0.18298	0.198437	98.34	1515.152	1567.24
1100	6914.29	124.219	9.51502	-133.915	-0.18158	0.207184	103.0229	1446.281	1501.08
1150	7228.57	128.024	10.796	-139	-0.18011	0.215832	107.7057	1383.399	1440.94
1200	7542.86	131.602	12.1757	-143.957	-0.17857	0.224377	112.3886	1325.758	1386.06
1250	7857.14	134.947	13.6556	-148.778	-0.17695	0.232814	117.0714	1272.727	1335.83
1300	8171.43	138.077	15.239	-153.573	-0.17527	0.241143	121.7543	1223.776	1287.24
1350	8485.71	140.992	16.926	-158.342	-0.17353	0.249364	126.4372	1178.725	1240.24
1400	8800	143.792	18.717	-163.085	-0.17173	0.257477	131.1201	1137.474	1195.24
1450	9114.29	146.477	20.612	-167.802	-0.16987	0.265482	135.803	1098.923	1152.24
1500	9428.57	149.047	22.611	-172.493	-0.16795	0.273379	140.486	1062.972	1111.24
1550	9742.86	151.502	24.714	-177.158	-0.16597	0.281168	145.169	1029.521	1072.24
1600	10057.14	153.842	26.921	-181.797	-0.16393	0.288849	149.852	998.57	1035.24
1650	10371.43	156.067	29.332	-186.41	-0.16183	0.296422	154.535	970.019	1000.24
1700	10685.71	158.177	31.947	-190.997	-0.15967	0.303887	159.218	943.868	967.24
1750	11000	160.172	34.766	-195.559	-0.15745	0.311244	163.901	919.917	936.24
1800	11314.29	162.052	37.789	-200.096	-0.15517	0.318493	168.584	898.066	907.24
1850	11628.57	163.817	41.016	-204.608	-0.15283	0.325634	173.267	878.215	880.24
1900	11942.86	165.467	44.447	-209.095	-0.15043	0.332667	177.95	860.264	855.24
1950	12257.14	167.002	48.082	-213.557	-0.14797	0.339592	182.633	844.113	831.24
2000	12571.43	168.422	51.921	-217.994	-0.14545	0.346409	187.316	829.762	808.24
2050	12885.71	169.727	55.964	-222.406	-0.14287	0.353118	191.999	817.111	786.24
2100	13200	171.017	60.211	-226.793	-0.14023	0.359719	196.682	806.06	765.24
2150	13514.29	172.192	64.662	-231.155	-0.13753	0.366212	201.365	796.509	746.24
2200	13828.57	173.252	69.317	-235.492	-0.13477	0.372597	206.048	788.458	729.24
2250	14142.86	174.197	74.176	-239.804	-0.13195	0.378874	210.731	781.807	714.24
2300	14457.14	175.027	79.239	-244.091	-0.12907	0.385043	215.414	776.556	700.24
2350	14771.43	175.742	84.506	-248.353	-0.12613	0.391104	220.097	772.605	687.24
2400	15085.71	176.342	90.077	-252.59	-0.12313	0.397057	224.78	769.854	675.24
2450	15400	176.827	95.952	-256.802	-0.12007	0.402902	229.463	768.203	664.24
2500	15714.29	177.197	102.131	-260.989	-0.11695	0.408639	234.146	767.652	654.24
2550	16028.57	177.452	108.614	-265.151	-0.11377	0.414268	238.829	768.101	645.24
2600	16342.86	177.592	115.401	-269.288	-0.11053	0.419789	243.512	769.55	637.24
2650	16657.14	177.617	122.492	-273.401	-0.10723	0.425202	248.195	772.009	630.24
2700	16971.43	177.527	129.887	-277.49	-0.10387	0.430507	252.878	775.458	624.24
2750	17285.71	177.322	137.586	-281.554	-0.10045	0.435704	257.561	779.807	619.24
2800	17600	177.002	145.589	-285.593	-0.09697	0.440793	262.244	785.056	615.24
2850	17914.29	176.567	153.896	-289.607	-0.09343	0.445774	266.927	791.205	612.24
2900	18228.57	176.017	162.507	-293.596	-0.08983	0.450647	271.61	798.254	610.24
2950	18542.86	175.352	171.422	-297.56	-0.08617	0.455412	276.293	806.203	609.24
3000	18857.14	174.572	180.641	-301.499	-0.08245	0.460069	280.976	815.052	609.24
3050	19171.43	173.677	190.264	-305.413	-0.07867	0.464618	285.659	824.801	610.24
3100	19485.71	172.667	200.291	-309.302	-0.07483	0.469059	290.342	835.45	612.24
3150	19800	171.542	210.722	-313.166	-0.07093	0.473392	295.025	846.909	615.24
3200	20114.29	170.302	221.557	-317.005	-0.06697	0.477617	299.708	859.158	619.24
3250	20428.57	168.947	232.796	-320.819	-0.06295	0.481734	304.391	872.207	624.24
3300	20742.86	167.477	244.439	-324.608	-0.05887	0.485743	309.074	886.056	630.24
3350	21057.14	165.892	256.486	-328.372	-0.05473	0.489644	313.757	900.705	637.24
3400	21371.43	164.192	268.937	-332.111	-0.05053	0.493437	318.44	916.154	645.24
3450	21685.71	162.377	281.792	-335.825	-0.04627	0.497122	323.123	932.403	654.24
3500	22000	160.447	295.051	-339.514	-0.04195	0.500709	327.806	949.452	664.24
3550	22314.29	158.402	308.714	-343.178	-0.03757	0.504198	332.489	967.301	675.24
3600	22628.57	156.242	322.781	-346.817	-0.03313	0.507589	337.172	985.95	687.24
3650	22942.86	153.967	337.252	-350.431	-0.02863	0.510882	341.855	1005.409	700.24
3700	23257.14	151.577	352.127	-354.02	-0.02407	0.514077	346.538	1025.658	714.24
3750	23571.43	149.072	367.406	-357.584	-0.01945	0.517174	351.221	1046.707	729.24
3800	23885.71	146.452	383.089	-361.123	-0.01477	0.520173	355.904	1068.556	745.24
3850	24200	143.717	399.176	-364.637	-0.01003	0.523074	360.587	1091.205	762.24
3900	24514.29	140.867	415.667	-368.126	-0.00523	0.525877	365.27	1114.654	780.24
3950	24828.57	137.902	432.562	-371.59	0.00005	0.528582	369.953	1138.903	799.24
4000	25142.86	134.822	449.861	-375.029	0.00471	0.531189	374.636	1163.952	819.24
4050	25457.14	131.627	467.564	-378.443	0.00932	0.533698	379.319	1189.801	840.24
4100	25771.43	128.317	485.671	-381.832	0.01388	0.536109	383.999	1216.45	862.24
4150	26085.71	124.892	504.182	-385.196	0.01839	0.538422	388.678	1243.909	885.24
4200	26400	121.352	523.097	-388.535	0.02285	0.540637	393.357	1272.158	909.24
4250	26714.29	117.697	542.416	-391.849	0.02716	0.542754	398.036	1301.207	934.24
4300	27028.57	113.927	562.139	-395.138	0.03142	0.544773	402.715	1331.056	960.24
4350	27342.86	110.042	582.266	-398.402	0.03563	0.546694	407.394	1361.705	987.24

Gambar 10. Olahan data untuk menentukan frekuensi resonansi

Hasil ini selanjutnya diplot (Gambar 11) dan diperoleh nilai frekuensi resonansi seperti ditunjukkan pada Gambar 9, di mana resonansi terjadi saat  $\omega = 25906.39$  rad/s yaitu saat frekuensi yang digunakan adalah sebesar 4125 Hz. Berdasarkan grafik pada Gambar 11, diketahui bahwa frekuensi resonansi terjadi pada saat nilai arus maksimum atau saat impedansi minimum sama dengan nilai  $R$ .



(a)



(b)

Gambar 11. Grafik hubungan antara (a) arus dengan frekuensi, di mana resonansi terjadi saat arus maksimum, (b) impedansi dengan frekuensi di mana resonansi terjadi saat impedansi bernilai minimum.

#### IV. SIMPULAN, SARAN, DAN REKOMENDASI

Menghitung tegangan pada R, L, dan C dapat dilakukan dengan VBA Excel secara numerik yang hasilnya mendekati perhitungan secara analitik. Arus dan tegangan R, L, dan C sebagai fungsi waktu dapat digambarkan dengan VBA Excel, di mana pada resistor arus sefasa dengan tegangan yang melaluinya, sedangkan pada induktor, arus tertinggal oleh tegangan dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$  dan pada kapasitor arus mendahului tegangan dengan beda fasa sebesar  $90^\circ$ . Program dapat digunakan untuk menentukan frekuensi resonansi pada rangkaian RLC seri yang terjadi saat  $X_L = X_C$ , impedansinya  $Z = R$ , ditunjukkan dengan grafik hubungan antara arus dan frekuensi dan grafik hubungan antara impedansi dengan frekuensi.

#### V. DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Serway, Raymond A., Jewett, John W. 2010. *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics Eighth Edition*. USA: Brooks/Cole Cengage Learning.
- [2]. Sutrisno. 1986. *Elektronika 1: Teori dan Penerapannya*. Bandung: Penerbit ITB.
- [3]. Setiawan, Agus. 2006. *Pengantar Metode Numerik*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.