

# Estimasi Inflasi Wilayah Kerja KPwBI Malang Menggunakan ARIMA-Filter Kalman dan VAR-Filter Kalman

Popy Febritasari, Erna Apriliani<sup>1</sup>, Nuri Wahyuningsih<sup>2</sup>

Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: april@matematika.its.ac.id<sup>1</sup>, nuri@matematika.its.ac.id<sup>2</sup>

**Abstrak**—ARIMA Box-jenkins dan VAR adalah salah satu metode *time series* yang biasa digunakan untuk melakukan analisis data dan peramalan. Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menemukan data yang mempunyai keterkaitan dalam deret waktu. Data yang memiliki ketekaitn deret waktu merupakan data *time series*, dimana data tersebut selalu berubah-ubah setiap periode waktu dengan berbagai macam faktor. Untuk mendapatkan prediksi yang mempunyai tingkat error yang kecil, maka akan dilakukan perbandingan dua model yaitu Vector Autoregressive (VAR)-Filter Kalman dan model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)-Filter Kalman. Algoritma Filter Kalman akan diterapkan pada hasil ramalan pemodelan ARIMA dan VAR dengan pengambilan derajat polinomial kesatu, dua, dan tiga untuk memperbaiki prediksi 7 bulan ke depan. Hasil akhir menunjukan bahwa Filter Kalman mampu memperbaiki hasil estimasi ARIMA dan VAR. Dimana tingkat error ARIMA-Filter Kalman dan VAR-Filter Kalman lebih kecil dibandingkan dengan ARIMA dan VAR, yang ditunjukan melalui hasil simulasi berupa grafik dan diperjelas dengan nilai MAPE yang lebih kecil. Pengambilan derajat polinomial mempengaruhi hasil prediksi, semakin besar derajat polinomial maka semakin kecil error prediksi.

**Kata Kunci**—ARIMA, Filter Kalman, polinomial derajat, VAR.

Sebelumnya telah dilakukan penelitian tentang penggunaan metode ARIMA dan VAR dalam estimasi inflasi di Indonesia [2]. Kedua metode tersebut menghasilkan nilai *error* estimasi VAR lebih kecil dibandingkan menggunakan ARIMA. Namun nilai *error* masih relative besar.

Dalam penelitian ini dilakukan prediksi inflasi *month to month* di dua daerah, yaitu Kota Malang dan Probolinggo menggunakan metode ARIMA dan VAR. Kemudian dari model ARIMA dan VAR akan digunakan estimasi parameter dan memodelkan sistem. Kemudian akan diterapkan Filter Kalman untuk perbaikan estimasi, dimana dalam perbaikan estimasi akan digunakan polinomial *error* model VAR dan ARIMA dengan pengambilan beberapa nilai polinomial pada *error* residual ARIMA dan VAR. Selanjutnya akan dilihat *error* terkecil hasil prediksi selama 7 bulan ke depan dari metode ARIMA-Filter Kalman dan VAR-Filter Kalman. Selain mnganalisis keakuratan Filter Kalman untuk perbaikan hasil ARIMA dan VAR, akan dianalisis pengaruh pengambilan polinomial *error* dalam perbaikan estimasi.

## I. PENDAHULUAN

Inflasi merupakan suatu faktor yang sangat berpengaruh dalam perekonomian suatu daerah. Inflasi *month to month* merupakan inflasi bulanan yang menggunakan perbandingan dengan bulan sebelumnya. Bank Indonesia merupakan badan pemerintahan yang memiliki amanah dalam menjaga stabilitas perekonomian, termasuk inflasi. Sehingga memiliki beberapa kantor perwakilan, salah satunya KPwBI Kota Malang. Dimana KPwBI Kota Malang memantau pergerakan inflasi Kota Malang dan Probolinggo. Stabilitas harga sangat bergantung pada besar kecilnya nilai inflasi. Semakin besar nilai inflasi, maka semakin tinggi pula harga[1].

Prediksi inflasi *month to month* merupakan suatu langkahantisipasi dalam menjaga stabilitas perekonomian. Metode yang digunakan metode *time series*, sebab inflasi *month to month* merupakan data yang memiliki keterkaitan deret waktu.

Banyak metode *time series* yang digunakan untuk memprediksi data. Namun, metode-metode peramalan masih memiliki tingkat *error* yang sangat tinggi. Metode *time series* yang digunakan adalah ARIMA dan VAR. Kedua metode tersebut memiliki perbedaan, dimana metode ARIMA merupakan metode peramalan univariate dan VAR merupakan metode peramalan multivariate. Kedua metode memiliki tingkat *error* yang berbeda namun masih tergolong besar. Sehingga dibutuhkan suatu metode yang digunakan untuk memperkecil *error*.

## II. METODOLOGI PENELITIAN

### A. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder inflasi *month to month* dari KPwBI Kota Malang mulai bulan Januari 2010 hingga Agustus 2015, sejumlah 68 data dan dibagi menjadi 2 bagian yaitu:

(i) Data *in-sample* (pemodelan) : Januari 2010-Januari 2015.

(ii) Data *out-sample* (validasi) : Pebruari-Agustus 2015.

Sedangkan variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

Z1(t) : inflasi *month to month* Malang

Z2(t) : inflasi *month to month* Probolinggo

### B. Langkah Analisis

Langkah pertama adalah melakukan uji stasioneritas dengan plot *time series*. Data yang telah stasioner dibuat plot ACF dan PACF untuk menentukan orde model ARIMA. Setelah diperoleh model sementara sebagai model dugaan, dilakukan uji signifikansi, uji residual *white noise* dan uji residual distribusi normal. Untuk pemilihan model terbaik, dipilih berdasarkan parameter yang signifikan, residual *white noise* dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC-SBC terkecil.

Langkah awal pada metode VAR, uji stasioner data seperti pada ARIMA, identifikasi orde MACF dan MPACF, identifikasi stasioner dalam *mean*, estimasi model VAR, uji



**Tabel 2.**Estimasi Parameter VAR(3)

Lokasi	Parameter	Estimasi	Std Error	t-value	P-value	Variabel
Malang (y1)	$\phi_{111}$	0.348	0.150	2.3	0.02	y1(t-1)
	$\phi_{112}$	0.209	0.065	3.1	0.00	y2(t-1)
Probolinggo (y2)	$\phi_{122}$	0.552	0.152	3.6	0.00	y2(t-1)
	$\phi_{222}$	0.421	0.151	2.7	0.00	y2(t-2)
		0.33	0.051	8	0.91	

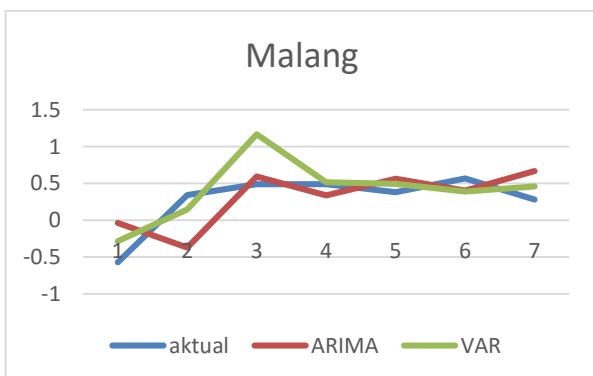
Dari Tabel 2 diperoleh nilai parameter yang memiliki p-value yang kurang dari  $\alpha = 0.05$ , yang menunjukkan parameter signifikan. Parameter yang tidak signifikan seharusnya dihilangkan dan dilakukan pengujian ulang. Tetapi, dengan pertimbangan bobot lokasi yang diberikan dimasing-masing lokasi, eliminasi tidak dilakukan karena variabel yang tidak nyata tetap dapat digunakan untuk melakukan proses peramalan.

Sehingga diperoleh model VAR(3) pada setiap daerah dirumuskan sebagai berikut.

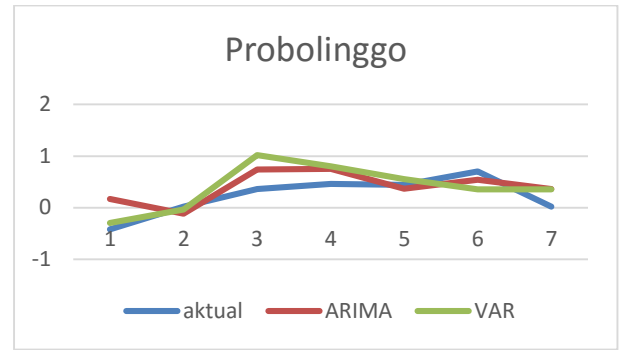
- a. a. nflasi *month to month* di Kota Malang
 
$$y_1(t) = 0.34859y_1(t - 1) + 0.20902y_2(t - 1)$$
- b. Inflasi *month to month* di Kota Probolinggo
 
$$y_2(t) = 0.55271y_2(t - 1) + 0.42133y_2(t - 2)$$

**Perbandingan Model VAR dan ARIMA**

Hasil dari peramalan model ARIMA dan VAR kemudian akan dibandingkan dengan melihat MAPE terkecil dari hasil ramalan dari masing-masing lokasi. Hasil ramalan disetiap wilayah dengan metode ARIMA dan VAR menggunakan data *out sample* ditampilkan dalam bentuk grafik pada Gambar 4. Warna biru menunjukkan plot data aktual, warna merah plot hasil ramalan ARIMA, dan plot warna hijau adalah hasil ramalan VAR.



(a)



(b)

Gambar 4. Plot Hasil Ramalan Inflasi *month to month* (a) Z<sub>1</sub> (b) Z<sub>2</sub>

Dari Gambar 4 dapat dilihat bahwa hasil ramalan VAR dan ARIMA hampir memiliki pola yang sama dengan data aktual. Hasil ramalan VAR cenderung lebih mendekati data asli aktual, walaupun ada di beberapa titik dimana VAR menjauhi data aktual. Sehingga perbandingan model ramalan yang terbaik di setiap lokasi akan ditunjukkan oleh nilai MAPE terkecil pada Tabel 4.

Tabel 3. Nilai MAPE disetiap Lokasi

	MAPE	
	ARIMA	VAR
Malang	19.27087	13.6031
Probolinggo	10.09112	8.218826

Dari Tabel 3 dapat disimpulkan bahwa pada penelitian ini model VAR (3) lebih baik dari hasil prediksi ARIMA pada 2 wilayah. Namun, MAPE hasil prediksi dari kedua model masih sangat besar. Oleh karena itu, akan diterapkan Filter Kalman untuk memperbaiki hasil prediksi dari model ARIMA dan VAR.

**C. Penerapan Metode Filter Kalman.**

Dari model ARIMA yang diperoleh kemudian diramalkan 7 bulan ke depan kemudian dilakukan simulasi Filter Kalman menggunakan untuk memperbaiki data prediksi ARIMA. Persamaan modelnya adalah sebagai berikut [3]:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + \dots + a_{n-1,i}m_i^{n-1} + \varepsilon_i \tag{1}$$

dimana

$y_i^0$  : selisih data aktual dan data prediksi ke-*i*

$a_{j,i}$  : koefisien atau parameter yang harus diestimasi oleh Filter Kalman, dengan  $j = 0, 1, \dots, n-1$

$m_i$  : data ke-*i*

$\varepsilon_i$  : konstanta

Nilai koefisien diestimasi dengan pengambilan orde polinomial derajat 1, 2, dan 3 dari persamaan (1)

Untuk  $n = 2$ , persamaan (1) menjadi

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}, H_i = [1 \quad m_i]$$

Untuk  $n = 3$ , persamaan (1) menjadi:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + a_{2,i}m_i^2 \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}$$

Dan  $H_i = [1 \quad m_i \quad m_i^2]$

Untuk  $n = 4$ , persamaan (1) menjadi:

$$y_i^0 = a_{0,i} + a_{1,i}m_i + a_{2,i}m_i^2 + a_{3,i}m_i^3 \text{ dengan } x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}$$

dan  $H_i = [1 \quad m_i \quad m_i^2 \quad m_i^3]$

Algoritma Filter Kalman untuk penelitian ini sebagai berikut:

Model sistem[3]:

$$x_k = [a_{0,i} \ a_{1,i} \ \dots \ a_{n-1,i}]^T$$

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

Untuk  $n = 2$ :  $\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{0,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}_k + w_k$

Untuk  $n = 3$ :  $\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_k + w_k$

Untuk  $n = 4$ :  $\begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 10001 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_k + w_k$

Model umum pengukuran[3]:

$$z_k = Hx_k + v_k$$

Untuk  $n = 2$ :  $y_i^0 = [1 \ m_i] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \end{bmatrix}_k + v_k$

Untuk  $n = 3$ :  $y_i^0 = [1 \ m_i \ m_i^2] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \end{bmatrix}_k + v_k$

Untuk  $n = 4$ :  $y_i^0 = [1 \ m_i \ m_i^2 \ m_i^3] \begin{bmatrix} a_{0,i} \\ a_{1,i} \\ a_{2,i} \\ a_{3,i} \end{bmatrix}_k + v_k$

Dengan ditentukan nilai awal  $Q = 0.1$

Untuk  $n = 2$ :  $P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$

Malang  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.60 \\ 0.2075 \end{bmatrix}$  Probolinggo  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.424 \\ 0.042 \end{bmatrix}$

Untuk  $n = 3$ :  $P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$

Malang  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.60 \\ 0.2075 \\ 0.11 \end{bmatrix}$  Probolinggo  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.424 \\ 0.042 \\ -0.194 \end{bmatrix}$

Untuk  $n = 4$ :  $P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q$

Malang  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.60 \\ 0.2075 \\ 0.11 \\ 0.12 \end{bmatrix}$  Probolinggo  $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.424 \\ 0.042 \\ -0.194 \\ 0.338 \end{bmatrix}$

Tahap prediksi[3]:

$$\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = AP_k A^T + GQ_k G^T$$

Tahap koreksi[8]:

Pada tahap koreksi melibatkan Kalman gain, :

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_k^T + R_k^{-1})^{-1}$$

dengan ditentukan  $R = 0.01$  dan  $R = 0.1$ .  $\hat{x}_{k+1}$  diestimasi menggunakan nilai  $\hat{x}_{k+1}^-$  yang diperoleh dari tahap prediksi.  $z_{k+1}$  sama dengan  $y_i^0$  yang diperoleh dari selisih data aktual dengan data prediksi ARIMA.

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1} H_k^T R_k^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

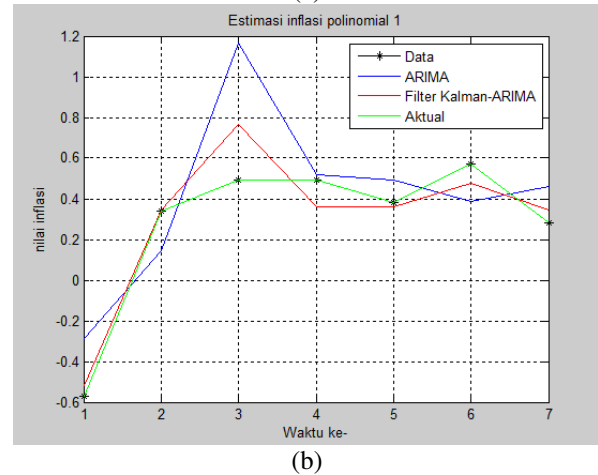
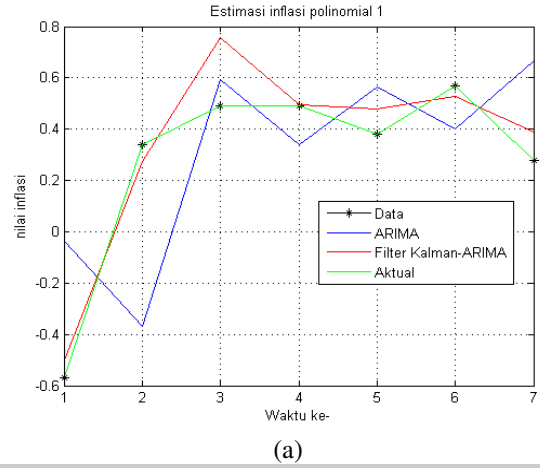
Nilai  $P_{k+1}$  juga dicari dengan menggunakan nilai  $P_{k+1}^-$  yang telah dicari pada tahap prediksi.

$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} - H_{k+1}^T R_k^{-1} H_{k+1}]^{-1}$$

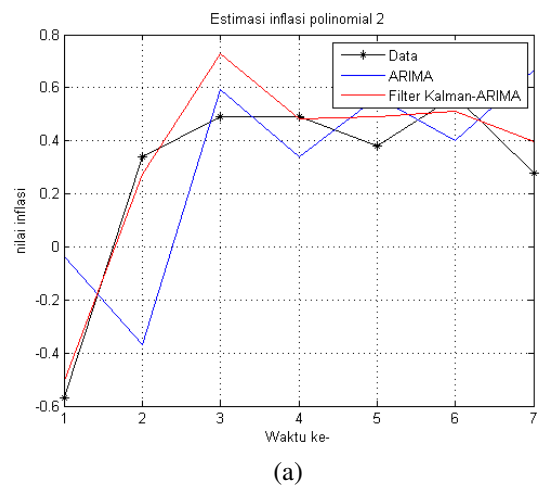
Pada penelitian ini setiap nilai awal  $\hat{x}_0$  yang diambil pada setiap derajat polinomial akan diuji ketika 2 kondisi.

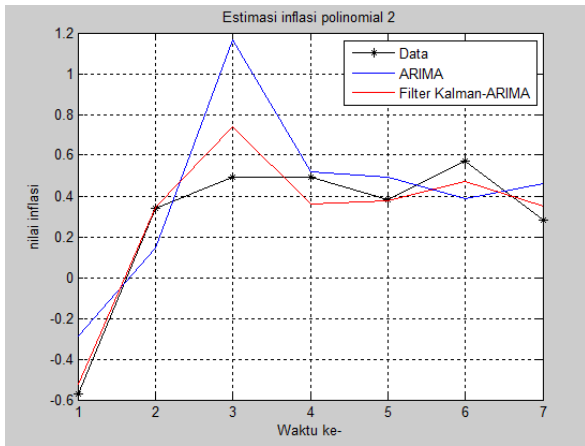
Pertama, saat  $Q = 0.1$  dan  $R = 0.1$ . Kedua saat  $Q = 0.1$  dan  $R = 0.001$ .

Pada penelitian ini hanya akan ditunjukkan hasil simulasi di Malang saat  $Q = 0.1$  dan  $R = 0.1$  untuk  $n = 2$  atau polinomial derajat 1 yang ditunjukkan pada Gambar 8,  $n = 3$  atau polinomial derajat 2 yang ditunjukkan pada Gambar 9 dan  $n = 4$  atau polinomial derajat 3, yang ditunjukkan pada Gambar 10.



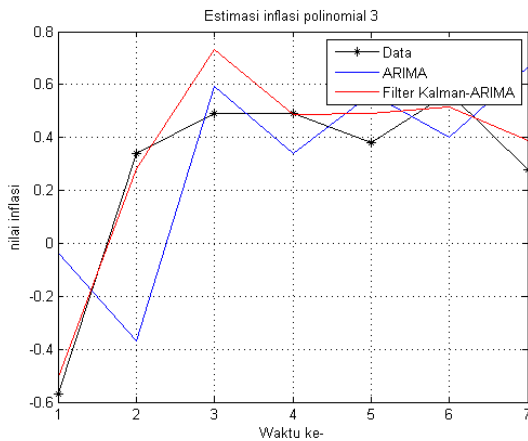
Gambar 5. Hasil Simulasi Inflasi di Malang Filter Kalman  $n = 2$  (a) ARIMA (b) VAR



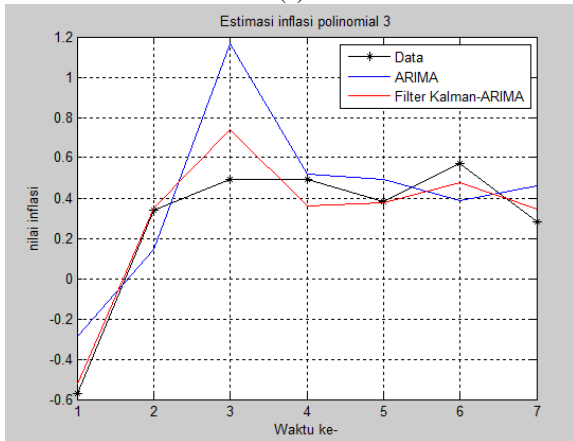


(b)

Gambar 6. Hasil Simulasi Inflasi di Malang Filter Kalman  $n = 3$  (a) ARIMA (b) VAR



(a)



(b)

Gambar 7. Hasil Simulasi Inflasi di Malang Filter Kalman  $n = 4$  (a) ARIMA (b) VAR

Gambar 5 menunjukkan hasil simulasi ketika  $Q = 0.1$  dan  $R = 0.11$  pada polinomial derajat 1, grafik hasil Filter Kalman disetiap lokasi hampir mendekati data aktual. Pada Gambar 6, dengan polinomial derajat 2 menunjukkan grafik data Filter Kalman semakin mendekati data aktual, sedangkan pada Gambar 7, dengan polinomial derajat 3 menunjukkan grafik yang lebih mendekati data aktual dibanding polinomial derajat 1 dan 2.

Untuk hasil dan simulasi saat kondisi saat  $Q = 1$  dan  $R = 0.01$  dilakukan cara yang sama. Kemudian mengevaluasi hasil prediksi dan memilih model terbaik dengan metode MAPE. Didefinisikan MAPE[4]:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} (100) \right|}{n}$$

dengan  $Z_t$  adalah nilai data ke- $t$ ,  $\hat{Z}_t$  adalah nilai peramalan ke- $t$ , dan  $n$  adalah banyaknya data. Hasil perhitungan MAPE untuk semua kondisi di dua lokasi menggunakan Filter Kalman ditunjukkan pada Tabel 4

Tabel 4. Perhitungan MAPE Filter Kalman

MALANG				
ARIMA		pol 1	pol 2	pol 3
q=0.1	MAPE	9.89264	9.892330	9.892300
r=0.1	CPU time	2.2104	2.6258	3.2141
q=0.1	MAPE	2.7675	2.76745	2.7674
r=0.01	CPU time	2.2651	2.7681	3.2857
VAR		pol 1	pol 2	pol 3
q=0.1	MAPE	7.2644	7.2641	7.2641
r=0.1	CPU time	2.2830	2.5888	3.3484
q=0.1	MAPE	1.80645	1.8064	1.8063
r=0.01	CPU time	2.2531	2.7831	3.2908
PROBOLINGGO				
ARIMA		pol 1	pol 2	pol 3
q=0.1	MAPE	4.6480	4.6436	4.6434
r=0.1	CPU time	2.2658	2.8879	3.2505
q=0.1	MAPE	1.0477	1.0464	1.0463
r=0.01	CPU time	2.2238	2.7714	3.3118
VAR		pol 1	pol 2	pol 3
q=0.1	MAPE	4.1081	4.1038	4.1036
r=0.1	CPU time	2.2410	2.7484	3.2913
q=0.1	MAPE	0.8820	0.8807	0.88061
r=0.01	CPU time	2.2708	2.8558	3.3787

Pada Tabel 4 terlihat bahwa hasil MAPE akan lebih baik jika  $Q$  lebih besar dan  $R$  yang lebih kecil. Juga, setiap  $Q$  dan  $R$  yang diambil, nilai MAPE akan semakin menurun apabila derajat polinomialnya semakin tinggi. Selain itu, hasil prediksi terbaik apabila diambil  $Q = 1$  dan  $R = 0.01$ .

#### IV. KESIMPULAN

- Model ARIMA terbaik untuk data inflasi *month to month* di Malang adalah ARIMA([1],0,[2]), inflasi *month to month* di Probolinggo adalah ARIMA([3],0,[3,6]).
- Model VAR terbaik untuk kedua data adalah VAR (3), dimana :
  - Inflasi *month to month* di Kota Malang
 
$$y_1(t) = 0.34859y_1(t - 1) + 0.20902y_2(t - 1)$$
  - Inflasi *month to month* di Kota Probolinggo
 
$$y_2(t) = 0.55271y_2(t - 1) + 0.42133y_2(t - 2)$$
- Pada simulasi Filter Kalman derajat polinomial pertama, kedua, dan ketiga, dengan nilai awal yang sama untuk setiap  $Q$  dan  $R$  yang diambil, nilai MAPE akan semakin menurun apabila derajat polinomialnya semakin tinggi. Hasil prediksi terbaik apabila diambil  $Q = 0.1$ ,  $R = 0.01$ , dan derajat polinomial yang tinggi.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Prastowo, N J. 2008. "Dampak BI Rate terhadap Pasar Keuangan". Bank Indonesia: Working Paper No.21.
- [2] Subandi. 2005. "Analisis Peramalan Inflasi Di Indonesia dengan Menggunakan Metode ARIMA dan *Vector Autoregressive*". Pustaka FE UNPAD
- [3] Welch, G. Dan Bishop, G. (2011). *An introduction to the Kalman Filter*. University of North Carolina: Chapel Hil, Amerika.
- [4] Makridakis, McGee, dan Wheelright, W. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi kedua. Terj. Andriyanto, U.S. Bina Rupa Aksara: Jakarta.
- [5] Kurniawan, T. 2014. "Penerapan Metode Kalman Filter dalam Perbaikan Hasil Prediksi Cuaca dengan Metode ARIMA". Tugas Akhir Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [6] Fauzi, I H. 2015. "Perbandingan GSTAR dan ARIMA-Kalman Filter dalam Perbaikan Hasil Prediksi Debit Air Sungai Brantas". Jurnal ITS
- [7] Djawoto. 2010. "Peramalan Laju Inflasi dengan Metode Auto Regressive Integrateg Moving Average (ARIMA)". *Ekuitas* Vol. 14 No 4 Desember 2010: 524-538
- [8] Galanis, G., Louka P., Katsafados, P., Kallos, G., dan Phytharoulis, I. (2006). *Application of Kalman Filter Based On Non-Linear Function to Numerical Weather Prediction*. Copernicus GmbH: Yunani
- [9] Wei, W.S (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Pearson Education Inc.: Amerika.