PEMODELAN DISTRIBUSI PANAS HORISONTAL DALAM KONDISI *STEADYSTATE* MENGGUNAKAN METODE PURATA DISKRIT

Oleh :
Imam Tazi
Kusairi

ABSTRAK

Distribusi panas horisontal seperti halnya perambatan panas pada pelat homogen merupakan rambatan panas yang merambat secara konduksi . Panas yang dialirkan pada bagian pelat homogen akan merambat dan terdistibusi dengan sendirinya sehingga temperatur dalam bagian pelat akan mencapai disribusi suhu yang konstan pada waktu *t*. Dalam penelitian ini telah dimodelkan distribusi panas horisontal pada waktu steadystate (keadaan tunak) semisal pada bahan berbentuk pelat homogen dan mensimulasikan pendistribusian kesetimbangan temperatur dalam pelat homogen.

Metode penelitian ini menggunakan metode purata diskrit dengan bahasa pemrograman Java. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode purata diskrit dapat dibuat sebagai pemodelan konduksi panas pada pelat homogen dengan hasil numerik yang sangat mendekati nilai eksaknya. Sedangkan hasil simulasi pendistribusian temperatur dengan 9, 16 dan 49 *interior mest point* (IMP) menunjukkan bahwa nilai temperatur yang terdapat di tengah-tengah merupakan nilai rata-rata dari titik temperatur yang ada di sekelilingnya.

Kata kunci: *Distribusi Temperatur, Metode Purata Diskrit*, *Interior Mest Point* (IMP).

1. LATAR BELAKANG

Peristiwa-peristiwa alam yang terjadi di sekeliling kita sebagian telah tersingkap oleh penemuan-penemuan ilmiah dan sebagian lagi masih tersimpan sebagai misteri. Energi yang disediakan oleh Allah SWT di dalam alam berlimpah ruah seperti energi matahari dan energi panas.

Dalam tinjauan Fisika, suatu materi mempunyai sifat-sifat fisis sebagai ciri dari materi tersebut. Sifat materi terhadap pengaruh panas dapat memberikan informasi mengenai materi itu sendiri maupun kemungkinan pemanfaatannya. Dalam hal ini sifat panas materi menjadi penting karena selalu mempunyai ukuran suhu. Hal lain yang menyebabkan sifat panas materi menjadi penting adalah karena hampir dalam setiap aktivitas gerak real maupun proses perpindahan energi, panas selalu terlibat didalamnya.

Hantaran panas horisontal misal pada suatu pelat homogen merupakan rambatan panas secara konduksi. Konduksi panas ini tergantung pada jenis materi penyusunnya, untuk suatu materi isotropis, panasnya mengalir kesegala arah dalam materi secara merata. Panas yang dialirkan pada bagian pelat akan menyebar dengan sendirinya sehingga bagian dalam pelat panas akan mencapai kondisi steadystate (tidak berubah pada suatu waktu). Besarnya temperatur pada suatu titik merupakan nilai tengah atau rata-rata dari besarnya temperatur pada titik sekelilingnya, sehingga besarnya temperatur pada suatu titik atau kedudukan akan tergantung secara linier dari beberapa temperatur dititik sekelilingnya.

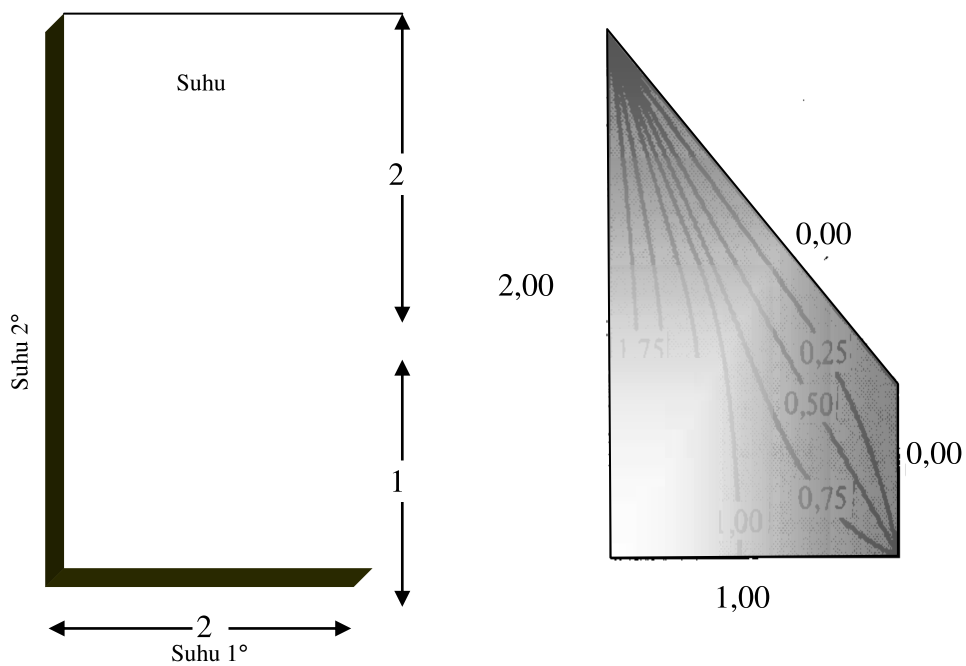
Imam Tazi, M.Si *adalah Dosen Fisika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang*
Kusairi, S.Si *adalah Laboran Fisika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang*

Berdasarkan penjelasan diatas, maka dapat dibuat suatu pemodelan yang menggambarkan pendistribusian temperatur horisontal yang di modelkan dalam pelat yang setiap sisinya di isolasi terhadap kalor sehingga suhu dalam pelat tersebut akan mengalami perambatan (terdistribusi) hingga mencapai kondisi steadystate.

2 Distribusi Temperature Keseimbangan Pada Konduksi Panas

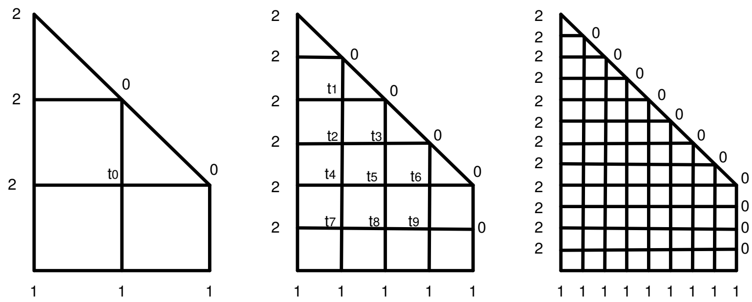
Bila pada sebuah pelat yang berbentuk *trapesoida* dan disekeliling tepi pelat tersebut telah ditentukan suhunya, maka masalah tersebut dapat direduksi menjadi masalah dalam sebuah system persamaan linier dan untuk memecahkan masalah tersebut bisa juga digunakan cara *iterative*. Studi kasus untuk sebuah pelat yang berbentuk trapesoida tipis yang kedua mukanya diisolasi terhadap kalor. Sebuah temperature diberikan pada masing-masing sisinya sebesar 0°, 0°, 1°, dan 2° seperti pada gambar dibawah. Setelah dalam satu periode waktu maka temperature dalam pelat akan seimbang atau stabil dan tidak terjadi perubahan lagi.

Dari peta temperature pada pelat, maka bisa dibuat analisa untuk menentukan distribusi temperature pada pelat tersebut. Distribusi temperature keseimbangan tersebut dapat digambarkan dengan menggunakan kurva-kurva yang menghubungkan titik yang temperaturnya sama. Kurva-kurva tersebut dinamakan *isotherm* dari distribusi temperature.



Gambar 1 Distribusi temperature dalam pelat

Bila luasan pelat *trapesoida* tersebut kita bagi menjadi beberapa bagian dengan luasan-luasan bujur sangkar seperti yang ditunjukkan pada gambar 2, yang makin halus dan makin kecil. Seperti dalam gambar 2a kita mempunyai sejumlah kotak-kotak yang sangat kasar (besar). Pada gambar 2b gambar semakin diperhalus dengan membagi masing-masing kotak pada gambar 2a menjadi setengahnya.



(a) (b) (c)

Gambar 2 *Interior mesh points* (a) berjumlah 1, (b) berjumlah 9, dan (c) berjumlah 49

Pada gambar 2c kita juga mebagi lagi kotak-kotak pada gambar 2b menjadi setengahnya. Titik-titik perpotongan garis-garis jaring dinamakan titik lubang (*mesh points*), jika titik lubang tersebut berada pada batas pelat maka kita katakan titik-titik lubang batas (*boundary mesh points*) dan jika titik-titik tersebut berada pada bagian dalam pelat maka kita sebut sebagai titik-titik lubang sebelah dalam (*interior mesh points*). Dari gambar 2.2 maka kita dapatkan 1 *interior mesh point* pada gambar a, 9 *interior mesh points* pada b, dan 49 *interior mesh point* pada gambar c.

Teorema :
Sifat nilai-purata diskrit ; Disetiap titik lubang sebelah dalam (*interior mesh points*), maka temperaturnya adalah nilai rata-rata dari temperature-temperatur di keempat titik lubang yang bertetangga.

Penggunaan kotak-kotak kecil pada pelat tersebut adalah merupakan pendekatan atau aproksimasi yang wajar terhadap sifat nilai purata yang sebenarnya. Hal ini akan dipelajari dalam matakuliah metode numeric untuk mencari sebuah nilai yang medekati nilai eksaknya dengan membuat besar sisi-sisi kotak menjadi sangat kecil (mendekati nol). Berikut akan kita bahas aproksimasi nilai purata dari interior mesh points terhadap nilai titik lubang tetangganya :

Gambar 2a

Merupakan gambar yang sederhana, karena hanya ada satu titik lubang sebelah dalam (*interior mesh point*). Dari sifat purata nilai diskrit pada kasus ini maka *interior mesh point* t_0. adalah :

$$t_0 = \frac{1}{4}(2+1+0+0) = 0{,}75$$

Gambar 2b

Merupakan gambar yang lebih komplek dengan memperhalus gambar a menjadi setenganya, dan didapatkan sebanyak 9 *interior mesh points* sebagai t_0, t_1, t_2,……, t_9. dengan menerapkan sifat nilai purata diskrit secara berurutan pada setiap titik lubang dari kesembilan titik lubang ini, maka kita mendapatkan kesembilan persamaan sebagai berikut :

$$t_1 = \tfrac{1}{4}.(t_2 + 2 + 0 + 0)$$
$$t_2 = \tfrac{1}{4}.(t_1 + t_3 + t_4 + 2)$$
$$t_3 = \tfrac{1}{4}.(t_2 + t_5 + 0 + 0)$$
$$t_4 = \tfrac{1}{4}.(t_2 + t_5 + t_7 + 2)$$
$$t_5 = \tfrac{1}{4}.(t_3 + t_4 + t_6 + t_8)$$
$$t_6 = \tfrac{1}{4}.(t_5 + t_9 + 0 + 0)$$
$$t_7 = \tfrac{1}{4}.(t_4 + t_8 + 1 + 2)$$
$$t_8 = \tfrac{1}{4}.(t_5 + t_7 + t_9 + 1)$$
$$t_9 = \tfrac{1}{4}.(t_6 + t_8 + 1 + 0)$$

Bila kita lihat kesembilan persamaan diatas adalah membentuk suatu system persamaan linier dengan sembilan bilangan yang tak diketahui. Kita dapat menuliskan nya dalam bentuk matrik sebagai dibawah untuk memecahkan ke sembilan nilai temperature tersebut :

$$t = Mt + b$$

dimana nilai *t, M*, dan *b* adalah :

$$t = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \\ t_9 \end{bmatrix} \quad ; \quad M = \begin{bmatrix} 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & \tfrac14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tfrac14 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & 0 & \tfrac14 \\ 0 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tfrac14 & 0 & \tfrac14 & 0 \end{bmatrix} ; \quad b = \begin{bmatrix} \tfrac12 \\ \tfrac12 \\ 0 \\ \tfrac12 \\ 0 \\ 0 \\ \tfrac34 \\ \tfrac14 \\ \tfrac14 \end{bmatrix}$$

guna memecahkan persamaan tersebut maka kita tuliskan persamaan dibawah :

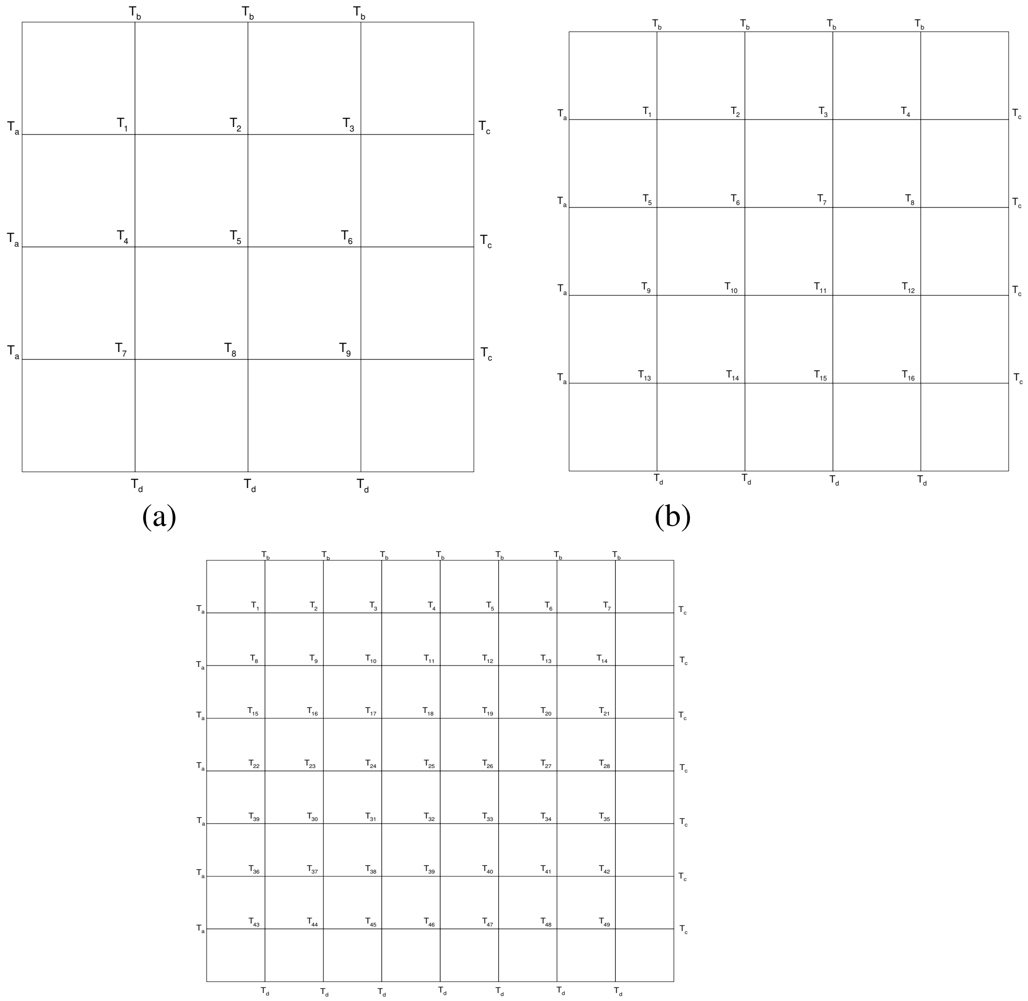
$$(I - M)t = b$$

sehingga pemecahan untuk nilai t adalah :

$t = (I - M)^{-1} b$ selama matrik $(I - M)$ dapat dibalik.

3. Pemodelan Distribusi Temperature Untuk 9, 16 dan 49 *Interior Mest Poin* (IMP)

Berdasarkan sifat nilai purata bahwa setiap titik lubang disebelah dalam (*interior mest points*), maka temperaturnya adalah nilai rata-rata dari temperatur di keempat titik lubang yang ada disekelilingnya (bertetangga). Dalam penelitian ini masalah di asumsikan dengan pelat berbentuk persegi yang disetiap sisinya diisolasi terhadap kalor dengan suhu awal yang bervariasi. Bila suatu luasan pelat persegi tersebut dapat kita bagi menjadi beberapa bagian dengan luasan-luasan bujur sangkar seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah ini,



(a) (b)

(c)

Gambar 3 (a) Pelat dengan 9 *Interior Mest Poin*, (b) Pelat dengan 16 *Interior Mest Point* (b) Pelat dengan 49 *Interior Mest Point*

Dari gambar diatas, masing-masing sisinya diberikan suhu sebesar Ta, Tb, Tc dan Td, Sehingga dari suhu awal tersebut maka dapat dibuat sistem persamaan linier. Untuk 9 titik didapatkan suatu sistem persamaan sistem linier sebagai berikut:

$t_1 = \frac{1}{4}(t_2 + t_4 + \mathrm{Tb} + \mathrm{Ta})$

$t_2 = \frac{1}{4}(t_1 + t_3 + t_5 + \mathrm{Tb})$

$t_3 = \frac{1}{4}(t_2 + t_6 + \mathrm{Tc} + \mathrm{Tb})$

$t_4 = \frac{1}{4}(t_1 + t_5 + t_7 + \mathrm{Ta})$

$t_5 = \frac{1}{4}(t_2 + t_4 + t_6 + t_8)$

$t_6 = \frac{1}{4}(t_3 + t_5 + t_9 + \mathrm{Tc})$

$t_7 = \frac{1}{4}(t_4 + t_8 + \mathrm{Ta} + \mathrm{Td})$

$t_8 = \frac{1}{4}(t_5 + t_7 + t_9 + \mathrm{Td})$

$t_9 = \frac{1}{4}(t_6 + t_8 + \mathrm{Tc} + \mathrm{Td})$

dan untuk 16 titik adalah:

$t_1 = \frac{1}{4}(t_2 + t_5 + \mathrm{Ta} + \mathrm{Tb})$

$t_2 = \frac{1}{4}(t_1 + t_3 + t_6 + \mathrm{Tb})$

$t_3 = \frac{1}{4}(t_2 + t_4 + t_7 + \mathrm{Tb})$

$t_4 = \frac{1}{4}(t_3 + t_8 + \mathrm{Tb} + \mathrm{Tc})$

$t_9 = \frac{1}{4}(t_5 + t_{10} + t_{13} + \mathrm{Ta})$

$t_{10} = \frac{1}{4}(t_6 + t_9 + t_{11} + t_{14})$

$t_{11} = \frac{1}{4}(t_7 + t_{10} + t_{12} + t_{15})$

$t_{12} = \frac{1}{4}(t_8 + t_{11} + t_{16} + \mathrm{Tc})$

$t_5 = ¼ (t_1 + t_6 + t_9 + \text{Ta})$
$t_6 = ¼ (t_2 + t_5 + t_7 + t_{10})$
$t_7 = ¼ (t_3 + t_6 + t_8 + t_{11})$
$t_8 = ¼ (t_4 + t_7 + t_{12} + \text{Tc})$
$t_{13} = ¼ (t_9 + t_{14} + \text{Ta} + \text{Td})$
$t_{14} = ¼ (t_{10} + t_{14} + t_{15} + \text{Td})$
$t_{15} = ¼ (t_{11} + t_{14} + t_{16} + \text{Td})$
$t_{16} = ¼ (t_{12} + t_{15} + \text{Td} + \text{Tc})$

untuk 49 titik adalah:

$t_1 = ¼ (t_2 + t_8 + \text{Ta} + \text{Tb})$
$t_2 = ¼ (t_1 + t_3 + t_9 + \text{Tb})$
$t_3 = ¼ (t_2 + t_4 + t_{10} + \text{Tb})$
$t_4 = ¼ (t_3 + t_{11} + t_5 + \text{Tb})$
$t_5 = ¼ (t_4 + t_6 + t_{12} + \text{Tb})$
$t_6 = ¼ (t_5 + t_{13} + t_7 + \text{Tb})$
$t_7 = ¼ (t_6 + t_{14} + \text{Tb} + \text{Tc})$
$t_8 = ¼ (t_1 + t_9 + t_{15} + \text{Ta})$
$t_9 = ¼ (t_2 + t_8 + t_{10} + t_{16})$
$t_{10} = ¼ (t_{17} + t_3 + t_9 + t_{11})$
$t_{11} = ¼ (t_4 + t_{10} + t_{12} + t_{18})$
$t_{12} = ¼ (t_5 + t_{11} + t_{13} + t_{19})$
$t_{13} = ¼ (t_{12} + t_6 + t_{14} + t_{20})$
$t_{14} = ¼ (t_7 + t_{13} + t_{21} + \text{Tc})$
$t_{15} = ¼ (t_8 + t_{16} + t_{22} + \text{Ta})$
$t_{16} = ¼ (t_9 + t_{17} + t_{23} + t_{15})$
$t_{17} = ¼ (t_{10} + t_{16} + t_{18} + t_{24})$
$t_{18} = ¼ (t_{11} + t_{17} + t_{19} + t_{25})$
$t_{19} = ¼ (t_{12} + t_{18} + t_{20} + t_{26})$
$t_{20} = ¼ (t_{13} + t_{19} + t_{21} + t_{27})$
$t_{21} = ¼ (t_{14} + t_{20} + t_{28} + \text{Tc})$
$t_{22} = ¼ (t_{15} + t_{23} + t_{29} + \text{Ta})$
$t_{23} = ¼ (t_{16} + t_{22} + t_{24} + t_{30})$
$t_{24} = ¼ (t_{17} + t_{23} + t_{25} + t_{31})$
$t_{25} = ¼ (t_{18} + t_{24} + t_{26} + t_{32})$
$t_{26} = ¼ (t_{19} + t_{25} + t_{27} + t_{33})$
$t_{27} = ¼ (t_{20} + t_{26} + t_{28} + t_{34})$
$t_{28} = ¼ (t_{21} + t_{27} + t_{35} + \text{Tc})$
$t_{29} = ¼ (t_{22} + t_{30} + t_{36} + \text{Ta})$
$t_{30} = ¼ (t_{23} + t_{29} + t_{31} + t_{37})$
$t_{31} = ¼ (t_{24} + t_{30} + t_{32} + t_{38})$
$t_{32} = ¼ (t_{25} + t_{31} + t_{33} + t_{39})$
$t_{33} = ¼ (t_{26} + t_{32} + t_{34} + t_{40})$
$t_{34} = ¼ (t_{27} + t_{33} + t_{35} + t_{41})$
$t_{35} = ¼ (t_{28} + t_{34} + t_{42} + \text{Tc})$
$t_{36} = ¼ (t_{29} + t_{37} + t_{43} + \text{Ta})$
$t_{37} = ¼ (t_{30} + t_{36} + t_{38} + t_{44})$
$t_{38} = ¼ (t_{31} + t_{37} + t_{39} + t_{45})$
$t_{39} = ¼ (t_{32} + t_{38} + t_{40} + t_{46})$
$t_{40} = ¼ (t_{33} + t_{39} + t_{41} + t_{47})$
$t_{41} = ¼ (t_{34} + t_{40} + t_{42} + t_{48})$
$t_{42} = ¼ (t_{35} + t_{41} + t_{49} + \text{Tc})$
$t_{43} = ¼ (t_{36} + t_{44} + \text{Ta} + \text{Td})$
$t_{44} = ¼ (t_{37} + t_{45} + t_{43} + \text{Td})$
$t_{45} = ¼ (t_{38} + t_{44} + t_{46} + \text{Td})$
$t_{46} = ¼ (t_{39} + t_{45} + t_{47} + \text{Td})$
$t_{47} = ¼ (t_{40} + t_{46} + t_{48} + \text{Td})$
$t_{48} = ¼ (t_{41} + t_{47} + t_{49} + \text{Td})$
$t_{49} = ¼ (t_{42} + t_{48} + \text{Td} + \text{Tc})$

Persamaan-persamaan diatas akan diperoleh nilai matrik M sebagai berikut:

a) Matrik M dengan 9 *interior mest point* (IMP)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Matrik M dengan 16 *interior mest point* (IMP)

$$
M = \begin{pmatrix}
0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0
\end{pmatrix}
$$

Matrik M sudah diketahui, sehingga dapat dicari suatu invers matrik dari $(\boldsymbol{I}\text{-}\mathbf{M})^{-1}$. Untuk 9 *interior mest point* (IMP) dihasilkan invers matrik sebagai berikut:

1.3267	0.4758	0.1605	0.8312	0.4158	0.1664	0.2553	0.1901	0.0891
0.4356	1.3487	0.4045	0.3939	0.5545	0.2694	0.1499	0.2058	0.1188
0.1386	0.4015	1.2001	0.1529	0.2673	0.3990	0.0672	0.1158	0.1287
0.4356	0.2772	0.1188	1.4653	0.5545	0.1980	0.4356	0.2772	0.1188
0.2772	0.5173	0.2574	0.5916	1.5347	0.5124	0.2772	0.5173	0.2574
0.1188	0.2574	0.3960	0.2178	0.5149	1.3267	0.1188	0.2574	0.3960
0.1386	0.1158	0.0573	0.4386	0.2673	0.1133	1.2100	0.4015	0.1287
0.1188	0.1860	0.1103	0.2893	0.5149	0.2553	0.4045	1.3289	0.3960
0.0594	0.1109	0.1266	0.1268	0.2574	0.3955	0.1308	0.3966	1.1980

invers matrik 16 dan matrik 49 *interior mest point* (IMP) tidak ditunjukkan karena keterbatasan tempat.

Untuk mencari matrik kolom [b] adalah sebagai berikut:

a) Matrik kolom 9 *interior mest point* (IMP) adalah:

$b_1 = (Ta + Tb)/4$
$b_2 = Tb/4$
$b_3 = (Ta + Tb)/4$
$b_4 = Ta/4$
$b_5 = 0$
$b_6 = Tc/4\ Ta/4$
$b_7 = (Ta + Td)/4$
$b_8 = Td/4$
$b_9 = (Tc + Td)/4$

$$
b = \begin{pmatrix}
(Ta + Tb)/4 \\
Tb/4 \\
(Ta + Tb)/4 \\
Ta/4 \\
0 \\
Tc/4\ Ta/4 \\
(Ta + Td)/4 \\
Td/4 \\
(Tc + Td)/4
\end{pmatrix}
$$

b) Matrik kolom 16 *interior mest point* (IMP).

$b_1 = (Ta+Tb)/4$
$b_2 = Tb/4$
$b_3 = Tb/4$
$b_4 = (Tb+Tc)/4$
$b_5 = Ta/4$
$b_6 = 0$
$b_7 = 0$
$b_8 = Tc/4$
$b_9 = Ta/4$
$b_{10} = 0$
$b_{11} = 0$
$b_{12} = Tc/4$
$b_{13} = (Ta+Td)/4$
$b_{14} = Td/4$
$b_{15} = Td/4$
$b_{16} = (Tc+Td)/4$

$$b = \begin{pmatrix} (Ta+Tb)/4 \\ Tb/4 \\ Tb/4 \\ (Tb+Tc)/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ (Ta+Td)/4 \\ Td/4 \\ Td/4 \\ (Tc+Td)/4 \end{pmatrix}$$

c) Matrik kolom 49 *interior mest point* (IMP)

$b_1 = (Ta+Tb)/4$
$b_2 = Tb/4$
$b_3 = Tb/4$
$b_4 = Tb/4$
$b_5 = Tb/4$
$b_6 = Tb/4$
$b_7 = (Tb+Tc)/4$
$b_8 = Ta/4$
$b_9 = 0$
$b_{10} = 0$
$b_{11} = 0$
$b_{12} = 0$
$b_{13} = 0$
$b_{14} = Tc/4$
$b_{15} = Ta/4$
$b_{16} = 0$
$b_{17} = 0$
$b_{18} = 0$
$b_{19} = 0$
$b_{20} = 0$
$b_{21} = Tc/4$
$b_{22} = Ta/4$
$b_{23} = 0$
$b_{24} = 0$
$b_{25} = 0$
$b_{26} = 0$
$b_{27} = 0$
$b_{28} = Tc/4$
$b_{29} = Ta/4$
$b_{30} = 0$
$b_{31} = 0$
$b_{32} = 0$
$b_{33} = 0$
$b_{34} = 0$
$b_{35} = Tc/4$
$b_{36} = Ta/4$
$b_{37} = 0$
$b_{38} = 0$
$b_{39} = 0$
$b_{40} = 0$
$b_{41} = 0$
$b_{42} = Tc/4$
$b_{43} = (Ta+Td)/4$
$b_{44} = Td/4$
$b_{45} = Td/4$
$b_{46} = Td/4$
$b_{47} = Td/4$
$b_{48} = Td/4$
$b_{49} = (Tc+Td)/4$

$$b = \begin{pmatrix} (Ta+Tb)/4 \\ Tb/4 \\ Tb/4 \\ Tb/4 \\ Tb/4 \\ Tb/4 \\ (Tb+Tc)/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ Ta/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Tc/4 \\ (Ta+Td)/4 \\ Tc/4 \\ Td/4 \\ Td/4 \\ Td/4 \\ Td/4 \\ (Tc+Td)/4 \end{pmatrix}$$

dari hasil invers dan matrik kolom (b) diatas, maka nilai temperatur pada setiap *interior mest point* (IMP) akan diketahui berdasarkan persamaan

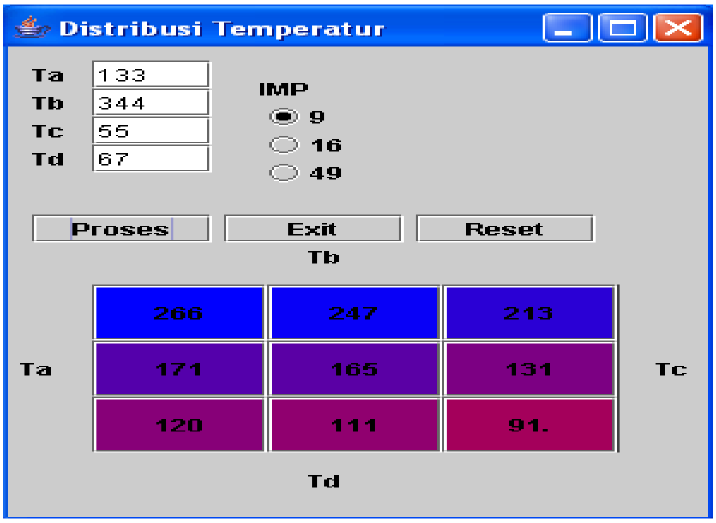
$$t = (I-M)^{-1}\, b.$$

4. HASIL PROGRAM

Permasalahan-permasalahan di atas dapat diselesaikan berdasakan persamaan $t = (I-M)^{-1}\, b$, sehingga dari persamaan tersebut titik-titik dalam pelat akan diketahui nilai temperaturnya. Besarnya temperatur pada suatu titik merupakan nilai tengah atau nilai rata-rata dari besarnya temparatur pada titik disekelilingnya, sehingga besarnya temperatur pada suatu titik akan tergantung secara linear.

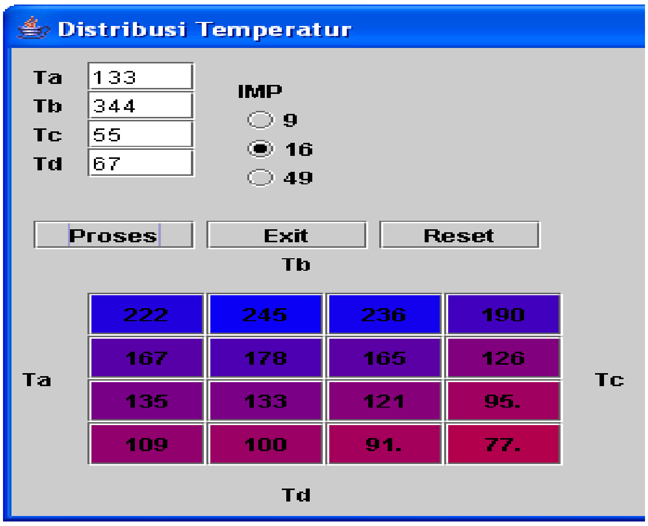
Distribusi temperatur dengan suhu awal yang bervariasi pada setiap sisinya dan ditampilkan dengan 9, 16 dan 49 titik dalam pelat, sehingga akan dihasilkan nilai temperatur yang berbeda-beda. Nilai temperatur yang ada ditengah-tengah merupakan rata-rata dari nilai temperatur yang ada disekelilingnya, seperti dalam pelat yang mempunyai 9 *interior mest poin* yang ditunjukkan pada gambar 4 dengan masukan awal sebagai berikut:

Ta = 133
Tb = 344
Tc = 55
Td = 67

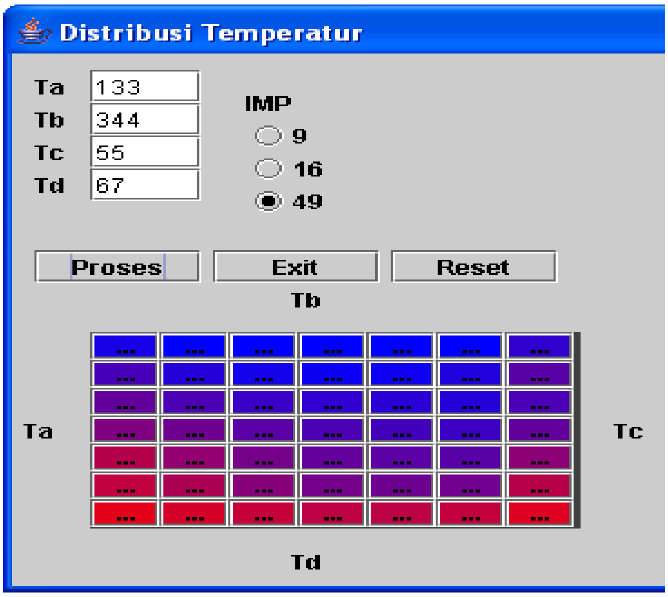


Gambar 4 Tampilan distribusi temperatur untuk 9 titik

Berdasarkan masukan tersebut dihasilkan nilai titik tengah yang terdapat pada t_5 yaitu sebesar 165,6. Hasil tersebut merupakan nilai rata-rata dari titik t_2, t_4, t_6 dan t_8 ($\frac{248+172+131+111}{4} = 165.5$), begitu juga pada pelat dengan 16 dan 49 *interior mest poin* (IMP) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5 dan 6.



Gambar 5 Tampilan distribusi temperatur untuk 16 titik



Gambar 6 Tampilan distribusi temperatur untuk 49 titik

Gambar 4, 5 dan 6 menunjukkan bahwa semakin kecil atau semakin banyak titik-titik dalam pelat, maka nilai temperatur itu akan mendekati nilai yang sebenarnya. Hal ini sesuai dengan metode numerik yang menjelaskan bahwa untuk mencari nilai eksaknya maka bisa dibuat suatu titik-titik yang sangat kecil atau lebih banyak.

Ketiga model dengan 9, 16 dan 49 *interior mest point* (IMP) yang diberi masukan awal Ta = 134, Tb = 344, Tc = 55 dan Td = 67 menghasilkan nilai temperatur yang berbeda pada setiap *interior mest point* (IMP) seperti di bawah ini.

a) 9 *interior mest point* (IMP)

$t_1 = 267$	$t_2 = 248$	$t_9 = 91$
$t_3 = 214$	$t_4 = 172$	
$t_5 = 166$	$t_6 = 131$	
$t_7 = 121$	$t_8 = 111$	

b) 16 *interior mest point* (IMP)

$t_1 = 223$	$t_9 = 136$
$t_2 = 245$	$t_{10} = 134$

$t_3 = 236$	$t_{11} = 122$
$t_4 = 190$	$t_{12} = 95$
$t_5 = 168$	$t_{13} = 109$
$t_6 = 178$	$t_{14} = 101$
$t_7 = 166$	$t_{15} = 92$
$t_8 = 127$	$t_{16} = 77$

c) 49 *interior mest point* (IMP)

$t_1 = 233$	$t_{18} = 209$	$t_{35} = 117$
$t_2 = 270$	$t_{19} = 214$	$t_{36} = 63$
$t_3 = 285$	$t_{20} = 218$	$t_{37} = 84$
$t_4 = 289$	$t_{21} = 183$	$t_{38} = 121$
$t_5 = 285$	$t_{22} = 128$	$t_{39} = 139$
$t_6 = 265$	$t_{23} = 146$	$t_{40} = 145$
$t_7 = 208$	$t_{24} = 165$	$t_{41} = 143$
$t_8 = 185$	$t_{25} = 180$	$t_{42} = 73$
$t_9 = 218$	$t_{26} = 189$	$t_{43} = 26$
$t_{10} = 236$	$t_{27} = 197$	$t_{44} = 42$
$t_{11} = 244$	$t_{28} = 158$	$t_{45} = 57$
$t_{12} = 242$	$t_{29} = 76$	$t_{46} = 66$
$t_{13} = 223$	$t_{30} = 111$	$t_{47} = 68$
$t_{14} = 167$	$t_{31} = 138$	$t_{48} = 61$
$t_{15} = 157$	$t_{32} = 155$	$t_{49} = 34$
$t_{16} = 179$	$t_{33} = 165$	
$t_{17} = 197$	$t_{34} = 169$	

Berdasarkan nilai temperatur dari masing-masing *interior mest poin* (IMP) dapat dijelaskan bahwa panas dalam pelat akan menyebar atau mengalami perambatan dari suhu yang lebih tinggi ke suhu yang lebih rendah. Perbedaan suhu pada setiap titik dalam pelat menyebabkan daerah yang memiliki energi lebih besar akan memindahkan sebagian energinya ke daerah yang memiliki suhu lebih rendah.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah dijelaskan pada bagian pembahasan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Metode purata diskrit dapat dibuat sebagai pemodelan konduksi panas pada pelat homogen dengan hasil numerik yang sangat mendekati nilai eksaknya.
2. Hasil simulasi pendistribusian temperatur dengan 9, 16 dan 49 *interior mest poin* (IMP) menunjukkan bahwa nilai temperatur yang terdapat di tengah-tengah merupakan nilai rata-rata dari titik temperatur yang ada di sekelilingnya, seperti pada 9 *interior mest point* (IMP) nilai titik tengahnya (t_5) adalah 165.5, hasil tersebut merupakan rata-rata dari titik-titik yang ada disekelilingnya yaitu t_2, t_4, t_6 dan t_8 sebesar $\frac{248+172+131+111}{4} = 165.5$.

6. DAFTAR PUSTAKA

Anonim, 2006, *Diktat Kuliah Termodinamika*, http:// faculty.petra.ac.id/herisw/Fisika1/12-suhu.doc, Diakses tanggal 02 Oktober 2007.

Akhlis, Nur, 2006, *Studi Heat Losses Pada Isobaric Zone Reaktor Hyl Iii Direct Reduction*

Plant Pt. Krakatau Steel. Media Mesin, Vol.7 No.2, Juli 2006, 63-69, http://eprints.ums.ac.id/581/01/3._NurAklis, Diakses tanggal 02 Oktober 2007

Buche, Frederick dan Archi W., Culp, 1989, *Prinsip-Prinsip Konversi Energi,* Alih Bahasa oleh Sitompul, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Ditman, Michard H, Mark W., Zamansky, 1999, *Kalor dan Termodinamika*, Penerbit ITB, Bandung.

Kreith, Frank, 1998, *Prinsip-Prinsip Perpindahan Panas,* Alih Bahasa Oleh Arko Priyono, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Reynold, William C., Henry C., 1983, *Termodinamika Teknik*, Alih Bahasa oleh Filino Harahap, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Sudjito, dkk., ..., *Diktat Termodinamika Dasar,* Program Semi Que IV Fakultas Teknik Jurusan Mesin Universitas Brawijaya, Malang, http/www.mesin.brawijaya.ac.id, Tanggal Akses 06 Juni 2007.

Tazi, Imam, 2007, *Matematika Untuk Sains dan Teknik Disertai Pembahasannya Menggunakan Matlab,* Penerbit Fisika UIN Malang Pers, Malang.

Zamansky, Mark, Soedarjana, 1962, *Fisika Universitas Mekanika, Panas dan Bunyi,* Penerbit Binacipta, Jakarta.