

Estimasi Parameter α dan γ Dalam Pemulusan Eksponensial Ganda Dua Parameter Dengan Metode Modifikasi *Golden Section*

Nilu Yuwida, Lukman Hanafi, Nuri Wahyuningsih

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: nuri@matematika.its.ac.id

Abstrak— Ada beberapa parameter yang harus dievaluasi pada metode pemulusan eksponensial sehingga didapatkan parameter optimal yang memberikan ukuran kesalahan peramalan terkecil. Untuk mendapatkan parameter optimal, biasanya dicari dengan menggunakan metode coba dan salah (*trial and error*). Beberapa algoritma nonlinear programming dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi tersebut. Dalam penelitian ini dicari parameter α dan γ yang optimal dalam metode pemulusan eksponensial ganda dua parameter dengan menggunakan metode modifikasi Golden Section. Hasil dari metode modifikasi Golden Section dibandingkan dengan hasil dari memasukkan nilai parameter α dan γ secara acak. Hasil dari memasukkan nilai parameter secara acak menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil daripada metode modifikasi *Golden Section* namun perbedaannya sangatlah kecil. Nilai MAPE yang dihasilkan dari metode modifikasi *Golden Section* berada di bawah 10 %, itu menunjukkan bahwa metode ini menghasilkan sebuah model yang kinerjanya sangat bagus. Sehingga metode modifikasi *Golden Section* merupakan sebuah metode yang efektif untuk mendapatkan parameter α dan γ yang optimal pada metode pemulusan eksponensial ganda dua parameter dari Holt.

Kata Kunci—nonlinear programming, pemulusan eksponensial ganda dua parameter

I. PENDAHULUAN

Peramalan (*forecasting*) merupakan kegiatan memprediksi nilai-nilai sebuah variabel berdasarkan nilai yang diketahui dari variabel tersebut atau variabel yang berhubungan [1]. Salah satu metodenya adalah Peramalan Pemulusan Eksponensial, yaitu: metode Pemulusan Eksponensial Ganda Satu Parameter dari Brown (*Brown's One-Parameter Double Eksponensial Smoothing*), metode Pemulusan Ganda Dua Parameter dari Holt (*Holt's Two-Parameter Double Eksponensial Smoothing*) dan metode Pemulusan Eksponensial Tripel dari Winter (*Winter's Three-Parameter Tripel Eksponensial Smoothing*).

Terdapat beberapa parameter yang harus dievaluasi dalam tiap metode. Pendekatan untuk menentukan parameter yang optimal biasanya secara coba dan salah (*trial and error*). Namun algoritma *Nonlinear Programming* dapat menyelesaikan masalah optimasi parameter ini dengan baik [2]. Pada penelitian yang telah di kerjakan sebelumnya yaitu aplikasi algoritma *Nonlinear Programming* pada metode pemulusan eksponensial satu parameter [3], pada penelitian tersebut mendapatkan hasil bahwa metode interpolasi kuadrat

lebih efektif untuk mendapatkan parameter α yang optimal dalam metode pemulusan eksponensial tunggal. Sehingga pada tugas akhir ini melanjutkan untuk mendapatkan parameter alfa dan gamma yang optimal pada metode pemulusan eksponensial ganda dua parameter dengan menggunakan algoritma *Nonlinear Programming*. Metode yang digunakan dalam algoritma *Nonlinear Programming* adalah modifikasi algoritma *Golden Section*.

Untuk mengevaluasi nilai parameter peramalan, digunakan ukuran kesalahan peramalan Rata-rata Kesalahan Persentase Absolut (*Mean Absolute Percentage Error*). Harga parameter peramalan yang terbaik adalah harga yang memberikan nilai *error* peramalan yang terkecil.

II. URAIAN PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mendapatkan nilai α dan γ yang optimal dalam metode pemulusan eksponensial tunggal dengan menggunakan algoritma *nonlinear programming*. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut.

A. Studi Pendahuluan

Evaluasi parameter peramalan dalam metode pemulusan eksponensial ganda dua parameter merupakan permasalahan *nonlinear programming* yang khusus. Fungsi obyektifnya adalah ukuran kesalahan peramalan dan masalah yang dihadapi adalah minimasi [4]. Dua variabel yang ada yaitu parameter peramalan, kendala yang ada adalah nilai variabel terletak antara 0 dan 1. Secara umum evaluasi parameter peramalan dalam peramalan pemulusan eksponensial dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\text{Minimasi} : y = f(\alpha, \gamma)$$

$$\text{Kendala} : 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0 \leq \gamma \leq 1$$

Dengan

y : Ukuran kesalahan peramalan

α dan γ : Parameter peramalan

Untuk menghitung fungsi obyektif pada suatu nilai variabel $y = f(\alpha, \gamma)$ diperlukan langkah perhitungan yang panjang. Dari semua data pada periode waktu yang diketahui, nilai ramalan untuk masing-masing periode dihitung menggunakan kumpulan persamaan metode yang dikehendaki.

Kemudian ukuran kesalahan peramalan dihitung berdasarkan pada periode waktu yang dapat diramalkan dan yang ada datanya.

B. Mendapatkan nilai α dan γ yang optimal

Langkah-langkah yang dikerjakan untuk mendapatkan parameter α dan γ yang optimal adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan data yang mengandung pola trend.
2. Membuat program dari metode *nonlinear programming*, metode pemulusan eksponensial dan perhitungan MAPE.
3. Memasukkan data kedalam program.

C. Analisis hasil

Pada tahap ini dilakukan analisis hasil dari metode dalam *nonlinear programming* yang dipakai, metode tersebut dibandingkan dengan hasil perhitungan simulasi program apakah metode tersebut efektif sehingga mendapatkan parameter α dan γ yang optimal.

D. Kesimpulan dan saran

Pada tahap terakhir ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan sebelumnya. Selanjutnya diberikan saran untuk perbaikan pada penelitian berikutnya.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis hasil dari metode *nonlinear programming* yang dipakai kemudian dianalisa apakah metode tersebut efektif dalam mendapatkan parameter α dan γ yang paling optimal.

A. Data Penelitian

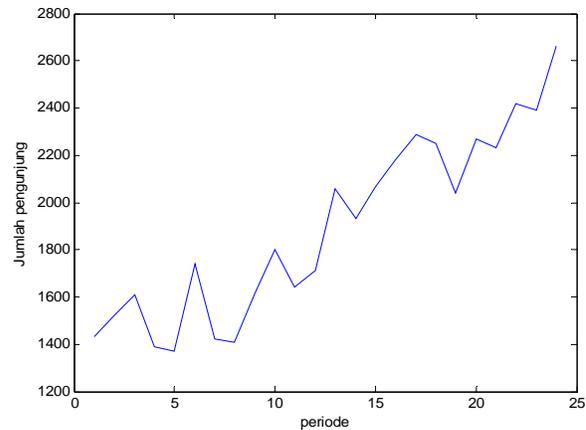
Data yang digunakan adalah data pengunjung Kusuma Agrowisata, Batu tahun 2009 dan 2010. Dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1.
Tabel Data Penelitian

Tahun	Periode	Jumlah Pengunjung	Tahun	Periode	Jumlah Pengunjung
2009	1	1430	2010	1	2060
	2	1520		2	1930
	3	1610		3	2070
	4	1390		4	2180
	5	1370		5	2290
	6	1740		6	2250
	7	1420		7	2040
	8	1410		8	2270
	9	1620		9	2230
	10	1800		10	2420
	11	1640		11	2390
	12	1710		12	2660

Sumber: Kusuma Agrowisata, Batu

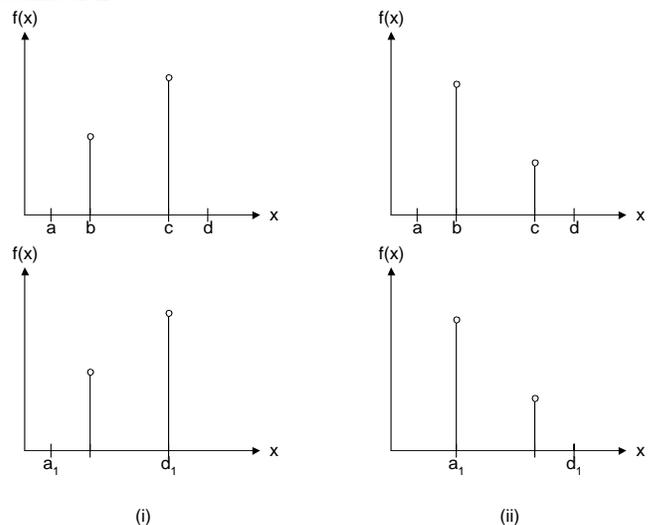
Dari data penelitian yang digunakan dilakukan analisa pola. Setelah dilakukan analisis pola didapatkan bahwa data yang digunakan merupakan data yang berpola trend. Plot data berpola trend dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar. 1. Pola Data Trend

B. Metode Modifikasi Golden Section

Proses Metode ini merupakan perluasan dari metode *Golden Section* yang hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan *nonlinear programming* satu variabel [5]. Metode ini menggunakan prinsip mengurangi daerah batas x yang mungkin menghasilkan nilai fungsi objektif optimum (maksimum atau minimum) secara iteratif. Misalkan pada suatu tahap iterasi nilai fungsi optimum mungkin terletak pada interval $x[a,d]$. Kemudian menentukan dua nilai x yang simetris dalam interval tersebut yaitu b dan c, dan interval kemungkinan fungsi berharga optimum dikurangi dari $[a,d]$ menjadi $[a,c]$ atau $[b,d]$ tergantung dari nilai di $x=b$ dan di $x=c$. Ilustrasi dalam bentuk grafik dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar. 2 Proses Pengurangan Interval Pencarian x optimum (i) dari $[a,d]$ menjadi $[a,c]$ (ii) dari $[a,d]$ menjadi $[b,d]$.

Untuk mendapatkan interval b dan c simetris dalam interval $[a,d]$ digunakan nilai perbandingan r , sehingga :

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{d-b}{d-a} = r$$

Dapat dituliskan :

$$b = d - r(d - a) = ra + (1 - r)d$$

$$c = a + r(d - a) = (1 - r)a + rd$$

Pada setiap tahapan iterasi ditentukan dua buah titik di dalam interval yang ada. Akan tetapi untuk tujuan penghematan langkah perhitungan, pada setiap tahapan iterasi hanya ditentukan sebuah titik baru. Titik yang lain adalah titik yang ditentukan pada tahap sebelumnya. Misalnya, interval telah dapat dikurangi dari [a,d] menjadi [a,c]. Interval [a,c] merupakan interval yang baru sehingga dapat dituliskan menjadi [a₁,d₁]. Hanya ditentukan satu titik baru yaitu b₁ karena titik b dijadikan titik c₁. Sehingga diperoleh hubungan,

$$b_1 = ra_1 + (1 - r)d_1$$

$$r = \frac{c_1 - a_1}{d_1 - a_1} = \frac{b - a}{c - a} = \frac{1 - r}{r} \quad (1)$$

Dari persamaan (1) didapat

$$r^2 + r - 1 = 0 \quad (2)$$

Persamaan (2) diselesaikan maka diperoleh nilai r sebesar $\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{5})$ atau $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$. Agar didapat interval yang semakin kecil diperlukan syarat $r < 1$, maka nilai r yang digunakan adalah $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$.

C. Metode Pemulusan Ganda Dua Parameter dari Holt

Pada metode pemulusan ini akan di cari estimasi parameter sehingga didapat parameter α dan γ yang menghasilkan nilai MAPE terkecil. Berikut adalah persamaan umum yang digunakan dalam metode ini.

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma(S_t + S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

$$F_{t+m} = S_t + b_t m$$

Dengan

S_t : Nilai pemulusan pada saat t

X_t : Data pada periode waktu t

b_t : Trend pada periode ke- t

α : Parameter pertama perataan antara nol dan satu

γ : Parameter kedua, untuk pemulusan trend

F_{t+m} : Hasil peramalan ke- $(t + m)$

m : Jumlah periode ke muka yang akan diramalkan

Untuk mendapatkan parameter α dan γ yang optimal dapat dilihat dari nilai MAPE yang terkecil. Sehingga yang menjadi fungsi objektif pada metode modifikasi *Golden Section* adalah MAPE. Persamaan umum MAPE sebagai berikut :

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - F_i}{X_i} \right| \times 100\%}{n}$$

D. Hasil Running Program

Langkah pertama adalah memasukkan nilai $\varepsilon_1, \varepsilon_2, a_1, a_2, d_1, d_2$. Nilai a_1 dan a_2 adalah batas bawah variabel keputusan, sedangkan nilai d_1 dan d_2 adalah batas atas variabel keputusan. Nilai ε_1 dan ε_2 adalah toleransi variabel keputusan yang menjadi pembatas berhentinya iterasi, dimana iterasi akan berhenti saat nilai $d_1 - a_1 \leq \varepsilon_1$ dan $d_2 - a_2 \leq \varepsilon_2$. Selanjutnya, nilai a_1, a_2, d_1, d_2 dimasukkan pada persamaan b_1, b_2, c_1 dan c_2 sebagai berikut :

$$b_1 = r.a_1 + (1 - r)d_1$$

$$b_2 = r.a_2 + (1 - r)d_2$$

$$c_1 = a_1 + d_1 - b_1$$

$$c_2 = a_2 + d_2 - b_2$$

Nilai r adalah nilai perbandingan untuk mendapatkan b dan c yang simetris pada interval $[a, d]$. Supaya interval menjadi semakin kecil diperlukan syarat $r < 1$, sehingga nilai $r = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$.

Pada metode ini nilai $f(x_i), x_i = (b_i, c_i)$ dengan $i = 1, 2$ adalah nilai MAPE dengan nilai (b_i, c_i) adalah nilai yang dimasukkan sebagai nilai α dan γ pada metode pemulusan eksponensial ganda dua parameter. Dengan rumusan sebagai berikut :

$$F_{t+1} = S_t + b_t \cdot 1$$

Dengan

$$S_t = b_i X_t + (1 - b_i)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = c_i(S_t + S_{t-1}) + (1 - c_i)b_{t-1}$$

Sehingga MAPE menjadi sebuah fungsi sebagai berikut :

$$f(b_i, c_i) = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - F_i}{X_i} \right| \times 100\%}{n}$$

Selanjutnya, dari kombinasi keempat fungsi tersebut dicari nilai fungsi yang maksimum.

$$f(x_i)_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - F_i}{X_i} \right| \times 100\%}{n}$$

Setelah mendapatkan nilai fungsi yang maksimum maka nilai interval akan berganti dengan nilai interval yang baru sesuai dengan fungsi mana yang maksimum.

Kemudian dilakukan pengujian iterasi apakah selisih batas akhir dan awal yang baru kurang dari ε_1 dan ε_2 . Jika nilai tersebut kurang dari ε_1 dan ε_2 maka iterasi akan berhenti dan dilanjutkan pada langkah selanjutnya yaitu mencari $f(x_i)$ yang minimum dari semua kombinasi $x_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$ dengan $i = 1, 2$.

$$f(x_i)_{\min} = \frac{\sum_{i=1}^n | \frac{X_i - F_i}{X_i} \times 100\% |}{n}$$

Dari nilai fungsi yang minimum tersebut maka didapat nilai parameter α dan γ yang optimal. Tetapi jika belum memenuhi syarat berhentinya iterasi, langkah selanjutnya kembali ke langkah pertama. Hasil running program didapatkan beberapa iterasi, Jumlah iterasi dari program modifikasi Golden Section dapat dilihat pada Tabel 2.

Dari proses iterasi pada metode modifikasi Golden Section, didapat nilai α dan γ yang optimal. Nilai tersebut dimasukkan pada rumus metode pemulusan ganda dua parameter sebagai berikut :

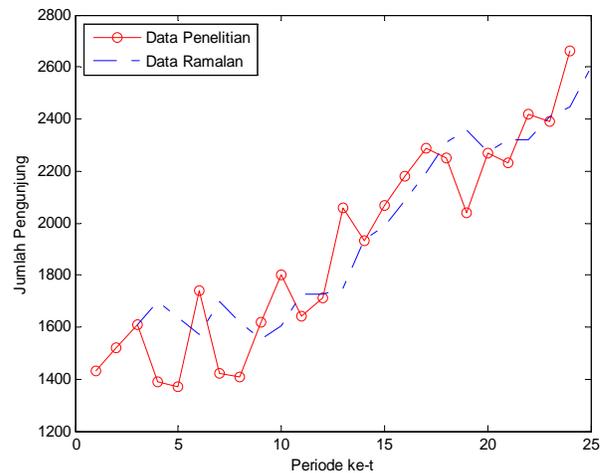
$$F_{t+1} = S_t + b_t \cdot 1$$

Dengan

$$S_t = 0,416408X_t + (1 - 0,416408)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = 0,188471(S_t + S_{t-1}) + (1 - 0,188471)b_{t-1}$$

Sehingga didapat nilai ramalan dan nilai MAPE. Nilai MAPE yang dihasilkan sebesar 7,09209%. Hasil plot antara data penelitian dan hasil peramalan dengan α dan γ yang optimal dapat dilihat pada Gambar 3.



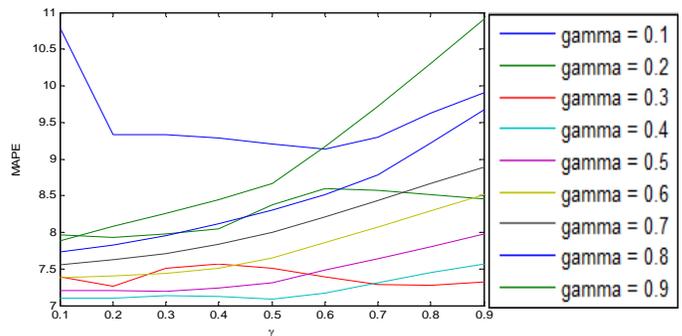
Gambar. 3. Grafik Data Penelitian dan Hasil Peramalan.

E. Kombinasi Nilai α dan γ yang Dimasukkan Secara Acak

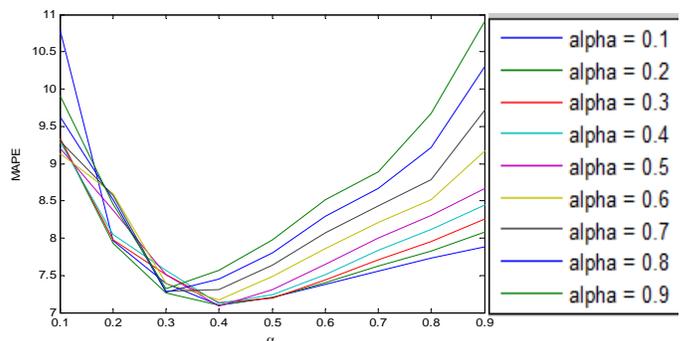
Plot hasil *running* dari memasukkan nilai α dan γ secara acak dapat dilihat pada Gambar 4 dan Gambar 5.

Tabel. 2.
Hasil Iterasi Running Program Modifikasi Algoritma Golden Section

	a1	b1	c1	d1	a2	b2	c2	d2	
1		0	0	0.2361	0.2361	0.382	0.382	0.618	0.618
2		0.2361	0	0.382	0.1459	0.4721	0.2361	0.618	0.382
3		0.2361	0.1459	0.3262	0.2361	0.382	0.2918	0.4721	0.382
4		0.3262	0.1459	0.382	0.2016	0.4164	0.2361	0.4721	0.2918
5		0.382	0.1459	0.4164	0.1803	0.4377	0.2016	0.4721	0.2361
6		0.382	0.1803	0.4033	0.2016	0.4164	0.2148	0.4377	0.2361
7		0.4033	0.1803	0.4164	0.1935	0.4245	0.2016	0.4377	0.2148
8		0.4164	0.1803	0.4245	0.1885	0.4296	0.1935	0.4377	0.2016
9		0.4164	0.1885	0.4214	0.1935	0.4245	0.1966	0.4296	0.2016
10		0.4164	0.1885	0.4195	0.1916	0.4214	0.1935	0.4245	0.1966
11		0.4164	0.1885	0.4183	0.1904	0.4195	0.1916	0.4214	0.1935
12		0.4164	0.1885	0.4176	0.1897	0.4183	0.1904	0.4195	0.1916
13		0.4164	0.1885	0.4171	0.1892	0.4176	0.1897	0.4183	0.1904
14		0.4164	0.1885	0.4169	0.1889	0.4171	0.1892	0.4176	0.1897
15		0.4164	0.1885	0.4167	0.1888	0.4169	0.1889	0.4171	0.1892
16		0.4164	0.1885	0.4166	0.1886	0.4167	0.1888	0.4169	0.1889
17		0.4164	0.1885	0.4165	0.1886	0.4166	0.1886	0.4167	0.1888
18		0.4164	0.1885	0.4165	0.1885	0.4165	0.1886	0.4166	0.1886
19		0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4165	0.1885	0.4165	0.1886
20		0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4165	0.1885
21		0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885
22		0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885
23		0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885	0.4164	0.1885



Gambar. 4. Plot Antara γ dan MAPE.



Gambar. 5. Plot Antara α dan MAPE.

Berdasarkan plot hasil running didapat nilai MAPE terkecil dari masing-masing kombinasi. Nilai MAPE terkecil dari masing-masing kombinasi dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4. Dari memasukkan nilai α dan γ secara acak tersebut dan dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4, diperoleh nilai parameter yang optimal α sama dengan 0,4 dan γ sama dengan 0,5. Sehingga didapat model pemulusan eksponensial ganda dua parameter sebagai berikut :

$$F_{t+1} = S_t + b_t \cdot 1$$

Dengan

$$S_t = 0,4X_t + (1 - 0,4)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = 0,5(S_t + S_{t-1}) + (1 - 0,5)b_{t-1}$$

Tabel. 3.
Nilai MAPE Terkecil Dari Plot Nilai γ Dan MAPE

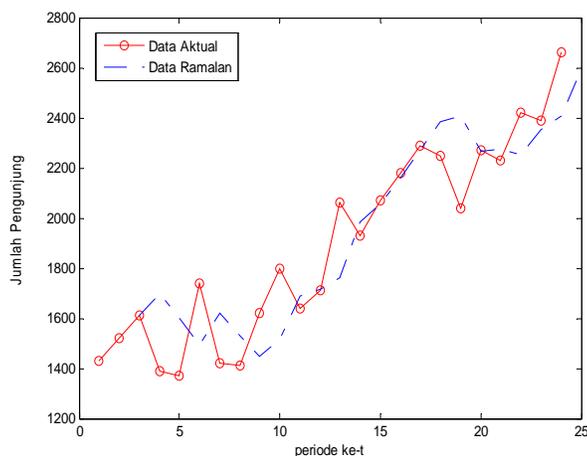
No.	α	γ	MAPE (%)
1	0.1	0.6	9.1293
2	0.2	0.2	7.9346
3	0.3	0.2	7.2624
4	0.4	0.5	7.0845
5	0.5	0.3	7.1956
6	0.6	0.1	7.3751
7	0.7	0.1	7.5561
8	0.8	0.1	7.7289
9	0.9	0.1	7.8813

Tabel. 4.
Nilai MAPE Terkecil Dari Plot Nilai α Dan MAPE

No.	α	γ	MAPE (%)
1	0.4	0.1	7.0951
2	0.4	0.2	7.0996
3	0.4	0.3	7.1316
4	0.4	0.4	7.1274
5	0.4	0.5	7.0845
6	0.4	0.6	7.1681
7	0.3	0.7	7.288
8	0.3	0.8	7.2709
9	0.3	0.9	7.3266

Dari parameter optimal tersebut didapat nilai MAPE sama dengan 7,0845%. Hasil Plot antara data penelitian dan data ramalan dapat dilihat pada Gambar 6.

Suatu model mempunyai kinerja sangat bagus jika nilai MAPE berada di bawah 10%, dan mempunyai kinerja bagus jika nilai MAPE berada di antara 10% dan 20% [6].



Gambar. 6. Plot Antara Data Penelitian dan Data Ramalan

IV. KESIMPULAN

Proses untuk mendapatkan nilai α dan γ yang optimal dengan menggunakan metode modifikasi Golden Section menghasilkan nilai α sama dengan 0,416408 dan γ sama dengan 0,188471. Dari nilai α dan γ optimal didapat nilai MAPE 7,09209%. Dengan cara memasukkan nilai parameter α dan γ secara acak menghasilkan nilai parameter yang optimal α sama dengan 0,4 dan γ sama dengan 0,5. Dari parameter optimal tersebut didapat nilai MAPE sama dengan 7,0845%. Hasil dari memasukkan nilai parameter secara acak menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil daripada metode modifikasi *Golden Section* namun perbedaannya sangatlah kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Makridakis, S., Wheelwright S.C., dan McGee V.E. (1999). "Metode dan Aplikasi Peramalan". Diterjemahkan oleh Suminto, H. Jakarta: Binarupa Aksara.
- [2] Makridakis, S., Wheelwright, S.C. (1989). "Forecasting Methods for Management". 5 ed. John Wiley & Sons, Inc: New York
- [3] Nurhidayati, E. N. (2011). "Aplikasi Algoritma Nonlinear Programming Untuk Mengoptimalkan Parameter Alfa Dalam metode Pemulusan Eksponensial Satu Parameter". Jurusan Matematika FMIPA ITS.
- [4] The Jin Ai. (1999). "Optimasi Peramalan Pemulusan Eksponensial Satu Parameter Dengan Menggunakan Algoritma Nonlinear Programming". Jurnal Teknologi Industri, Vol. III, No. 3, hal 139 – 148
- [5] The Jin Ai. (2002). "Penyelesaian Non-Linear Programming (NLP) yang berbentuk Maks/Min $f(x)$ dengan Kendala $a \leq x \leq d$ dengan Modifikasi Algoritma Golden Section". Jurnal Teknologi Industri, Vol. VI, No. 1, Januari 2002: 37 – 42
- [6] Zainun, N. Y. dan Majid, M. Z. A. (2003). "Low Cost House Demand Predictor". unibersitas Teknologi Malaysia