

Masalah Invers dalam Tomografi : Interpolasi Pada Rekonstruksi Citra dari Berkas Paralel 2 Dimensi

Supurwoko¹, Dyah Fitriana², Edy Wiyono³, Pujayanto⁴

^{1,2,3,4} Universitas Sebelas Maret
 Jl. Ir. Sutami 36a Surakarta
 E-mail : supurwoko@yahoo.com

Abstrak

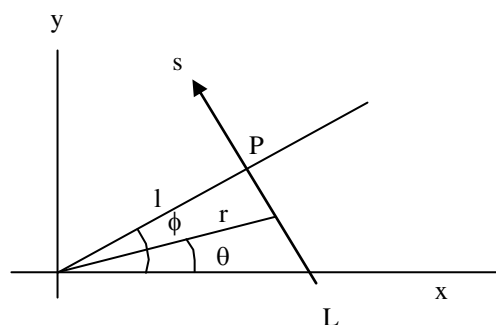
Pada rekonstruksi citra tomografi terjadi perubahan dari fungsi kontinu menjadi diskrit. Hal ini menyebabkan tidak semua data yang dibutuhkan dapat diketahui dengan pasti dan didapatkan dengan cara interpolasi. Karena itu pada penelitian ini diselidiki pengaruh interpolasi terhadap citra hasil rekonstruksi. Tampang lintang obyek uji yang akan diteliti adalah bentuk “+” dan “H”, sedangkan interpolasi yang digunakan adalah rata-rata 2 titik, rata-rata berbobot dan interpolasi splin kubik. Dari hasil pengamatan disimpulkan bahwa jenis interpolasi tidak mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap nilai rata-rata piksel termasuk juga kehomogennannya dan beda sisi obyek dengan lingkungannya.

Kata kunci : Rekonstruksi, interpolasi, citra tomografi..

1. Pendahuluan

Pada proses rekonstruksi citra tomografi 2 dimensi terjadi proses digitalisasi, yaitu perubahan dari sifat kontinu ke diskrit. Perubahan ini terjadi karena data yang ditampilkan komputer bersifat diskrit yaitu berupa nilai dari piksel-piksel yang membentuk citra.

Memang nilai dari piksel tidak diskrit, akan tetapi pikselnya sendiri bersifat diskrit. Oleh karena itu secara tidak langsung harus melakukan perubahan dari fungsi kontinu menjadi fungsi diskrit.



Gambar 1 : Variabel – variabel bebas dalam pemayaran.

Jika diamati dari penelitian yang dilakukan fungsi rekonstruksi yang digunakan adalah

$$f(r, \phi) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r \cos(\theta - \phi) + q} \frac{\partial}{\partial l} p_l(l, \theta)$$

yang merupakan fungsi kontinu (Gambar 1). Lalu dengan mengambil pasangan fourier

$$p_l(l, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} e^{i\omega l} q(\omega, \theta)$$

$$q(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} dl e^{-i\omega l} p_l(l, \theta)$$

dihasilkan

$$f(r, \phi) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\Phi \frac{1}{r \cos(\phi - \Phi) + d} \hat{P}_{\Phi}(Y(r, \phi))$$

Dengan $\hat{P}_{\Phi}(Y(r, \phi))$ adalah fungsi konvolusi dari data proyeksi.

Data proyeksi merupakan data hasil pengamatan oleh karena itu merupakan data diskrit. Demikian juga $f(r, \phi)$ adalah data diskrit karena merupakan fungsi yang mewakili nilai piksel-piksel pada posisi tertentu sepanjangampang lintang obyek yang diteliti. Oleh karena itu fungsi diatas haruslah diubah menjadi bentuk diskrit. Inilah yang menjadi salah satu masalah yang muncul pada rekonstruksi citra tomografi.

Masalah tersebut adalah untuk mendapatkan nilai antara 2 titik yang diketahui. Pada rekonstruksi citra, data digital yang dibutuhkan seringkali berada diantara dua piksel yang diketahui. Oleh karena itu teknik yang paling umum adalah interpolasi.

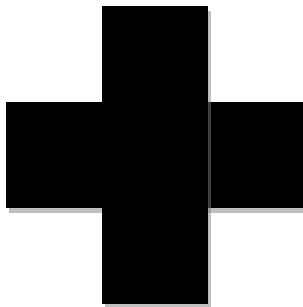
Tujuan utama interpolasi adalah menafsirkan data terdekat dengan data real yang tidak terukur. Karena bersifat tafsiran tentunya ada pertimbangan – pertimbangan atau karakteristik tertentu yang menjadi pertimbangannya. Karena alasan tersebut,

maka pada penelitian ini akan digunakan nilai rata-rata 2 titik, rata-rata berbobot dan interpolasi spline kubik.

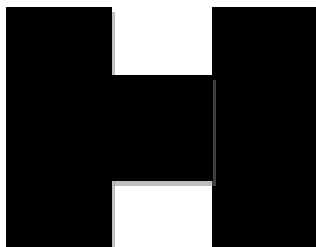
2. Pembahasan

2.1. Tampang Lintang Obyek Uji

Tampang lintang obyek yang diteliti berbentuk “+” (Plus) dan huruf “H” seperti yang ditunjukkan oleh gambar 1 dan gambar 2.



Gambar 1. Bentuk tampang lintang obyek uji “+”



Gambar 2. Bentuk tampang lintang obyek uji “H”

Bentuk tampang lintang obyek uji yang dilukiskan oleh gambar 1 dan gambar 2 dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai nilai piksel – piksel seperti yang ditunjukkan oleh gambar 3 dan gambar 4.

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

Gambar 3. Matriks tampang lintang obyek uji bentuk “+”

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

Gambar 4. Matriks tampang lintang obyek uji bentuk “H”

2.2. Data Proyeksi

Data proyeksi merupakan data yang diperoleh dari pengamatan. Data proyeksi yang digunakan pada penelitian ini merupakan data ideal yang tidak dipengaruhi kondisi sistem. Data itu diperoleh dengan menghitung kerapatan piksel yang dilalui oleh masing – masing berkas sinar X maya (simulasi).

Data inilah yang digunakan sebagai masukan untuk mendapatkan citra hasil rekonstruksi.

2.3. Hasil Rekonstruksi dengan berbagai interpolasi

Proses rekonstruksi data proyeksi menghasilkan data seperti yang dilukiskan oleh gambar 5 sampai gambar 10.

27	30	31	28	24	46	45	44	23	26	29	30	27
30	33	37	35	28	57	55	57	27	32	35	30	30
31	37	52	51	57	93	89	93	57	51	49	35	29
28	35	51	52	67	91	105	91	67	53	51	32	26
24	28	57	67	84	108	113	108	84	67	57	27	23
46	57	93	91	108	129	126	129	108	91	93	57	44
45	55	89	105	113	126	122	127	114	106	89	56	44
44	57	93	91	108	129	127	129	108	91	93	57	44
24	28	57	67	84	108	114	108	84	67	57	27	23
27	34	51	52	67	91	106	91	67	52	51	32	26
31	37	52	51	57	93	89	93	57	51	49	35	29
30	33	37	35	28	57	56	57	27	32	35	30	30
28	30	31	28	24	46	46	44	23	26	29	30	27

Gambar 5. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “+” dengan menggunakan rata-rata 2 titik.

22	32	28	30	24	47	46	46	23	27	26	32	21
32	33	33	39	25	61	53	61	23	36	32	28	32
28	33	52	54	59	104	88	104	59	54	49	32	26
30	39	54	49	66	82	107	82	66	50	54	36	27
24	25	59	66	86	107	114	107	86	66	59	23	23
47	61	104	82	107	130	125	130	107	82	104	61	46
46	53	88	107	114	125	122	125	114	107	89	54	44
46	61	104	82	107	130	125	130	107	82	104	61	46
24	25	59	66	86	107	114	107	86	66	59	23	23
29	36	54	48	66	82	107	82	66	49	54	36	27
28	33	52	54	59	104	89	104	59	54	49	32	26
32	33	33	39	25	61	54	61	23	36	32	28	32
23	32	28	30	24	47	46	46	23	27	26	32	22

Gambar 6. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “+” dengan menggunakan rata-rata berbobot 2 titik

28	25	31	25	24	43	44	41	22	23	29	25	28
30	34	42	31	30	53	57	53	29	28	38	33	25
33	42	52	48	53	83	90	83	53	48	50	38	29
25	31	48	56	68	100	107	100	68	56	48	28	23
24	30	53	68	83	110	114	110	83	68	53	29	22
43	53	83	100	110	129	127	129	110	100	83	53	41
44	57	90	107	114	127	122	128	115	108	90	58	43
41	53	83	100	110	129	128	129	110	100	83	53	41
24	30	53	68	83	110	115	110	83	68	53	29	22
24	31	48	56	68	100	108	100	68	56	48	28	23
33	42	52	48	53	83	90	83	53	48	50	38	29
30	34	42	31	30	53	57	53	29	28	38	33	25
33	30	33	25	24	43	44	41	22	23	29	25	28

Gambar 7. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “+” dengan menggunakan interpolasi splin kubik.

18	11	39	36	44	25	32	21	39	32	39	11	18
21	18	47	45	48	27	30	27	44	36	39	9	21
48	47	78	80	81	58	52	58	81	80	69	38	44
48	46	86	74	89	58	61	58	89	74	86	37	39
39	48	89	91	105	75	89	75	105	91	89	43	34
40	53	99	101	119	99	108	99	119	101	99	53	36
35	43	91	105	129	108	112	111	132	108	94	46	33
36	53	99	101	119	99	113	99	119	101	99	53	36
34	43	89	91	105	75	94	75	105	91	89	43	34
43	42	86	74	89	58	66	58	89	74	86	37	39
44	43	74	80	81	58	52	58	81	80	69	38	44
21	18	47	45	48	27	30	27	44	36	39	9	21
15	11	44	41	44	25	32	21	39	32	39	11	15

Gambar 8. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “H” dengan menggunakan rata-rata.

19	10	38	39	44	30	26	28	42	33	38	10	19
17	25	48	46	45	28	31	28	39	37	45	11	17
46	49	77	86	83	57	51	57	83	86	67	46	42
50	45	90	65	90	54	61	54	90	65	90	36	40
34	46	91	91	104	74	96	74	104	91	91	40	32
43	58	96	99	124	96	107	96	124	99	96	58	40
30	42	90	105	132	107	112	109	135	107	93	45	25
40	58	96	99	124	96	112	96	124	99	96	58	40
32	40	91	91	104	74	101	74	104	91	91	40	32
46	37	90	65	90	54	66	54	90	65	90	36	40
42	49	72	86	83	57	51	57	83	86	67	46	42
17	25	48	46	45	28	31	28	39	37	45	11	17
15	10	42	42	44	30	26	28	42	33	38	10	15

Gambar 9. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “H” dengan menggunakan rata-rata berbobot.

-2	-6	33	34	44	21	39	15	37	32	33	6	-2
17	9	46	44	52	26	28	26	51	36	32	6	8
52	45	81	74	78	58	52	58	78	75	74	31	39
47	49	82	84	90	61	58	61	89	84	83	4	140
44	52	86	91	109	76	81	76	109	91	86	50	38
37	48	103	104	112	103	112	103	112	104	103	48	31
41	41	93	108	124	113	112	115	127	110	96	44	42
31	49	103	104	112	103	117	103	112	104	103	48	31
37	50	86	91	109	76	86	76	109	91	86	50	38
43	48	83	84	90	61	63	61	89	84	83	41	40
48	37	78	74	78	58	52	58	78	75	74	31	39
17	9	46	44	52	26	28	26	51	36	32	6	8
12	12	46	39	44	21	39	15	37	32	33	-6	-5

Gambar 10. Matriks hasil rekonstruksi tampang lintang obyek uji bentuk “H” dengan menggunakan interpolasi splin kubik.

2.4. Nilai rata-rata piksel dan beda sisi-sisi citra

Nilai rata-rata piksel obyek uji dan rata – rata beda sisi antara obyek uji dengan sekelilingnya dinyatakan oleh tabel 1.

Tabel 1. Nilai rata-rata piksel obyek uji dan beda sisi

Obyek	Rata-rata TL Obyek	Rata-rata Beda Sisi
“+” rata-rata	104	45
“+” berbobot	105	45
“+” Splin Kubik	105	46
“H” rata-rata	94	46
“H” berbobot	94	46
“H” Splin Kubik	95	47

Dari tabel 1 nampak bahwa baik nilai rata-rata piksel obyek uji dan beda sisi antara obyek uji dengan lingkungannya tidak jauh berbeda oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa nilai piksel hasil rekonstruksi tidak tergantung pada interpolasi yang digunakan.

3. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah :

1. Nilai rata-rata piksel obyek uji tidak ditentukan oleh interpolasi yang diterapkan.
2. Nilai beda sisi obyek uji dengan lingkungannya tidak ditentukan oleh beda interpolasi yang diterapkan.

Saran

Pada pembuat software rekonstruksi tomografi dianjurkan untuk menggunakan nilai rata-rata pada interpolasinya agar lebih cepat proses kompilasinya.

Daftar Pustaka

- Gonzales, R., E., dan Woods, R. E., 2008, Digital Image Processing, Pentice-Hall
Herman, G. T., 1980, Image Reconstuction From Projection, Academic Press, Orlando..
Koanin, S.E., 1986, Computational Physics, Addison-Wesley..

Papri Ghosh, 2015, Image Reconstruction and Block Matching Algorithm Development for Video Image Processing In Security Surveillance, IJSER Volume 3 Issue 5, May 2015, pages : 37-40.