Peramalan Pola Data Musiman Dengan Model Winter's & ARIMA

Moh. Yamin Darsyah[1]

[1]Program Studi Statistika, Universitas Muhammadiyah Semarang
mydarsyah@unimus.ac.id

Abstrak

Peramalan merupakan seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian di masa depan, sehingga hasil dari peramalan dapat digunakan oleh pemangku kebijakan dalam mengambil kebijakan strategis untuk menyelesaikan persoalan dimasa mendatang. Peramalan melibatkan analisis time series dimana urutan pengamatan berdasarkan interval waktu yang sama dan pengamatan tersebut memiliki korelasi. Model time series yang digunakan pada penelitian ini antara lain model winter's dan model ARIMA yang diaplikasikan pada data debit air di telaga warna. Pemilihan model terbaik dengan meggunakan nilai MSE terkecil. Berdasarkan hasil perbandingan model time series diperoleh model terbaik dengan MSE terkecil yaitu pada model ARIMA.

Kata Kunci : *Model winters, Model ARIMA, Debit Air.*

Pendahuluan

Time series atau deret berkala adalah urutan pengamatan berdasarkan interval waktu yang sama dimana pengamatan tersebut memiliki korelasi atau saling bebas (Wei, 1990). Tiap-tiap pengamatan dianggap saling dependent antara satu dengan yang lain, atau pengamatan pada deret berkala ini merupakan pengamatan yang memiliki korelasi. Kumpulan pengamatan-pengamatan dalam deret waktu ini dinyatakan sebagai variabel yang sering dinotasikan sebagai Z. Data-data tersebut diamati pada waktu t_i, yaitu $t_1, t_2, ..t_n$ dan variabel tersebut ditulis dalam notasi $Z_{t_1}, Z_{t_2}, ..Z_{t_n}$. Dengan pesatnya perkembangan dunia usaha saat ini, setiap perusahaan (industri) dituntut untuk memahami ilmu peramalan (*forecasting*) karena tidak adanya kepastian yang akan terjadi di masa depan. Peramalan merupakan seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian di masa depan, sehingga hasil dari proses peramalan dapat digunakan oleh pihak perusahaan untuk mengambil kebijakan yang strategis ke depannya. Biasanya, peramalan melibatkan analisis *time series* (analisis deret waktu; *the study of historical data*). Dalam analisis *time series* terdapat berbagai macam model yang populer yaitu metode dekomposisi, model winter's, regresi deret waktu, dan model ARIMA. Keempat model di atas dapat digunakan untuk peramalan data yang mengandung pola musiman dan/atau tren. Peramalan yang akurat akan menghasilkan sistem manajemen perusahaan yang efektif.Tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan dan membandingkan model time series pada data debit air telaga warna.

Model winter's merupakan metode peramalan yang dikembangkan untuk mengatasi permasalahan yang muncul pada metode peramalan sebelumnya, yaitu mengatasi permasalahan adanya trend dan musiman (Utami & Darsyah, 2015). Model winter's dikenal juga dengan istilah *exponential smoothing*.

Terdapat dua model pada model winter's, yaitu sebagai berikut :

a. Model Multiplikatif, yaitu :

$$L_t = a\,(Y_t / S_{t-p}) + (1\text{-}a)\,[L_{t-1} + T_{t-1}] \qquad (1)$$
$$T_t = g\,[L_t - L_{t-1}] + (1 - g)T_{t-1}\ (1- d)\ S_{t-p}$$
$$\hat{Y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1})\ S_{t-p}$$

dengan :

L_t : Level pada waktu ke-t, a adalah bobot untuk level
T_t : Trend pada waktu ke-t, g adalah bobot untuk trend
S_t : Komponen musiman pada waktu ke-t, d adalah bobot untuk komponen musiman
p : periode musiman
Y_t : nilai data pada waktu ke-t
$\hat{Y}_t$: nilai fit pada waktu ke-t

b. Model Additif, yaitu :

$$L_t = a\,(Y_t / S_{t-p}) + (1\text{-}a)\,[L_{t-1} + T_{t-1}] \qquad (2)$$
$$T_t = g\,[L_t - L_{t-1}] + (1 - g)T_{t-1}$$
$$S_t = d\,(Y_t / L_t) + (1 - d)\ S_{t-p}$$
$$\hat{Y}_t = L_{t-1} + T_{t-1} + S_{t-p}$$

dengan :

L_t : Level pada waktu ke-t, a adalah bobot untuk level
T_t : Trend pada waktu ke-t, g adalah bobot untuk trend
S_t : Komponen musiman pada waktu ke-t, d adalah bobot untuk komponen musiman
p : periode musiman
Y_t : nilai data pada waktu ke-t

$\hat{Y}_t$: nilai fit pada waktu ke-t

Model ARIMA

Suatu data time series $\{Z_t\}$ dikatakan mengikuti model *integrated autoregressive moving average* jika *difference* ke - d $W_t = (1 - B)^d Z_t$ adalah proses stasioner ARMA. Jika W_t adalah ARMA (p,q) maka Z_t adalah ARIMA (p,d,q).

Secara umum model ARIMA adalah

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \qquad (3)$$

dengan :

$$\phi_p(B)\; 1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-...-\phi_p B^p \qquad (4)$$

adalah koefisien komponen MA non musiman dengan order q

a_t : error *white noise*, $a_t \sim IIDN(0,\sigma_a^2)$

B : operator *Backward*

$(1-B)^d$: pembedaan tak musiman dengan order pembedaan tak musiman *d*

Order pembedaan yang bernilai bulat tak negatif dapat memberikan indikasi terhadap kestasioneran suatu model ARIMA (Box *et al.*, 1994).

Metode Penelitian

Jika model ARIMA yang digunakan maka dapat dilakukan tiga tahapan Box-Jenkins sebagai berikut :

- Identifikasi model sementara yaitu dilakukan identifikasi stasioneritas data, baik dalam mean atau varians.
- Estimasi parameter model yaitu dilakukan pemilihan metode estimasi dalam model ARIMA, yaitu metode Moment, Least Square, atau Maximum Likelihood.
- Cek diagnosa yaitu dilakukan cek diagnosa kesesuaian model meliputi apakah *error* atau residual sudah random (white noise) serta berdistribusi normal. Pemeriksaan residual terbagi menjadi dua yaitu pemeriksaa *L-jung Box, white noise,* dan kenormalan residual. Pengujian dengan menggunakan uji *L-jung Box* dilakukan untuk memenuhi asumsi *white noise*, dengan hipotesis:

  H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_k = 0$

  H_1 : minimal ada satu nilai $\rho_k \neq 0$, dimana k = 1, 2,..., K.

dengan statistik uji: $Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}(n-k)^{-1}\hat{\rho}_k^2$, dimana n adalah banyak pengamatan dan $\hat{\rho}_k$ adalah sampel ACF residual pada lag ke-k. Daerah kritis = $Q > \chi^2_{(\alpha,K-m)}$ atau *P-value* < $\alpha = 5\%$. Pengambilan keputusan, jika H_0 ditolak maka residual tidak memenuhi asumsi *white noise* (Chen et all, 2002).

Untuk mengetahui apakah residual berdistribusi normal atau tidak dilakukan uji *Kolmogorov Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut (Bezerra, 2006):

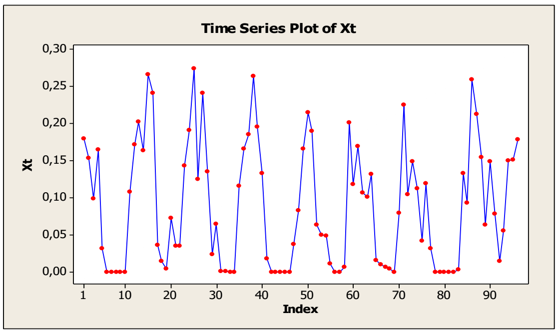
H_0: $F_n(x) = F_0(x)$ (residual berdistribusi normal)

H_1: $F_n(x) \neq F_0(x)$ (residual tidak berdistribusi normal)

dengan statistik Uji: $D = \underset{x}{Sup}[|F_n(x) - F_0(x)|]$, dimana D adalah nilai deviasi absolut maksimum antara $F_n(x)$ dan $F_0(x)$, Sup masing-masing merupakan fungsi *Kolmogorov* peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel, fungsi peluang kumulatif distribusi normal, dan nilai supremum untuk semua a_t. Daerah Kritis: Tolak H_0 jika $D \geq D_{(1-\alpha,n)}$ atau *P-value* < α , dengan $\alpha = 5\%$.

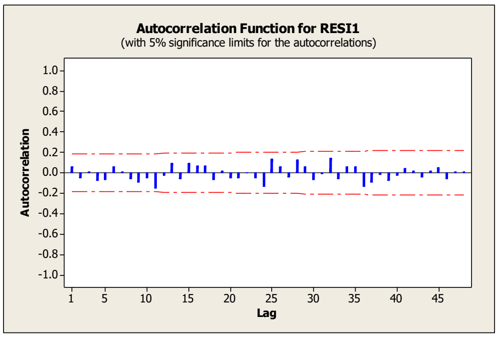
Kemudian, membandingkan performansi atau kebaikan hasil pemodelan, dengan menggunakan kriteria data testing (*out sampel*) berdasarkan nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil.

Hasil dan Pembahasan

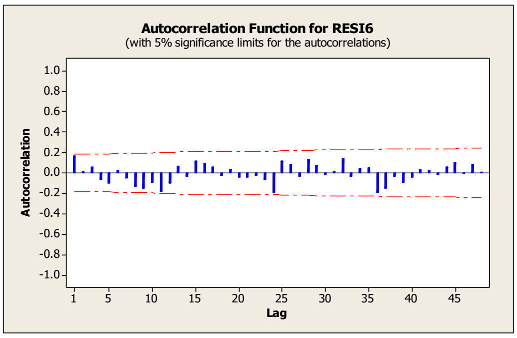


Gambar 1. Plot Time series Debit Air di Telaga Warna

Berdasarkan Gambar 1, dapat diketahui bahwa pada tiap tahunnya telaga warna memiliki debit air rata-rata yang fluktatif. Selain itu, dari Gambar 1 juga dapat diketahui bahwa model mempunyai pola musiman 12, tidak ada trend, dan data berpola aditif. Langkah selanjutnya yaitu menganalis data kasus tersebut dengan menggunakan metode Winter's (model aditif) Pertama, langkah yang dilakukan yaitu mencari parameter yang tepat agar didapatkan nilai MSE terkecil dengan cara mengkombinasikan nilai alpha (level), delta (musiman) dan gamma (trend). Dari hasil kombinasi maka didapatkan parameter alpha (level), delta (musiman) dan gamma (trend) masing-masing sebesar 0,1; 0, dan 0,1. Analisis ini menghasilkan MSE sebesar 0,007321. Analisis data dengan metode ARIMA, Berdasarkan output yang dihasilkan maka dapat diketahui bahwa modelnya yaitu 1 - 1 B**(12), hal ini berarti pada data kasus mengikuti model ARIMA (0,0,0) $(1,0,1)^{12}$. Nilai MSE yang dihasilkan dari analisis ini sebesar 0,002646 .



Gambar 2. Plot ACF Winter's Model



Gambar 3. Plot ACF Model ARIMA

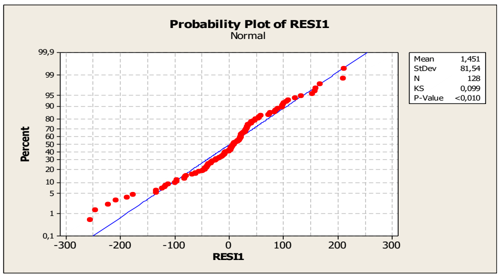
Dari plot ACF di atas dapat diketahui bahwa tidak ada lag yang keluar sehingga disimpulkan bahwa data sudah stasioner terhadap mean dan varians.

Tabel 1. Uji Signifikansi Parameter

Final Estimates of Parameters				
Type	Coef	SE Coef	T	P
AR S 1	0,3815	0,0890	4,29	0,000
MA S 1	0,9954	0,0009	1062,84	0,000
Constant	1,2935	0,1817	7,12	0,000

Berdasarkan hasil uji signifikasi paramater dapat disimpulkan bahwa pada model ARIMA (0,0,0) $(1,0,1)^{12}$ semua parameternya signifikan. Setelah model time series didapatkan maka langkah selanjutnya yaitu *diagnostic checking*, meliputi uji *white noise* dan uji kenormalan residual pada tiap model yang dihasilkan. Uji *white noise* pada metode ARIMA dilihat dari nilai *L-jung Box* (nilai Pr / P-*value* pada software minitab). Nilai P-*value* pada setiap lag lebih besar daripada 0,05 sehingga dapat disimpulkan bahwa residual yang dihasilkan model ARIMA telah *white noise*.

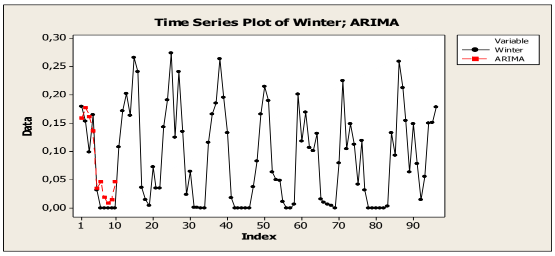
Uji normalitas adalah pengujian terhadap residual apakah sudah identik dan berdistribusi normal. Selanjutnya untuk pengujian apakah residual berditribusi normal, dapat dilakukan dengan pengujian *Kolmogorov-Smirnov*.



Gambar 4. Plot Kenormalan Residual

Dari *probability plot* di atas, dapat dilihat bahwa data berada di sekitar garis lurus walaupun ada beberapa data yang menyimpang jauh dari garis lurus. Dari gambar tersebut dapat diartikan bahwa residual sudah berdistribusi normal.

Dari semua metode tersebut didapatkan nilai *forecast*. Berikut plot hasil *forecast* tiap metode, yaitu:



Gambar 5. Plot perbandingan forecasting

Berdasarkan Gambar 5, terlihat bahwa dari hasil peramalan tidak jauh berbeda antara nilai *forecasting* masing-masing metode.

Kesimpulan

Hasil peramalan yang baik apabila MSE yang dihasilkan pada model nilainya kecil, berikut perbandingan nilai MSE nya:

Tabel 2. Perbandingan MSE pada Tiap Metode

Metode	MSE Out sample
Winter's	0,007321
ARIMA (0,0,0) $(1,0,1)^{12}$	0,002646

Dari Tabel 2 dapat diketahui bahwa nilai MSE terkecil dimiliki oleh metode ARIMA sehingga dapat disimpulkan bahwa model terbaik ARIMA (0,0,0) $(1,0,1)^{12}$ Dapat digunakan untuk meramalkan debit air telaga warna dengan tepat.

Daftar Pustaka

Bezerra, C.A. (2006). Evaluation Of Holt-Winters Models In The Solid Residua Forecasting:

A Case Study In The City Of Toledo – PR. *Journal of Production Third Research*, 3;11-12.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., and Reinsel, G.C. (1994). *Time Series Analysis.* Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Chen, Y., Dong, G., Han, J., Wash, B.W., Wang, J. (2002). Multi-Dimensional Regression Analysis of Time Series Data Streams. *Journal of the American Statisitical Association*, 28;8-10.

Utami, T.W., Darsyah, M.Y. (2015). *Peramalan Data Saham Dengan Model Winter's.* Jurnal Statistika. UNIMUS

Walters, A., Chai, Q. (2008). Investigating the Use of Holt-Winters Time Series Model for Forecasting Population at the State and Sub-State Levels. *Journal of the Demographics and Workforce Section*, 21;7-8.

Wei, W.W.S. (1990). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Co., USA.