

Penerapan *Model Predictive Control* (MPC) pada Kapal Autopilot dengan Lintasan Tertentu

Siti Aminatus Sholikhah, Kamiran, dan Subchan

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

Email: subchan@matematika.its.ac.id

Abstrak—Permasalahan dalam kendali kapal salah satunya adalah *path following*. *Path following* bertujuan mengarahkan kapal untuk mengikuti jalur yang ditentukan. Pada penelitian ini dikaji bentuk pengendali untuk memperkuat kendali terhadap masalah *path following*. Kapal yang menjadi objek pada penelitian ini adalah kapal yang berjenis *underactuated*. Kapal *underactuated* merupakan kapal dengan jumlah variabel yang dikontrol lebih banyak dari jumlah aktuator, dimana aktuator adalah sebuah alat yang digunakan untuk mengontrol sebuah mekanisme atau sistem. Langkah pertama yang dilakukan adalah mentransformasikan model dinamik kapal terhadap lintasan sehingga didapatkan model dinamik kapal yang baru berupa *error* posisi kapal terhadap lintasan dan *error* orientasi (*error* sudut kapal). Selanjutnya digunakan pengendali MPC untuk menstabilkan gerak kapal. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan pengendali MPC, *error* dari *path following* konvergen ke nol dan kapal dapat mengikuti lintasan yang diharapkan.

Kata kunci—Kapal *Underactuated*, Model Dinamik Kapal, Model Predictive Control (MPC), Path Following

I. PENDAHULUAN

INDONESIA merupakan salah satu negara yang sebagian besar wilayahnya adalah lautan yang membutuhkan sistem pertahanan keamanan kuat untuk menjaga keutuhan wilayah perairan. Salah satu upaya yang telah dilakukan adalah dengan meningkatkan patroli di perairan Indonesia. Patroli merupakan kegiatan rutin sehingga akan meringankan jika selama proses patroli menggunakan autopilot, dimana lintasan kapal telah ditentukan sebelumnya.

Kapal didefinisikan sebagai alat yang bergerak pada permukaan laut yang memiliki 6 derajat kebebasan dalam bergerak yaitu *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch*, dan *yaw* [1], akan tetapi pada penelitian ini variabel yang dikendalikan hanya dalam dua derajat kebebasan yaitu *surge* dan *yaw* dengan asumsi gerak *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* tidak berpengaruh pada manuver kapal. Kapal yang dimaksud adalah kapal *underactuated* dimana jumlah variabel yang dikontrol lebih banyak daripada jumlah yang dikendalikan oleh aktuator [2]. Aktuator adalah sebuah alat yang digunakan untuk mengontrol sebuah mekanisme atau sistem Masalah utama dalam kendali kapal adalah *trajectory tracking* dan *path following* [3]. *Trajectory tracking* mengacu pada kasus bagaimana kapal melacak jalur referensinya, sedangkan *path following* bertujuan mengarahkan kapal untuk mengikuti jalur yang diinginkan. *Trajectory tracking* sangat tergantung pada model

referensi sedangkan *path following* lebih cenderung untuk implementasi praktis seperti panduan (*guidance*) dan pengendalian kapal [4].

Dari tahun ke tahun, seiring dengan semakin berkembangnya keinginan untuk mencapai tingkat akurasi yang lebih tinggi dalam menyelesaikan permasalahan *path following*, semakin besar pula ketertarikan dalam menggunakan teknik kendali untuk menyelesaikan masalah ini. Banyak pendekatan yang dikenalkan dalam berbagai literatur, diantaranya pengendali backstepping yang digunakan pada wahana dalam air [5] dan untuk mengontrol kapal agar berada pada sebarang lintasan yang memungkinkan, serta pengendali *state* dan *output feedback* [6] yang digunakan untuk mengemudikan kapal permukaan *underactuated* mengikuti lintasan yang ada pada kecepatan maju konstan dengan mengabaikan gangguan lingkungan [7].

Pada penelitian ini, penulis menggunakan *model predictive control* (MPC) untuk mengendalikan kapal autopilot. Pemilihan teknik kendali MPC dikarenakan kendali ini dapat menangani sistem multivariabel. Penelitian ini di fokuskan pada kendali momen yaw yang terjadi karena pergerakan kapal di lautan. Dengan menggunakan optimasi pada MPC disusun sebuah pengendali sehingga posisi kapal dapat mengikuti lintasan yang diharapkan.

II. GERAK KAPAL DI LAUTAN

Pada prinsipnya perilaku *gerak kapal* dibagi dalam enam-derajat kebebasan (*six-degree of freedom*) yaitu: *surge*, *sway*, *yaw*, *heave*, *roll*, dan *pitch* seperti pada Gambar 1.

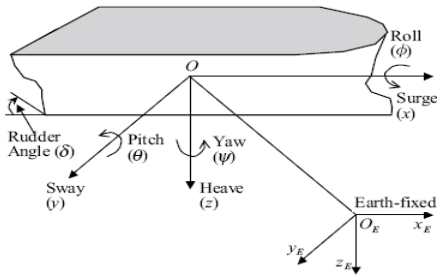
Secara umum gerakan yang dialami sebuah kapal ketika melaju di lautan ada dua macam, yaitu gerakan translasi dan rotasi [1].

Gerak translasi kapal dibagi menjadi tiga, yaitu:

- 1) Surge (maju/mundur)
- 2) Sway (kanan/kiri)
- 3) Heave (atas/bawah)

Gerak rotasi kapal dibagi menjadi tiga, yaitu:

- 1) Roll (gerakan maju)
- 2) Pitch (gerakan memutar ke depan)
- 3) Yaw (gerakan memutar ke samping)



Gambar 1. Enam derajat kebebasan gerak kapal [1]

III. MODEL MATEMATIKA PERGERAKAN KAPAL

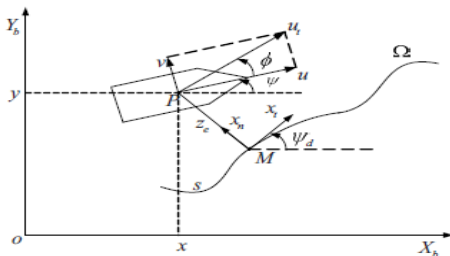
Model matematika kapal *underactuated* pada pergerakan *surge*, *sway*, dan *yaw* dengan *surge* konstan adalah sebagai berikut [4] :

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi + v \cos \psi \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \dot{r} &= \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{1}{m_{33}}\tau_r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

dengan :

- x = Berat kapal dan muatan *surge*
- y = Berat kapal dan muatan *sway*
- ψ = Sudut *yaw* pada sumbu bumi
- u = Kecepatan *surge*
- v = Kecepatan *sway*
- r = Kecepatan *yaw*
- $m_{ii} (i=1,2,3)$ = Inersia kapal termasuk pertambahan massa pada pergerakan *surge*, *sway*, dan *yaw*
- $d_{ii} (i=2,3)$ = Peredam getaran hidrodinamik pada pergerakan *sway* dan *yaw*
- τ_r = Momen *yaw*

Kerangka umum pada lintasan kapal ditunjukkan sebagai berikut :



Gambar 2. Kerangka umum pada lintasan kapal [4]

Pada gambar 2, Ω merupakan lintasan yang telah diketahui. M merupakan proyeksi orthogonal dari titik P kapal pada Ω . s merupakan jarak sepanjang lintasan antara beberapa titik tetap

pada lintasan dan M . x_n dan x_t merupakan vektor normal dan vektor kemiringan pada M . z_e merupakan jarak antar M dan P , ψ_d merupakan sudut antara x_t dan X_b . Misalkan $u_t = \sqrt{u^2 + v^2}$ merupakan kecepatan total kapal. ϕ merupakan sudut antara kecepatan *surge* dan kecepatan total.

Berdasarkan parameter di atas, kinematik kapal (1) di transformasikan sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_e &= u_t \sin \psi_e^* \\ \dot{\psi}_e^* &= r \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u_t^2} \right) - \frac{c(s)u_t}{1 - c(s)z_e} \cos \psi_e^* - \frac{u}{u_t^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \dot{r} &= \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{22}}v + \frac{1}{m_{33}}\tau_r \\ z_1 &= z_e \\ z_2 &= \psi_e^* \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dengan $\psi_e^* = \phi + \psi - \psi_d$ merupakan orientasi error. $c(s)$ merupakan kelengkungan lintasan pad titik M . z_1, z_2 merupakan sistem keluaran dan titik kesetimbangan sistem (2) adalah $z_e = 0, \psi_e^* = 0$. Keluaran referensi pada *path following* $z_d = 0$.

Berdasarkan persamaan (2) didapatkan bahwa z_e harus distabilkan dengan menggunakan sudut ψ_e^* . Secara matematis memiliki arti bahwa z_1 dan z_2 pada persamaan (2) harus menjadi satu persamaan, untuk itu didefinisikan ulang keluarannya (*output-redefinition*) dengan pendefinisian sebagai berikut

$$w_e^* = \arcsin \frac{kz_e}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}}$$

Dimana k selalu konstan positif.

Dengan *output-redefinition* (3), sistem (2) dapat di tulis sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_e &= \frac{u_t \sin w_e^*}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} - \frac{u_t kz_e \cos w_e^*}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \\ \dot{w}_e^* &= r \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u_t^2} \right) + \frac{ku_t}{1 + (kz_e)^2} \cdot \frac{\sin w_e^* - kz_e \cos w_e^*}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \\ &\quad - \frac{c(s)u_t}{1 - c(s)z_e} \cdot \frac{kz_e \sin w_e^* + \cos w_e^*}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} - \frac{u}{u_t^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \dot{r} &= \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{1}{m_{33}}\tau_r \\ z &= w_e \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

IV. MODEL PREDICTIVE CONTROL UNTUK SISTEM NONLINEAR

Berdasarkan sistem nonlinear [5]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ v &= h(x) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

dengan $x \in R^n$ adalah vektor keadaan, u adalah input, dan y adalah output.

Fungsi objektif diberikan sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\hat{y}(t+\tau) - \hat{w}(t+\tau))^T (\hat{y}(t+\tau) - \hat{w}(t+\tau)) d\tau \quad (6)$$

dengan T adalah waktu prediksi, $\hat{y}(t+\tau)$ adalah prediksi keluaran dan $\hat{w}(t+\tau)$ adalah sinyal referensi prediksi. Kendali input $u(t)$ diberikan sebagai nilai awal pada kendali optimal input $\hat{u}(t+\tau)$, $0 \leq \tau \leq T$ dengan meminimumkn fungsi objektif pada persamaan (4), maka:

$$u(t+\tau) = \hat{u}(t+\tau) \text{ untuk } \tau = 0 \quad (7)$$

Optimasi pada MPC nonlinear diberikan oleh teorema berikut :

Teorema 1 [5] : Perhatikan sistem nonlinear (5) dan andaikan keluaran pada interval prediksi didekati dengan menggunakan ekspansi deret taylor sampai order $\rho + l$ dengan ρ merupakan derajat relatif. Untuk order kendali $l \geq 0$, optimasi dalam MPC nonlinear dengan meminimumkan fungsi tujuan (6) sebagai berikut :

$$u(t) = -(L_g L_f^{\rho-1} h(x))^{-1} (KM_\rho + L_g^\rho h(x) - w^{[\rho]}(t)) \quad (8)$$

dengan $M_\rho \in R^{m \times \rho}$ diberikan sebagai berikut :

$$M_\rho = \begin{pmatrix} h(x) - w(t) \\ L_f h(x) - w^{[1]}(t) \\ \dots \\ L_g^{\rho-1} h(x) - w^{[\rho-1]}(t) \end{pmatrix} \quad (9)$$

dengan $K \in R^{m \times m \rho}$, misal K matriks dipartisi $K = [k_0, k_1, \dots, k_{\rho-1}]$ (10)

Dengan $k_i \in R^{m \times m}$, $i = 0, \dots, \rho - 1$. Substitusi (9) dan (10) ke (8) maka diperoleh

$$u(t) = -(L_g L_f^{\rho-1} h(x))^{-1} \left(\sum_{i=0}^{\rho-1} k_i (L_f^i h(x) - w^{[i]}) + L_g^\rho h(x) - w^{[\rho]}(t) \right) \quad (11)$$

dengan $[k_0, k_1, \dots, k_{\rho-1}]$ adalah baris pertama pada matriks

$\Gamma_{ll}^{-1} \Gamma_{\rho l}^T$, yang diberikan sebagai berikut :

$$\Gamma_{ll} = \begin{bmatrix} \Gamma_{(\rho+1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho+1, \rho+l+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{(\rho+l+1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho+l+1, \rho+l+1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Gamma_{\rho l} = \begin{bmatrix} \Gamma_{(1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(1, \rho+l+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{(\rho, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho, \rho+l+1)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Gamma_{(i,j)} = \frac{T^{i+j-1}}{(i-1)!(j-1)!(i+j-1)!} \quad (14)$$

dengan T adalah waktu prediksi dan l adalah order kendali.

Derajat relatif sistem bertujuan untuk menentukan input u masuk ke dalam sistem.

Definisi 1 [6]: Sistem nonlinear (5) dikatakan mempunyai derajat relatif ρ jika :

- (i) $L_g L_f^k h(x) = 0$ untuk setiap x dipersekitaran x_0 dan $k < \rho - 1$
- (ii) $L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0$

Derajat relatif ρ pada sistem nonlinear (5) dikatakan didefinisikan dengan baik (*well defined*) jika derajat relatifnya seragam untuk setiap x .

Ketika derajat relatif ρ tidak didefinisikan dengan baik maka $L_g L_f^{\rho-1} h(x) = 0$

Supaya dapat memahami sistem pada Persamaan (5), digunakan turunan Lie dengan menggunakan aturan rantai.

Definisi 2 [7]: Turunan Lie didefinisikan sebagai hasil kali $\frac{\partial h(x)}{\partial x}$ dengan $f(x)$ atau secara umum ditulis:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) \quad (15)$$

dengan $L_f h(x)$ diartikan sebagai turunan fungsi h atas vektor f .

Elemen dari turunan Lie adalah:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_i} f_i(x) \quad (16)$$

Definisi 3 [7]: Yang dimaksud dengan $L_f^n h(x)$ adalah:

$$L_f^n h(x) = \frac{\partial (L_f^{n-1} h(x))}{\partial x} f(x) \quad (17)$$

dengan $L_f^n h(x)$ diartikan sebagai turunan ke- n fungsi h atas vektor f .

V. PEMBAHASAN

Berdasarkan persamaan (4) maka sistem tersebut dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\tau \\ z = h(x) \end{cases}$$

dengan

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \bar{x} \in \mathfrak{R}^4$$

$$\bar{f}(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \end{bmatrix}, \bar{f}(x) \in \mathfrak{R}^4$$

$$\bar{g}(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ g_3(x) \\ g_4(x) \end{bmatrix}, \bar{g}(x) \in \mathfrak{R}^4$$

$$\tau = \tau_r, \tau \in \mathfrak{R}^1$$

$$z = h(x) = x_2 = w_e^*, \quad h(x) \in \mathfrak{R}^1$$

dan

$$f_1 = \frac{\sqrt{u^2 + x_3^2} \sin x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}} - \frac{kx_1 \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}}$$

$$f_2 = x_4 \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2}}{1 + (kx_1)^2} \cdot \frac{\sin x_2 - kx_1 \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}}$$

$$- \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2}}{1 - c(s)x_1} \cdot \frac{kx_1 \sin x_2 + \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}} - \frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3$$

$$f_3 = -\frac{m_{11} ux_4}{m_{22}} - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3$$

$$f_4 = -\frac{(m_{11} - m_{22}) ux_3}{m_{22}} - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_4$$

Kendali input pada MPC nonlinear yang mengacu dari (11) maka diperoleh :

$$\tau_r = -\left(L_g L_f^{\rho-1} h(x) \right)^{-1} \left(\sum_{i=0}^{\rho-1} k_i (L_f^i h(x) - z_d^{[i]}) + L_f^\rho h(x) - z_d^{[\rho]} \right) \quad (18)$$

dengan

$$h = x_2$$

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} f_i(x)$$

$$= x_4 \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} - \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 - c(s)x_1} - \frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3$$

$$L_g L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_i} g_i(x)$$

$$= \frac{1}{m_{33}} \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right)$$

Sesuai dengan Definisi 1 maka sistem mempunyai derajat relatif $\rho = 2$ karena $L_g L_f h(x) \neq 0$. Maka akan dicari nilai dari

$L_f^2 h(x)$ sebagai berikut :

$$L_f^2 h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_i} f_i(x)$$

$$= \left[\frac{-2k^3 x_1 \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^* - k^2 \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{(1 + (kx_1)^2)^2} \right] \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*$$

$$+ \left[\frac{c^2(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1)^2} + \frac{kc(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1)(1 + (kx_1)^2)} \right]$$

$$+ \left[\frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} + \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)x_1} \right]$$

$$x_4 \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} - \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 - c(s)x_1}$$

$$- \frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3$$

$$+ \left[\frac{kx_3 \sin \psi_e^*}{(1 + (kx_1)^2) \sqrt{u^2 + x_3^2}} - \frac{c(s)x_3 \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1) \sqrt{u^2 + x_3^2}} \right] \left[-\frac{m_{11} ux_4}{m_{22}} - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3 \right]$$

$$+ \left[\frac{2m_{11} u^2 x_3 x_4 - d_{22} u (u^2 - x_3^2)}{m_{22} (u^2 + x_3^2)^2} \right]$$

$$+ \left[1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right] \left[\frac{(m_{11} - m_{22}) ux_3}{m_{33}} - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_4 \right]$$

Keluaran referensi $z_d = 0$ maka turunan z_d sampai ρ adalah

$$z_d = \dot{z}_d = \ddot{z}_d = 0$$

Kendali input (18) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\tau_r = m_{33} \left[1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + x_3^2} \right]^{-1} \left\{ \begin{aligned} & \left[k_0 \psi_e^* + \arcsin \frac{kz_e}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \right] + \left[k_1 + \frac{k \sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kz_e)^2} + \frac{c(s) \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)z_e} \right] \\ & \left[r \left(1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + v^2} \right) + \frac{k \sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kz_e)^2} - \frac{c(s) \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)z_e} - \frac{u^2}{u^2 + v^2} \frac{d_{22}}{m_{22}} v \right] \\ & \left[\frac{-2k^3 z_e \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^* - k^2 \sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{(1 + (kz_e)^2)^2} - \frac{c^2(s) \sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e)^2} - \frac{kc(s) \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e)(1 + (kz_e)^2)} \right] \\ & \left[\sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^* + \frac{k_1 \sin \psi_e^*}{(1 + (kz_e)^2) \sqrt{u^2 + v^2}} - \frac{c(s) \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e) \sqrt{u^2 + v^2}} + \frac{2m_{11} u^2 v r - d_{22} u (u^2 - v^2)}{m_{22} (u^2 + v^2)^2} \right] \\ & \left[-\frac{m_{11} u^2}{m_{22} u^2 + v^2} \right] \left[\frac{(m_{11} - m_{22}) uv - d_{22} r}{m_{33} m_{22}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Parameter pengendali MPC yang digunakan adalah $T=37.5$ detik, $l=6$. Pada perhitungan (12)-(14) didapatkan nilai $k_0 = 0,365$ dan $k_1 = 1,0267$.

VI. SIMULASI NUMERIK

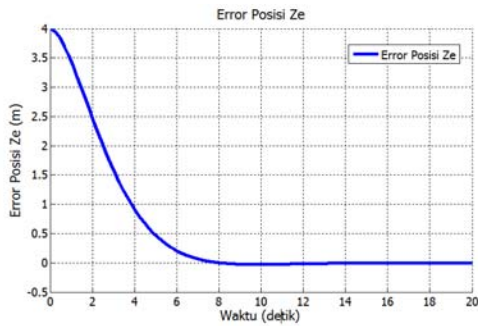
Dari hasil analisa pengendali MPC di atas, maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 1.
Data Parameter Sistem Kapal *Underactuated* [4]

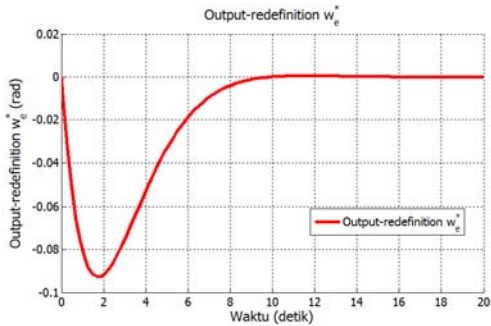
Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
u (m/s)	10	m_{22} (kg)	217.900
k	0,002	m_{33} (kg m ²)	63.600.000
c (s)	0,0125	d_{22} (kg/s)	117.000
m_{11} (kg)	120.000	d_{33} (kg m ² /s)	8.020.000

A. Simulasi Error Path Following dan Output-redefinition

Parameter yang digunakan sesuai tabel 1 dengan waktu simulasi 20 detik. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 3, Gambar 4, dan Gambar 5.



Gambar 3. Grafik Error Posisi z_e



Gambar 4. Grafik Output-redefinition w_e^*

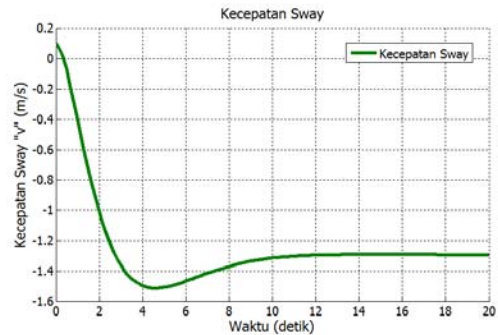


Gambar 5. Grafik Error Orientasi ψ_e^*

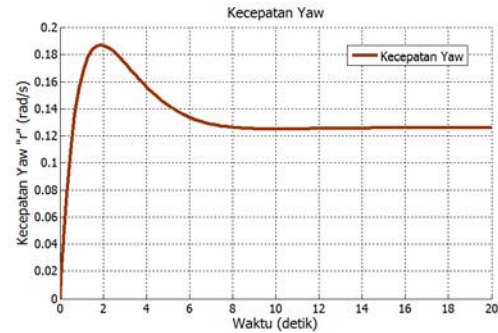
Pada gambar di atas, dapat dilihat bahwa grafik menunjukkan error posisi z_e , output-redefinition w_e^* dan error orientasi ψ_e^* konvergen ke nol. Artinya, grafik error posisi z_e menyerupai lintasan yang diharapkan pada detik ke-8, grafik output-redefinition w_e^* menyerupai lintasan yang diharapkan pada detik ke-10 dan grafik error orientasi ψ_e^* menyerupai lintasan yang diharapkan pada detik ke-10.

B. Simulasi Kecepatan Sway, Yaw dan Kendali Torsi

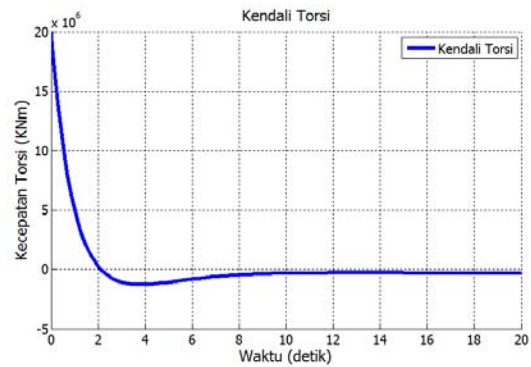
Parameter yang digunakan sesuai tabel 1 dengan waktu simulasi 20 detik. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 6, Gambar 7, dan Gambar 8.



Gambar 6. Grafik Kecepatan Sway



Gambar 7. Grafik Kecepatan Yaw



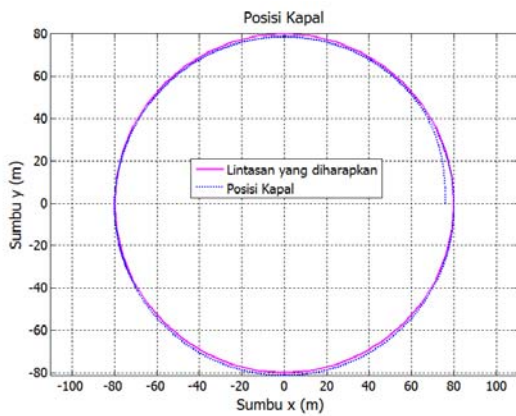
Gambar 8. Grafik Kendali Torsi

C. Simulasi lintasan yang diharapkan

Dalam simulasi hasil analisa pengendali MPC digunakan persamaan lingkaran dengan jari-jari lingkaran 80 m sebagai lintasan yang diharapkan. Persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} x_d &= R \cos \theta \\ y_d &= R \sin \theta \end{aligned} \tag{20}$$

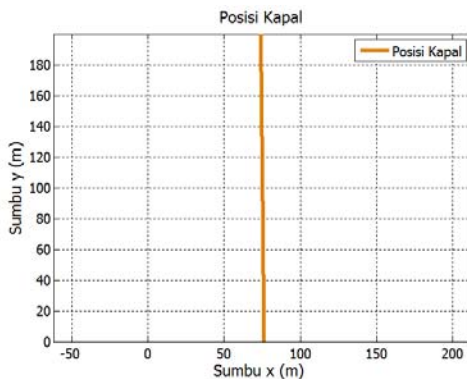
Simulasi berikut menggunakan kondisi awal $x(0) = 75m, y(0) = 0, \psi(0) = 1.57rad, v(0) = 0.1m/s, r(0) = 0$ dan waktu simulasi 100 detik dengan parameter yang digunakan sesuai tabel 1.



Gambar 9. Grafik Posisi Kapal Melingkar pada Bidang (x,y)

Berdasarkan hasil dari simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 9. Setelah diberi pengendali MPC yang telah dianalisa sebelumnya, maka grafik lintasan kapal menyerupai lintasan yang diharapkan.

Jika kelengkungan lintasan $c(s)$ pada parameter di tabel 1 diganti menjadi nol, maka hal ini akan mengakibatkan kapal bergerak lurus seperti hasil simulasi yang di tunjukkan pada Gambar 10.



Gambar 10. Grafik Posisi Kapal Lurus pada Bidang (x,y)

VII. KESIMPULAN

Dari hasil analisa pengendali MPC beserta simulasinya, didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Pengendali *Model Predictive Control* dapat diterapkan untuk mengendalikan gerak kapal *underactuated* dengan baik. Hal ini terlihat dari hasil simulasi yang menunjukkan bahwa gerak kapal hanya membutuhkan waktu beberapa detik agar dapat mengikuti lintasan yang diharapkan.
2. Hasil simulasi menunjukkan bahwa lintasan pada sistem sudah sesuai dengan lintasan yang diharapkan dan error pada *path following* yang meliputi error posisi z_e , output-redefinition w_e^* , error orientasi ψ_e^* konvergen ke nol.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. P. Sari, "Perancangan sistem pengendalian dan monitoring untuk menghindari tabrakan antar kapal di alur pelayaran tanjung perak Surabaya," Tugas Akhir, Jurusan Teknik Fisika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) (2011).
- [2] S. Oh-Ryeok and J. Sun, "Path following of underactuated marine surface vessels using line-of-sight based model predictive control," *Ocean Engineering*, Vol. 37, No. 2-3 (2010, Feb.) 289-295.
- [3] P. Encarnacao and A. Pascoal, "Combined trajectory tracking and path following for marine craft," Institute for System and Robotic, Portugal (2001).
- [4] W. Xiaofei, Z. Baohua, C. Deying, and W. Huaming,, "Adaptive analytic model predictive controller for path following of underactuated ships," in *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*, Yantai, China, (2011, July) 22-24.
- [5] P. Encarnacao and A. Pascoal, "3D path following for autonomous underwater vehicle," in *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia*, (2000) 2977-2982.
- [6] R. Skjetne and T.I. Fossen, "Nonlinear maneuver and control of ship", *Proceedings of Oceans 2001IEEE Conference and Exhibition*, (2001) 1808-1815
- [7] K.D. Do and J. Pan, "State- and output-feedback robust path following for underactuated ship using serret-frenet frame", *Ocean Engineering*, Vol. 31 (2004) 587-613.