

STUDI KOMPERATIF FUNGSI KERAPATAN OBSERVASI DENGAN FUNGSI KERAPATAN RAYLEIGH

Triyanti Anasiru* dan Setiawan**

Abstract

Observation data time series, used input to determine characteristic wave sea. Parameter wave is important for the infrastructure sea. Inveterate method used analyse parameter wave analyse domain frequency in ensemble average.

This writing is research aim to learn step process data field till got parameter wave for infrastructure planning sea.

Method this writing is plot of original data time series, plot time series which zero-mean and eliminated trend, making tables & draw histogram frequency change face irrigate, making tables & draw function density change face irrigate, $f(\eta)$, comparing function density which got, with function of Gauss density, calculated deviasi (δ), or error, between function theoretical density with function density from data.

To each data, conduct zero-upcrossing at data, to get high data wave. To each high data & perioda wave which got, making tables & draw histogram high frequency wave, making tables & draw function high density wave, calculating H_{max} , $H_{1/10}$, $H_{1/3}$, H_{rata2} , H_{min} and T_{max} , $T_{1/10}$, $T_{1/3}$, T_{rata2} , T_{min} , H_{RMS} , comparing function of density which got, with function of Rayleigh density, calculated deviasi (δ), or error, between function theoretical density with function density from data.

Keyword: zero-upcrossing, function density from data, function Gauss density, function Rayleigh density

1. Latar Belakang

Gelombang yang sangat sering terjadi di laut dan besar pengaruhnya terhadap karakteristik pantai adalah gelombang yang dibangkitkan oleh angin. Gelombang menyebabkan terjadinya arus di pantai, dimana arus di pantai ini dapat menyebabkan gerusan dan sedimentasi. Oleh karena itu gaya gelombang merupakan penyebab kerusakan pada pantai.

Selain menjadi penyebab kerusakan pada pantai, data kondisi gelombang juga sangat dibutuhkan untuk bidang pelayaran dan perencanaan struktur pada pantai maupun perencanaan struktur lepas pantai.

Pada bidang pelayaran, jika data kondisi gelombang dapat diketahui atau dapat diramalkan dengan baik, maka hal ini dapat membuat kapal berlayar secara aman dan nyaman. Demikian pula halnya untuk perencanaan struktur lepas pantai, dibutuhkan data kondisi gelombang, untuk kemudian dicari data lainnya, seperti data gaya-gaya gelombang yang bekerja.

Kondisi gelombang yang ada di perairan ini bersifat acak, tetapi umumnya mempunyai sifat statistic yang dapat diidentifikasi. Pada suatu lokasi yang memiliki data gelombang lapangan, dapat dilakukan pengolahan data gelombang lapangan untuk kemudian ditentukan besaran-besaran domain waktu dan besaran-besaran domain frekuensi. Besaran-besaran ini dapat secara umum menunjukkan karakteristik gelombang pada lokasi tersebut.

Mengingat hal yang sudah diuraikan di atas, maka sangatlah bermanfaat jika dapat merumuskan karakteristik gelombang untuk suatu perairan, sehingga dapat digunakan sebagai dasar dalam perencanaan suatu struktur yang akan dibangun pada kawasan perairan tersebut.

Maksud penelitian adalah untuk merumuskan karakteristik gelombang laut dalam domain waktu dan frekuensi.

Tujuan penelitian adalah untuk mempelajari tahapan pemrosesan data lapangan hingga didapat parameter gelombang untuk keperluan perencanaan infrastruktur laut.

* Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Tadulako, Palu

** Staf Peneliti Keairan pada Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Tadulako, Palu

Ruang lingkup penelitian ini adalah menerangkan hasil perbandingan antara fungsi kerapatan dari data dengan fungsi kerapatan Gauss, menuliskan tahapan pekerjaan/metodologi yang anda kerjakan berikut rumus-rumus yang digunakan dan hasilnya dan menerangkan hasil perbandingan antara fungsi kerapatan yang dibuat dengan fungsi kerapatan Rayleigh.

2. Metode Penelitian

Untuk setiap data dilakukan (Idris, 2009) :

- Memplot time series asli
- Memplot time series yang telah *zero-mean* dan dihilangkan *trend*-nya.
- Membuat tabel & gambar histogram frekuensi perubahan muka air.
- Membuat tabel & gambar fungsi kerapatan perubahan muka air, $f(\eta)$.
- Membandingkan fungsi kerapatan yang didapat, dengan fungsi kerapatan Gauss, dengan menghitung deviasi (δ), atau error, antara fungsi kerapatan teoritis dengan fungsi kerapatan dari data.
- Menerangkan hasil perbandingan antara fungsi kerapatan dari data dengan fungsi kerapatan Gauss.
- Menuliskan tahapan pekerjaan/metodologi yang anda kerjakan berikut rumus-rumus yang digunakan dan hasilnya.

Untuk setiap data, lakukan *zero-upcrossing* pada data, untuk mendapatkan data

tinggi gelombang. Untuk setiap data tinggi & perioda gelombang yang didapat, dilakukan:

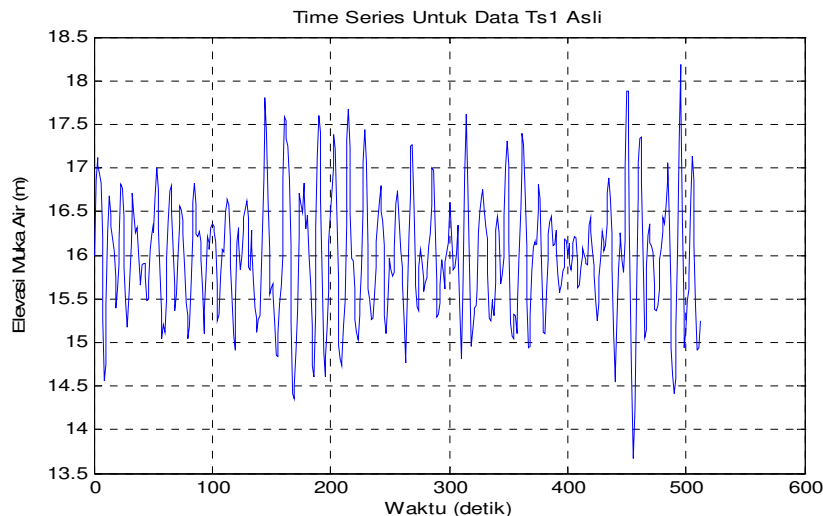
- Membuat tabel & gambar histogram frekuensi tinggi gelombang
- Membuat tabel & gambar fungsi kerapatan tinggi gelombang
- Menghitung $H_{\max}$, $H_{1/10}$, $H_{1/3}$, H_{rata2} , $H_{\min}$ dan $T_{\max}$, $T_{1/10}$, $T_{1/3}$, T_{rata2} , $T_{\min}$, H_{RMS}
- Membandingkan fungsi kerapatan yang didapat, dengan fungsi kerapatan Rayleigh, dengan menghitung deviasi (δ), atau error, antara fungsi kerapatan teoritis dengan fungsi kerapatan dari data.
- Menerangkan hasil perbandingan antara fungsi kerapatan yang dibuat dengan fungsi kerapatan Rayleigh.
- Menuliskan tahapan pekerjaan yang anda kerjakan berikut rumus-rumus yang digunakan.

3. Hasil dan Pembahasan

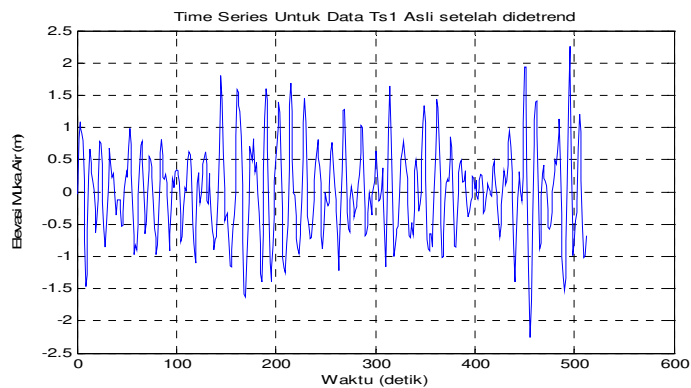
3.1 Hasil penelitian

- Bagian pertama: Elevasi muka air

Hubungan antara perubahan muka air dan waktu disajikan pada Gambar 1. Sementara perubahan muka air yang telah dilakukan proses zero mean disajikan pada Gambar 2. Histogram frekuensi perubahan muka air dan gambar histogramnya disajikan pada Tabel 1 dan Gambar 3.



Gambar 1. Plot time series asli (Muchlis, 2009)

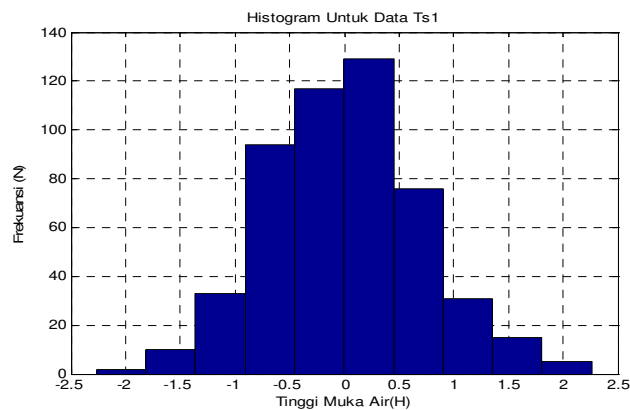


Gambar 2. Plot time series yang telah *zero-mean* dan dihilangkan *trend*-nya (Muchlis, 2009)

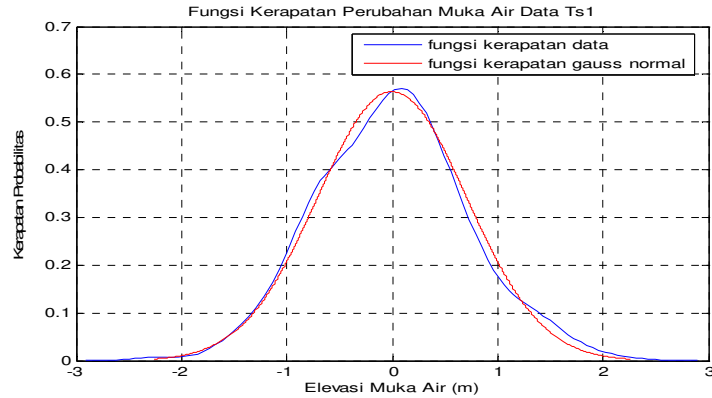
Tabel 1. Histogram frekuensi & gambar fungsi kerapatan perubahan muka air

No	Interval Kelas	x	n kumulatif	Frekuensi	Freq rel (n)	PDF f(x)	CDF F(x)	Gauss (Normal)		
								χ^2	$\frac{\chi^2 - n}{n}$	$\left(\frac{\chi^2 - n}{n}\right)^2$
1	-1.9994 ≤ η < -1.5865	-1.79297	2	2	0.00	0.009	0.009	0.0322879	2.41	0.0005
2	-1.5865 ≤ η < -1.1736	-1.3801	12	10	0.02	0.047	0.057	0.0843905	0.78	0.0014
3	-1.1736 ≤ η < -0.76075	-0.9672	45	33	0.06	0.156	0.213	0.2217010	0.42	0.0043
4	-0.7608 ≤ η < -0.34788	-0.5544	139	94	0.18	0.445	0.658	0.4146477	0.07	0.0009
5	-0.3479 ≤ η < 0.06499	-0.1415	256	117	0.23	0.553	1.211	0.5521134	0.00	0.0000
6	0.06499 ≤ η < 0.47786	0.2714	385	129	0.25	0.610	1.821	0.5233771	0.14	0.0075
7	0.47786 ≤ η < 0.89073	0.6843	461	76	0.15	0.360	2.181	0.3532145	0.02	0.0000
8	0.89073 ≤ η < 1.3036	1.0971	492	31	0.06	0.147	2.327	0.1697070	0.16	0.0005
9	1.3036 ≤ η < 1.7165	1.5100	507	15	0.03	0.071	2.398	0.0580495	0.18	0.0002
10	1.7165 ≤ η < 2.1293	1.9229	512	5	0.01	0.024	2.422	0.0141362	0.40	0.0001
Jumlah				512.000	1.00	2.42		Σ 2.42	Error 0.90%	Deviasi (d) 0.0055

Jumlah Data (N)	:	512	
Interval (Δx)	:	0.413	1
Rata-rata (a _x)	:	0.00	
Standar Deviasi (σ _x)	:	0.708	
Variance (σ _x ²)	:	0.502	
skewness	:	0.106205	
kurtosis	:	0.137576	
m ₃	:	4368.753	



Gambar 3. Histogram frekuensi perubahan muka air

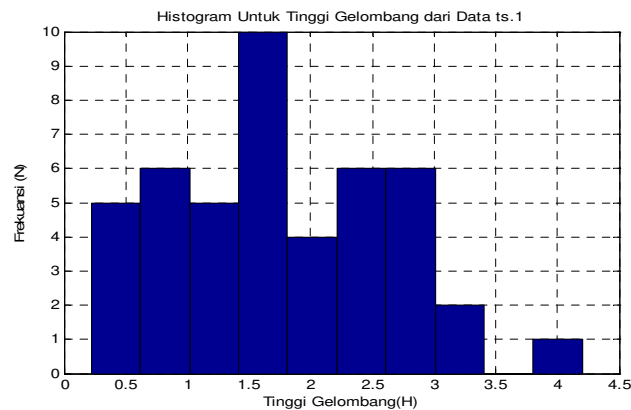


Gambar 4. Fungsi kerapatan perubahan muka air, $f(\eta)$

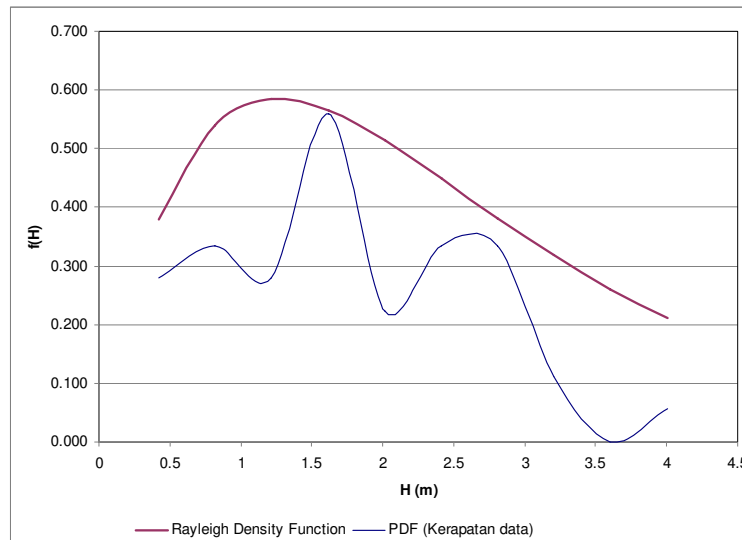
Tabel 2. Histogram frekuensi dan fungsi kerapatan tinggi gelombang

No	Interval Kelas	x	n kumulatif	Frekuensi	Freq rel (n)	PDF f(x)	CDF F(x)	Rayleigh		
								$\hat{x}$	$\hat{x} - \bar{x}$	$(\hat{x} - \bar{x})^2$
1	0.22205 ≤ H < 0.62002	0.421035	5	5	0.11	0.279	0.279	0.3796569	0.3598	0.0101
2	0.62002 ≤ H < 1.018	0.8190	11	6	0.13	0.335	0.614	0.5388211	0.6083	0.0415
3	1.018 ≤ H < 1.416	1.2170	16	5	0.11	0.279	0.893	0.5841503	1.0923	0.0930
4	1.416 ≤ H < 1.8139	1.6149	26	10	0.22	0.558	1.452	0.5655691	0.0129	0.0001
5	1.8139 ≤ H < 2.2119	2.0129	30	4	0.09	0.223	1.675	0.5143258	1.3027	0.0847
6	2.2119 ≤ H < 2.6099	2.4109	36	6	0.13	0.335	2.010	0.4494426	0.3415	0.0131
7	2.6099 ≤ H < 3.0078	2.8089	42	6	0.13	0.335	2.345	0.3820428	0.1403	0.0022
8	3.0078 ≤ H < 3.4058	3.2068	44	2	0.04	0.112	2.457	0.3182313	1.8495	0.0427
9	3.4058 ≤ H < 3.8038	3.6048	44	0	0.00	0.000	2.457	0.2609956	0.0000	0.0681
10	3.8038 ≤ H < 4.2018	4.0028	45	1	0.02	0.056	2.513	0.2114451	2.7867	0.0242
Jumlah				45.000	1.00	2.51		Σ 4.20	Error 18.88%	Deviasi (d) 9.29%

Jumlah Data (N)	:	45	H max	4.2018
Interval (Δx)	:	0.398	H 1/3	2.75844
Rata-rata ($\bar{x}$)	:	0.00	H 1/10	3.215683
Standar Deviasi (σ_x)	:	0.891	H min	0.22205
Variance (σ_x^2)	:	0.794	T max	8.4199
skewness	:	0.404174	T 1/3	7.34229
kurtosis	:	-0.10673	T 1/10	5.579347
m_3	:	0.002111	T min	2.0252



Gambar 5. Histogram frekuensi tinggi gelombang



Gambar 6. Fungsi kerapatan tinggi gelombang

- Bagian kedua: amplitude gelombang

Tabel frekuensi dan histogram serta fungsi kerapatan tinggi gelombang disajikan pada Tabel 2, Gambar 5 dan Gambar 6.

3.2 Pembahasan

- Bagian Pertama : Elevasi muka air
Tahapan Pekerjaan dalam **Langkah 1** dan **2** merupakan proses *zero mean* dan *menghilangkan trend* dari data.

Langkah 1

Plot data asli *time series* hubungan antara perubahan muka air dengan waktu. Bertujuan untuk mengetahui kondisi data secara keseluruhan, termasuk *trend* yang dibentuknya. Buat persamaan *Linier trendline* dari data perubahan muka air tersebut, yang selanjutnya akan digunakan untuk proses *zero mean*.

Langkah 2

Lakukan *zero mean*, dengan cara mengurangi semua data perubahan muka air dengan harga pada *linier trendline*. Kemudian plot untuk meyakinkan bahwa proses ini merupakan proses *detrend*, dimana *linier trendline* pada sumbu datar $\square=0$.

Catatan: untuk proses yang memiliki *trend* lurus (kecenderungannya datar), *zero mean* dilakukan dengan cara mengurangi semua data perubahan muka air dengan harga rata-rata (*mean*) keseluruhan proses. Proses ini dilakukan pada semua data set.

Tahapan Berikut merupakan Pembuatan Histogram Perubahan Muka Air dan Fungsi Kerapatan

Langkah 3

Histogram dibuat dengan memperhatikan hal-hal berikut ini

1. Semua interval kelas dibuat sama panjangnya.
2. Banyaknya interval kelas dapat ditentukan bebas.
3. Interval pertama harus mengandung pengamatan terkecil sedangkan pada interval terakhir mengandung pengamatan terbesar.
4. Selang kelas harus dipilih sedemikian rupa sehingga titik tengah kelas berupa bilangan yang sederhana.

Langkah 4

Fungsi Kerapatan didefinisikan sebagai:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

dimana $F(x)$ adalah Fungsi Distribusi Kumulatif.

Memiliki karakteristik:

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.0$

Fungsi kerapatan perubahan muka air $f(\eta)$ yang berupa data diskrit dibuat berdasarkan persamaan berikut.

$$\text{Dimana } f(\eta) = \frac{n_i}{\Delta\eta \cdot N} \text{ na:}$$

n_i = frekuensi ke- i , yaitu banyaknya pengamatan pada interval kelas i .
 $\Delta\eta$ = besarnya interval kelas pengamatan perubahan muka air.
 N = jumlah data.

Selanjutnya fungsi kerapatan ini akan dibandingkan dengan fungsi kerapatan Gauss (Normal) yang dibuat berdasarkan persamaan:

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\eta^2}} e^{-\frac{(\eta-a_\eta)^2}{2\sigma_\eta^2}}$$

dimana:

a_η = rata-rata.
 σ_η = standar deviasi.
 σ_η^2 = variance.

Nilai Rata-rata (mean):

$$a_\eta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i$$

dimana: $i = 1, 2, 3, \dots, N$
 N = jumlah data

Standar Deviasi:

$$\sigma_\eta = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\eta_i - a_\eta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Variance:

$$\sigma_\eta^2 = E[(\eta - a_\eta)^2]$$

- Bagian kedua: amplitudo gelombang

Pada Bagian Kedua juga dilakukan analisa pada set data-data yang sama. Setelah di zeromean dan dihilangkan trendnya kemudian dilakukan pengolahan data untuk mendapatkan zero up crossing. Sehingga dengan demikian didapatkan amplitude dari data gelombang pada tiap-tiap data set.

Tahapan Pekerjaan dalam Langkah 5 merupakan proses *zero-upcrossing*.

Langkah 5:

Perhitungan Zero-Upcrossing dilakukan dengan bantuan Bahasa Pemrograman MATLAB. Sebagai pembanding dilakukan juga proses perhitungan Manual dengan bantuan MS EXCEL.

Zero-upcrossing adalah titik potong antara fungsi $\square$ dengan garis *zero mean* yang memberikan nilai $\frac{d\eta}{dt} > 0$.

Secara umum langkah-langkah perhitungan zero-upcrossing diuraikan di bawah ini.

- Kondisi proses acak dalam keadaan *zero mean*. Proses ini telah dilakukan pada perhitungan sebelumnya.
- Sebagai koreksi atas proses *zero mean* yang dilakukan dengan cara *linier trendline* pada tahap sebelumnya, pada perhitungan *zero-upcrossing* ini diterapkan metoda Simpson.

$$\bar{\eta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i \cdot \Delta t}{(N-1) \cdot \Delta t} = \frac{1}{T} \int_0^T \eta \cdot dt$$

dimana :

$i = 1, 2, 3, \dots, N$.

N = jumlah data.

T = total waktu = $(N-1) \Delta t$ atau

$= t_{\max} - t_{\min}$

$\bar{\eta}$ = nilai rata-rata dari η .

- Buat persamaan garis menghubungkan $A(\eta_i, T_i)$ dan $B(\eta_{i+1}, T_{i+1})$.
- Cari perpotongan garis tersebut dengan sumbu t ($t=0$). Jika perkalian antara η_i dengan η_{i+1} kurang dari nol dan η_{i+1} berharga positif, maka titik perpotongan tersebut merupakan titik zero-upcrossing.

- Tinggi Gelombang (H) dicari antara 1 puncak dan 1 lembah, selesai keduanya adalah H, dimana:

Puncak $\rightarrow \eta_{i-1} < \eta_i$ dan $\eta_{i+1} < \eta_i$

Lembah $\rightarrow \eta_{i-1} > \eta_i$ dan $\eta_{i+1} > \eta_i$

Tahapan Pekerjaan berikutnya adalah Pembuatan Histogram Tinggi Gelombang dan Fungsi Kerapatan.

Langkah 6:

Proses pembuatan Histogram sama seperti yang telah diuraikan dalam Langkah 3.

Langkah 7:

Keterangan Fungsi Kerapatan berdasarkan Histogram sama seperti langkah 4, kecuali untuk fungsi kerapatan pembandingan, dalam hal ini Fungsi Kerapatan **Rayleigh** digunakan sebagai pembandingan untuk fungsi kerapatan Tinggi Gelombang.

Fungsi Kerapatan **Rayleigh**:

$$f(x) = \frac{2}{b}(x-a) \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{b}}$$

Jika x adalah tinggi gelombang (H), maka :

$$\begin{aligned} a &= H_{\min} \\ b &= (H_{\text{rms}})^2 \end{aligned}$$

$$H_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N H_i^2}{N}}$$

sehingga persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk :

$$f(H) = \frac{2}{(H_{\text{rms}})^2} (H - H_{\min}) \cdot e^{-\left(\frac{H - H_{\min}}{H_{\text{rms}}}\right)^2}$$

4. Kesimpulan dan Saran

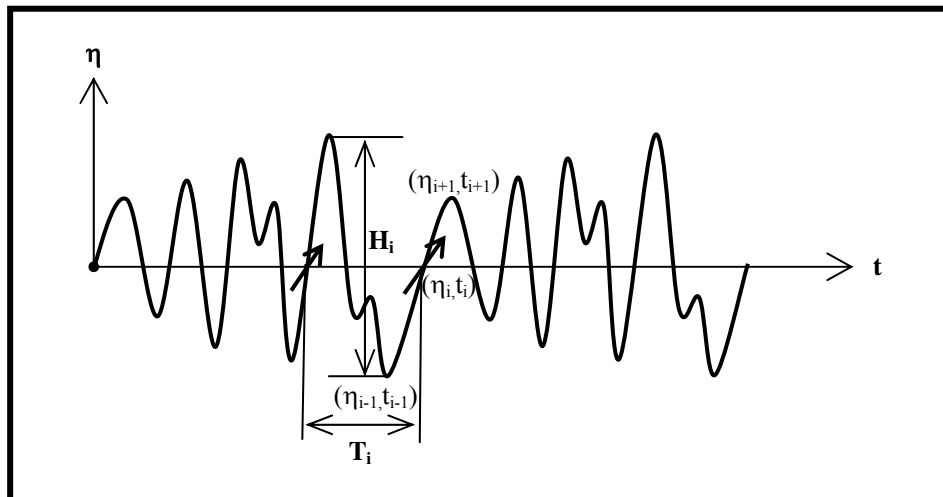
4.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan di atas maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

- Perbandingan antara Fungsi Kerapatan Data dengan Fungsi Kerapatan Gauss (Normal).

Hasil proses pengolahan data, dari Langkah 1 s.d langkah 4 memperoleh grafik Fungsi Kerapatan. Fungsi kerapatan data dengan Gauss menunjukkan kemiripan. Fungsi kerapatan Gauss yang merupakan fungsi kerapatan normal adalah idealnya sebuah fungsi kerapatan, tegak dan seimbang terhadap sumbu pusat yang merupakan mean dari data, sangat jelas terlihat pada proses zero mean ini.

Plot data tertentu pada Fungsi Kerapatan Gauss berada pada dan mendekati Fungsi Kerapatan normalnya. Hal ini menunjukkan bahwa proses Acak Perubahan Muka Air mendekati proses acak normal.



Gambar 8. Sketsa Definisi Perhitungan Zero-Upcrossing

- b. Perbandingan antara Fungsi Kerapatan Data dengan Fungsi Kerapatan Rayleigh
Hasil proses pengolahan data memperoleh grafik Fungsi Kerapatan. Fungsi kerapatan data “agak mendekati” fungsi Rayleigh. Fungsi kerapatan Rayleigh merupakan fungsi kerapatan yang dapat mewakili proses acak Tinggi Gelombang.
Berdasarkan hasil plot data di atas, Fungsi Kerapatan Tinggi Gelombang hasil pengukuran ini belum dapat menunjukkan bahwa Fungsi Kerapatan Rayleigh dapat merepresentasi Proses Acak Tinggi Gelombang (H).

4.2 Saran

- a. Fungsi distribusi Rayleigh sebaiknya digunakan untuk jumlah data yang tidak lebih dari 2500 data, karena pengujian Kolmogorov-Smirnov hanya untuk jumlah data yang sedikit.
b. Masih diperlukan lebih mendalam, untuk mengetahui penyebab munculnya komponen frekuensi rendah dalam kaitannya dengan *swell*.

5. Daftar Pustaka

- Blair Kinsman, 1965 : Wind Waves, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
Erwin Kreyszig, 1988, *Advanced Engineering Mathematics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
G.J Komen, L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, P.A.E.M Jansen, 1994 : Dynamics And Modelling Of Ocean Waves, Cambridge University Press, Australia
H. R. Vallentine, 1959, *Applied Hydrodynamics*, Butterworth & co (publisher) limited, New Castle.
Idris, Krisnaldi, 2009 : Gelombang Acak, ITB, Bandung
J. Ian Collins, Prediction of Shallow Water Spectra, Jour. Geo. Res. 15, 2693-2706
Joel H. Ferziger, Miovean Peric, 1996, *Computational Fluid Dynamics*, Springer Inc, Verlag Berlin Heidelberg.
John D. Anderson, JR, 1995, *Computational Fluid Dynamics*, McGraw-Hill, Inc, New York.

John H. Mathews, Kurtis D. Fink, 1999, *Engineering Numerical Method Using Mat Lab*, Prentice Hall, upper Saddle River.

Muchlis, A.F, 2009 : Gelombang Acak, ITB, Bandung

Rolf H Sabersky, Allan J. Acosta Edward G Hauptenn, 1964, *Fluid Flow; a First Course in Fluid Mechanics*, Third Edition Macmillan Publishing Company, New York.

Stanislaw R. Masselj 1996: Ocean Surface Wave : Their physics and Prediction, Wolrd Scientific Publishing Co.Pte.Ltd, Singapore