

## Perbandingan Kinerja Pendekatan Simulasi dan Analitis pada Kasus Perhitungan Dampak Konsumsi Float Aktivitas Nonkritis dalam Penjadwalan Proyek

Andreas Wibowo<sup>1)</sup>

### Abstrak

*Tulisan ini membandingkan hasil perhitungan menggunakan pendekatan simulasi dan analitis dampak konsumsi waktu ambang aktivitas nonkritis terhadap skedul dan biaya proyek. Dasar teori yang digunakan untuk analisis adalah teori reliabilitas yang populer dikombinasikan dengan beberapa pendekatan seperti probabilistic network evaluation technique (PNET) dan transformasi Rosenblatt. Kedua pendekatan menghasilkan kesimpulan bahwa pengunduran aktivitas nonkritis meski belum melebihi waktu ambang total yang dimiliki tetap berpengaruh negatif terhadap jadwal dan biaya proyek. Secara probalistik konsumsi waktu ambang yang bertambah mengakibatkan waktu penyelesaian proyek bertambah yang pada gilirannya meningkatkan biaya total proyek. Hasil perbandingan menunjukkan meski tidak ada perbedaan yang signifikan di antara keduanya, dalam beberapa hal pendekatan analitis berkinerja lebih baik daripada pendekatan simulasi dalam kekonsistenan menjelaskan hubungan yang terjadi antara jadwal, biaya, dan konsumsi waktu ambang.*

**Kata-kata Kunci:** Waktu ambang, PNET, transformasi Rosenblatt, regresi, simulasi Monte Carlo.

### Abstract

*This paper compares the computational results of using simulation and analytical approaches on the impact of float consumption on the total project cost and schedule. The base theories employed for analysis are well-known reliability theories combined with approximation methods such as probabilistic network evaluation technique (PERT) and Rosenblatt transformation. The two approaches arrive at a conclusion that delay in a non-critical activity despite not exceeding total float remains to severely affect the project schedule and cost. Probabilistically, an increase in float consumption escalates the time completion of project which in turn increases the total project cost. The comparison results exhibit that although substantial difference is not observable, in some respects the analytical approach outperforms the simulation one in terms of consistency of explaining the relationship among schedule, cost, and float consumption.*

**Keywords:** Float, PNET, Rosenblatt transformation, regression, Monte Carlo simulation.

## 1, Pendahuluan

Dalam CPM tradisional penundaan atau keterlambatan aktivitas non-kritis tidak akan mengakibatkan proyek terlambat selama penundaan atau keterlambatan tidak melebihi *float* aktivitas yang bersangkutan. Pengertian ini terkadang digunakan sebagai dasar argumentasi menolak klaim perpanjangan waktu atau kompensasi biaya oleh kontraktor akibat kesalahan pihak pemilik yang mengakibatkan aktivitas nonkritis terlambat karena durasi total proyek tidak berpengaruh meski sebenarnya tidaklah demikian. Ahuja et al. (1994) memberikan sebuah contoh menarik yang menunjukkan keterlambatan aktivitas nonkritis pun bisa mengakibatkan kontraktor mengalami kerugian finansial.

Di bawah ketidakpastian ada kesamaan yang dijumpai pada semua aktivitas yaitu masing-masing berpeluang menjadi kritis; yang membedakan hanya berapa besar peluang mereka. Kritis dalam pendekatan probabilistik dimaknai sebagai seberapa besar kemungkinan proyek dapat (atau tidak dapat) diselesaikan menurut target. Bila pendekatan deterministik mengkategorikan jalur dalam skala nominal (kritis dan nonkritis), pendekatan probabilistik mengklasifikasikan dalam skala ordinal (paling kritis sampai paling tidak kritis) atau bahkan dalam skala interval atau rasio.

Pengaruh keterlambatan atau penundaan suatu aktivitas nonkritis terhadap durasi dan biaya proyek sulit diidentifikasi melalui pendekatan deterministik. Sama-sama dikategorikan sebagai *activity on arrow*

1. Peneliti di Puslitbang Permukiman Departemen Pekerjaan Umum dan Staf Pengajar Program Pascasarjana Universitas Katolik Parahyangan.

**Catatan :** Usulan makalah dikirimkan pada 11 April 2007 dan dinilai oleh peer reviewer pada tanggal 12 April 2007 - 3 Juli 2007. Revisi penulisan dilakukan antara tanggal 7 Juli 2007 hingga 10 Juli 2007.

method dengan CPM, *program evaluation and review technique* (PERT) menggunakan pendekatan yang berbeda yaitu stokastik atau probabilistik. PERT menyederhanakan permasalahan dengan hanya memperhitungkan jalur kritis hasil perhitungan CPM dalam menentukan risiko keterlambatan proyek. Simplifikasi ini menimbulkan problem „merge-event bias“ yang berkonsekuensi risiko keterlambatan proyek menjadi *underestimated* (baca, misalnya, Ahuja et al. 1994, Ang dan Tang 1982, atau Ioannou dan Martinez 1998).

Adalah sebuah kenyataan bahwa Monte Carlo simulation (MCS) yang lebih banyak dimanfaatkan dalam sektor keuangan sudah merambah ke sektor-sektor lainnya termasuk konstruksi meski pemakaiannya lebih sering dijumpai dalam ranah akademis (contoh aplikasi praktis dapat dijumpai di Griffs dan Christodoulou 2000). Tersedianya piranti-piranti lunak komersial yang mudah dioperasikan semakin mempopulerkan teknik ini dan memberikan insentif untuk menyelesaikan setiap permasalahan stokastik melalui simulasi meski sebenarnya masih dapat diselesaikan secara analitik.

Tulisan ini dimotivasi oleh setidaknya dua hal. Pertama, akses ke piranti lunak simulasi komersial seringkali terbatas karena masih relatif tingginya harga piranti ini. Kedua, penggunaan simulasi yang kurang bijak dalam arti menganggap pendekatan simulasi sebagai satu-satunya *recourse* memecahkan permasalahan kompleksitas perhitungan stokastik atau probabilistik. Tulisan ini mendiskusikan perbandingan kinerja pendekatan analitik tradisional dan simulasi dalam mengevaluasi dampak penundaan aktivitas nonkritis terhadap jadwal dan biaya total proyek.

### 1.1 Studi terdahulu tentang float aktivitas nonkritis

Mengaplikasikan prosedur *back forward uncertainty estimation* (BFUE), Gong dan Rowings (1995) memperkenalkan konsep penggunaan *float* yang aman (*safe float use*) untuk dua aktivitas yang bergabung (*merging activities*). Menurut Gong and Rowings, jumlah *float* yang aman adalah jumlah *float* yang tidak mengakibatkan perubahan berarti pada ekspektasi durasi total proyek. Dalam studi lain Zhong dan Zhang (2003) mengembangkan metoda menghitung *float* jalur (*path float*) nonkritis dan merumuskan definisi *float* jalur yang aman (*safe path float*). Berbeda dengan Gong dan Rowings yang mendasarkan perhitungan pada ekspektasi durasi proyek, Zhong dan Zhang lebih mengaitkan perhitungan dengan tingkat persentil durasi proyek dengan konsep bahwa jalur kritis yang ada tetap dipertahankan.

Kesimpulan umum yang bisa diperoleh dari Gong dan Rowings dan Zhong dan Zhang adalah adanya suatu rentang penundaan yang “aman” untuk aktivitas nonkritis yang tidak berpengaruh secara substansial terha-

dap durasi proyek. Bila rentang yang aman ini dilanggar atau konsumsi *float* melebihi batas aman, durasi total proyek akan terganggu. Sayangnya kedua studi yang disebutkan sebelumnya tidak mendiskusikan dampak konsumsi *float* yang berlebihan terhadap biaya total proyek. Adalah Sakka dan El-Sayegh (2007) yang mencoba merumuskan hubungan antara konsumsi *float* aktivitas nonkritis dan biaya serta durasi total proyek. Dalam studi mereka menggunakan pendekatan simulasi dengan bantuan piranti lunak komersial @Risk (Palisade Corporation 2001). Metoda yang digunakan adalah *multiple simulation analysis technique* atau MSAT (Isidore dan Back 2002). Langkah-langkah yang mereka terapkan meliputi melakukan simulasi biaya dan durasi total proyek dengan *baseline* data (tanpa adanya penundaan), menghitung *float* yang mungkin berdasarkan analisis CPM, menyusun skenario penundaan suatu aktivitas mulai dari nol sampai *float* maksimum yang diijinkan tanpa mengakibatkan aktivitas ini menjadi kritis, memformulasikan *project duration impact model* dan *cost impact model* dari hasil regresi.

## 2. Schedule Impact Model

Durasi jalur *i* adalah penjumlahan sederhana durasi aktivitas yang berada di dalamnya ditambah dengan penundaan yang terjadi atau

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} T_{ij} + d_{ij} \quad (1)$$

Dengan  $T_i$  = durasi jalur *i*,  $n_i$  = jumlah aktivitas dalam jalur *i*,  $d_{ij}$  = penundaan yang terjadi untuk aktivitas *j* dalam jalur *i*. Dalam hal ini penundaan diasumsikan deterministik karena berada sepenuhnya di bawah kendali manajer proyek. Untuk kemudahan pembacaan, notasi variabel yang ditulis dengan huruf besar menunjukkan variabel yang bersangkutan adalah acak. Sebagaimana PERT, tulisan ini mengasumsikan bahwa *central limit theorem* berlaku sehingga durasi jalur *i* terdistribusi normal dengan parameter:

$$\mu_{T_i} = \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{T_{ij}} + d_{ij} \quad (2)$$

$$\sigma_{T_i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_i} (\sigma_{T_{ij}})^2} \quad (3)$$

Dengan  $\mu_{T_i}$ ,  $\sigma_{T_i}$  adalah purata dan deviasi standar durasi jalur *i*. Dengan demikian,

$$F_i(t^*) \equiv P(T_i \leq t^*) = \Phi\left(\frac{t^* - \mu_{T_i}}{\sigma_{T_i}}\right) \quad (4)$$

Dengan  $\Phi(-)$  = *cummulative distribution function (cdf)* untuk distribusi normal standar. Sementara aplikasi PERT mempunyai permasalahan dengan *merge-event bias*, penulis memanfaatkan *probabilistic network evaluation technique* atau PNET (Ang dan Tang 1982). Dalam memperhitungkan risiko durasi proyek PNET hanya mempertimbangkan jalur-jalur yang „representatif“. Jalur yang representatif adalah jalur paling dominan yang diseleksi dari satu set jalur yang memiliki satu atau lebih aktivitas sebagai anggota bersama. Sebuah jalur dapat diwakili bila jalur tersebut berkorelasi tinggi dengan jalur yang mewakilinya. Dominasi suatu jalur ditentukan berdasarkan kriteria yang diambil. Ang dan Tang mengambil purata durasi jalur sebagai kriteria; semakin besar semakin tinggi dominasi dan peringkatnya. Meski demikian penulis beranggapan bahwa kriteria yang paling sesuai adalah tingkat kekritisitas suatu jalur. Jalur yang memiliki purata tertinggi tidak dijamin menjadi jalur yang paling kritis. Kriteria kekritisitas inilah yang digunakan dalam studi ini. Sebuah jalur dapat mewakili jalur lainnya bila korelasi antara dua jalur lebih tinggi dari *demarcating correlation*  $\rho_0$ ; bila tidak, kedua jalur dianggap saling independen.

Selanjutnya bila ada dua jalur  $i$  dan  $j$ , koefisien korelasi antara kedua jalur dapat dinyatakan sebagai berikut (pembuktiannya dapat dilihat di appendix)

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{k \in i, j} \sigma_{Tk}^2}{\sigma_{Ti} \sigma_{Tj}} \quad (5)$$

Dengan  $\rho_{ij}$  = koefisien korelasi antara durasi jalur  $i$  dan jalur  $j$ ,  $\sigma_{Tk}$  = deviasi standar jalur  $k$  yang menjadi milik bersama jalur  $i$  dan jalur  $j$ . Sebagaimana  $\rho_{ij}$ , nilai  $\rho_0$  berada dalam rentang 0 dan 1. Nilai  $\rho_0 = 0$  menunjukkan semua jalur dianggap independen yang menghasilkan *lower bound* untuk probabilitas kumulatif sebenarnya (*true cummulative probability*) sementara  $\rho_0 = 1$  berarti hanya ada satu jalur yang dianggap merepresentasikan semua jalur dan ini menjadi *upper bound* atau

$$\prod_k P(T_k \leq t^*) \leq P(T \leq t^*) \leq \min_k P(T_k \leq t^*) \quad (6)$$

PERT pada dasarnya adalah kasus khusus dari PNET di mana nilai  $\rho_0 = 1$  (bila kriteria yang digunakan adalah purata terbesar). Bila jalur-jalur representatif sudah diketahui (algoritma untuk menentukan jalur representatif akan dibahas lebih detail setelah ini), maka

$$F_T(t^*) \approx \prod_r P(T_r \leq t^*) = \prod_r \Phi\left(\frac{t^* - \mu_{Tr}}{\sigma_{Tr}}\right) \quad (7)$$

Dengan  $r$  melambangkan jalur “representatif”. Menggunakan **Persamaan (7)**, probabilitas proyek diselesaikan sesuai skedul dapat dihitung. Meski demikian PNET tidak memberikan informasi distribusi durasi proyek dan parameter-parameternya. Untuk menentukan purata dan deviasi standar durasi proyek penulis menggunakan formula Cox (1995). Cox merumuskan bila  $T = \max(T_1, T_2)$  dengan  $T_1$  dan  $T_2$  adalah variat normal yang saling independen, maka

$$E(T) = \mu_1 \Phi\left(\frac{\mu_{T1} - \mu_{T2}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) + \mu_{T2} \Phi\left(\frac{\mu_{T2} - \mu_{T1}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) + \sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2} \phi\left(\frac{\mu_{T1} - \mu_{T2}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) \quad (8)$$

dan

$$E(T^2) = (\mu_{T1}^2 + \sigma_{T1}^2) \Phi\left(\frac{\mu_{T1} - \mu_{T2}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) + (\mu_{T2}^2 + \sigma_{T2}^2) \Phi\left(\frac{\mu_{T2} - \mu_{T1}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) + \sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2} (\mu_{T1} + \mu_{T2}) \phi\left(\frac{\mu_{T1} - \mu_{T2}}{\sqrt{\sigma_{T1}^2 + \sigma_{T2}^2}}\right) \quad (9)$$

Rumusan **(8)** dan **(9)** dapat digunakan berulang bilamana terdapat lebih dari dua variabel acak normal yang independen. Sementara itu dapat mudah dibuktikan bahwa

$$\sigma_T^2 = E(T^2) - E^2(T) \quad (10)$$

Bila  $d_{ij}$  dan  $t^*$  diketahui maka probabilitas bahwa proyek dapat diselesaikan sesuai skedul berikut purata dan deviasi standarnya dapat dihitung.

### 3. Cost Impact Model

Bila  $C_{di}$  adalah biaya langsung aktivitas  $i$  yang bersifat acak dan  $c_{ind}$  adalah biaya tidak langsung per satuan waktu (hari, minggu), maka biaya total dapat dirumuskan sebagai

$$C_T = \sum_{i=1}^{np} C_{di} + c_{ind} \times T \quad (11)$$

Dengan  $np$  = jumlah aktivitas dalam jaringan kerja. Misal, bila tingkat keyakinan bahwa target biaya akan terpenuhi adalah sebesar  $\gamma_C$  maka target biaya

ditetapkan pada nilai persentil ke- $\gamma_C$  atau risiko terjadinya *overrun* adalah  $1-\gamma_C$ . Permasalahannya adalah menentukan nilai  $C_T$  pada persentil ke- $\gamma$  sebagaimana yang disyaratkan. Problem ini dapat dianalogikan sebagai persoalan keandalan atau reliabilitas dengan persamaan *failure state* sebagai berikut

$$g(t^*, c_{di}^*) \equiv c_T(\gamma_C) - \sum_{i=1}^{np} c_{di}^* - c_{ind} \times t^* = 0 \quad (12)$$

Dengan  $c_T(\gamma) =$  biaya total pada persentil ke- $\gamma_C$ . Dalam kasus ini  $t^*$  dan  $C_{di}^*$  yang memenuhi **Persamaan (12)** harus ditentukan. Tulisan ini mengasumsikan biaya langsung aktivitas adalah terdistribusi normal [asumsi yang sama juga digunakan oleh Sakka dan El-Sayegh (2007)]. Bila purata dan varian biaya langsung aktivitas  $i$  adalah  $\mu_{di}$  dan  $\sigma_{di}$ , maka berdasarkan hukum penjumlahan linear variat terdistribusi normal (Devore

$$2002) \sum_{i=1}^{np} C_{di}$$

dalam **Persamaan (11)** adalah normal dengan parameter-parameter

$$\mu_{dt} = \sum_{i=1}^{np} \mu_{di} \quad (13)$$

$$(\sigma_{dt})^2 = \sum_{i=1}^{np} (\sigma_{di})^2 \quad (14)$$

Dengan  $\mu_{dt}$  = purata biaya langsung proyek dan  $\sigma_{dt}$  = deviasi standar biaya langsung proyek. Dalam tulisan ini distribusi  $T$  ditransformasikan ke distribusi normal ekuivalen melalui transformasi Rosenblatt (1952). Transformasi ini membutuhkan informasi fungsi kerapatan kumulatif atau *cdf* dan fungsi kerapatan probabilitas atau *pdf* (*probability density function*). Yang pertama diperoleh langsung dari **Persamaan (7)** sementara *pdf* dari  $T$  adalah turunan pertama dari  $F_T(t^*)$  yang dengan mudah dihitung menggunakan dalil rantai dalam kalkulus dasar sebagai

$$f_T(t^*) \approx \sum_{i \in r} \phi\left(\frac{t^* - \mu_{Ti}}{\sigma_{Ti}}\right) \sum_{\substack{j \in r \\ j \neq i}} \Phi\left(\frac{t^* - \mu_{Tj}}{\sigma_{Tj}}\right) \quad (15)$$

Nilai purata dan deviasi standar ekuivalen untuk distribusi normal ekuivalen  $T$  yang dievaluasi pada  $T=t^*$  adalah sebagai berikut (Ang dan Tang 1982):

$$\sigma_T^N = \frac{\phi(\Phi^{-1}[F_T(t^*)])}{f_T(t^*)} \quad (16)$$

$$\mu_T^N = t^* - \sigma_T^N \times \Phi^{-1}[F_T(t^*)] \quad (17)$$

Dengan  $\sigma_T^N =$  deviasi standar dari distribusi normal ekuivalen untuk  $T$ ,  $\mu_T^N =$  purata dari distribusi normal ekuivalen untuk  $T$  untuk  $T=t^*$ ,  $F_T(t^*) =$  *cdf* dari  $T$  untuk  $T=t^*$ ,  $f_T(t^*) =$  *pdf* dari  $T$  yang untuk  $T=t^*$ ,  $\phi(-) =$  *pdf* dari distribusi normal standar.

Karena  $\sum_{i=1}^{np} C_{di}^d$  adalah variabel acak terdistribusi

normal dan  $T$  sudah ditransformasikan ke normal ekuivalen,  $C_T$  mengikuti distribusi Gauss dengan parameter sebagai berikut:

$$\mu_{CT} = c_{ind} \times \mu_T^N + \mu_{dT} \quad (18)$$

$$(\sigma_{CT})^2 = (c_{ind})^2 \times (\sigma_T^N)^2 + (\sigma_{dT})^2 \quad (19)$$

Dengan  $\mu_{CT} =$  purata biaya total proyek,  $\sigma_{CT} =$  deviasi standar biaya total proyek. Yang perlu diingat bahwa persamaan **(18)** dan **(19)** hanya berlaku untuk  $T = t^*$  (purata dan deviasi standar ekuivalen diturunkan dari tranformasi Rosenblatt pada  $T = t^*$ ). Dengan demikian untuk tingkat keyakinan  $\gamma_C$  biaya total proyek adalah sebesar

$$C_T(\gamma_C) = \mu_{CT} + \Phi^{-1}(\gamma_C) \times \sigma_{CT} \equiv \mu_{CT} + \beta \times \sigma_{CT} \quad (20)$$

Yang akan disubstitusikan ke **Persamaan (12)**. Bila  $\gamma_C$  sama dengan 0,95 (atau hanya ada 5% kemungkinan terjadinya *cost overrun*) nilai  $\beta$  yang sesuai adalah 1,64. Nilai  $t^*$  dan  $c_{di}^*$  yang sesuai -dalam konteks realibilitas struktur nilai-nilai adalah *failure points*- adalah nilai-nilai memenuhi **Persamaan (12)**. Nilai-nilai tersebut tidak dapat diperoleh langsung melainkan dari hasil iterasi perhitungan dengan algoritma sebagai berikut.

### Algoritma

1. Tentukan nilai *demarcating correlation*  $\rho_0$  dan tingkat keyakinan  $\gamma_C$
2. Tentukan nilai  $t^*$  awal dan  $c_{di}^*$  awal
3. Hitung nilai  $F_T(t^*)$  untuk semua jalur yang ada
4. Bila  $E$  adalah simbol untuk even  $F_T(t^*)$ , urutkan dari yang terkecil atau yang paling kritis, sebut saja  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ , di mana  $n$  adalah jumlah jalur yang ada. Bila  $E'$  adalah simbol untuk jalur yang mewakili maka  $E_1$  dari langkah (4) secara otomatis menjadi  $E'_1$
5. Tentukan nilai  $\rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{1n}$  yaitu koefisien korelasi antara  $E_2, E_3, \dots, E_n$  dengan  $E'_1$ . Bila  $\rho$  lebih besar daripada  $\rho_0$ , maka jalur yang bersangkutan diwakili oleh  $E'_1$

6. Bila  $\rho$  lebih kecil daripada  $\rho_0$ , maka jalur-jalur yang ada diurutkan kembali berdasarkan  $F_T(t^*)$  yang terkecil. Misal, jalur-jalur ini diberi kode  $E_2, E_3, \dots, E_p$  dan hitung kembali koefisien korelasi  $\rho_{23}, \rho_{24}, \dots, \rho_{2n}$ . Jalur yang memiliki  $\rho$  lebih besar daripada  $\rho_0$  akan diwakili oleh  $E_2$ . Bila tidak, ulangi lagi prosedurnya sehingga diperoleh  $E_1, E_2, \dots, E_r$  yang mewakili seluruh jalur yang ada
7. Probabilitas proyek diselesaikan sebelum  $t^*, F_T(t^*)$ , adalah produk dari  $E_1, E_2, \dots, E_r$ , atau sama dengan **Persamaan (7)**
8. Setelah  $F_T(t^*)$  diketahui, *pdf* dari  $T$  yang dievaluasi saat  $T=t^*$  diperoleh dari **Persamaan (15)**
9. Hitung nilai purata dan deviasi standar dari distribusi normal ekuivalen untuk  $T$  pada  $T=t^*$  berdasarkan **Persamaan (16)** dan **(17)**
10. Hitung nilai purata dan deviasi standar untuk biaya total mengikuti **Persamaan (18)** dan **(19)**
11. Hitung biaya pada tingkat keyakinan yang diinginkan berdasarkan **Persamaan (20)**
12. Hitung nilai  $t^*$  dan  $c_{di}^*$  baru dengan persamaan berikut:
 
$$t^*_{baru} = -\alpha_T \beta \sigma_T^N + t^*_{lama} \quad (21)$$

$$c_{di}^*_{baru} = -\alpha_{di} \beta \sigma_T^N + c_{di}^*_{lama} \quad (22)$$

Dengan

$$\alpha_T = -\frac{c_{ind} \sigma_T^N}{\sqrt{(c_{ind} \sigma_T^N)^2 + \sigma_d^2}} \quad (23)$$

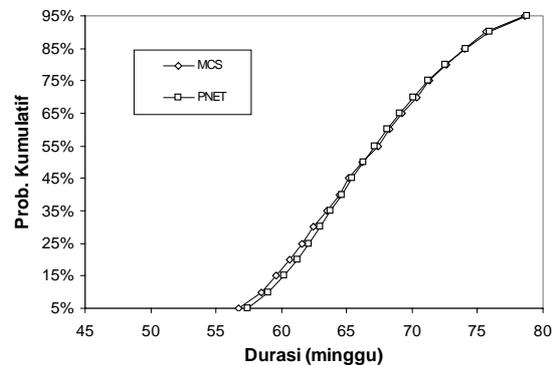
$$\alpha_{di} = -\frac{\sigma_{di}}{\sqrt{(c_{ind} \sigma_T^N)^2 + (\sigma_{di})^2}} \quad (24)$$
13. Kembali ke no. 9 dan ulangi perhitungan sampai  $c_T$  konvergen dengan nilai  $t^*$  dan  $c_d^*$  baru.

**4. Contoh Kasus**

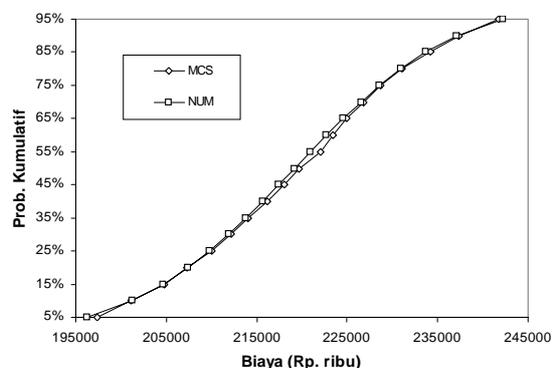
Untuk memperjelas konsep yang telah dijelaskan, digunakan sebuah contoh numerik yang diambil langsung dari Sakka dan El-Sayegh (2007). **Tabel 1** memperlihatkan parameter-parameter durasi dan biaya langsung aktivitas. Diasumsikan bahwa baik durasi maupun biaya langsung terdistribusi normal. Biaya tidak langsung diasumsikan konstan sebesar Rp. 600 ribu per minggu.

Perhitungan menggunakan PERT tradisional menunjukkan bahwa jalur kritis adalah A-D-L dengan purata penyelesaian proyek adalah 66,0 minggu dan varian sekitar 60 minggu. atau deviasi standar 7,8 minggu. Dengan mengasumsikan  $\rho_0=0,5$  yang dianggap memadai oleh Ang dan Tang (1984) untuk jaringan kerja, terdapat empat jalur representatif yang meliputi jalur A-D-L, A-C-I-K, B-F-L, dan B-E-G-K. Purata dan deviasi standar menurut PNET yang dihitung berdasarkan **Persamaan (8), (9), dan (10)** adalah 67,0 dan 6,5 minggu. **Gambar 1** memperlihatkan probabilitas kumulatif penyelesaian proyek menurut simulasi Monte Carlo dengan 1.000 iterasi dan PNET. Bila manajer proyek menginginkan terjadinya keterlambatan hanya 5%, maka simulasi memberikan target 78,6 dan PNET 78,8 minggu.

Distribusi biaya total proyek yang merupakan fungsi dari biaya langsung dan biaya tidak langsung dapat dilihat di **Gambar 2**. Sebagaimana tersaji perhitungan numerik memberikan hasil yang tidak jauh berbeda dengan apa yang diberikan oleh simulasi. Perlu dicatat di sini bahwa semua perhitungan dilakukan menggunakan *spreadsheet* standar dengan iterasi yang minimal, maksimum empat kali untuk setiap perhitungan sehingga pendekatan numerik tidak banyak memakan waktu.



**Gambar 1. Distribusi probabilitas kumulatif durasi proyek**



**Gambar 2. Distribusi kumulatif biaya total proyek**

Tabel 1. Baseline data proyek

Aktivitas	Predesesor	Durasi (Minggu)		Biaya (Rp Ribu)	
		Mean	Std. Dev.	Mean	Std. Dev.
A	-	14	4	12.000	2.000
B	-	11,3	2	8.000	3.000
C	A	15	5,657	10.000	3.000
D	A	21,17	6,1644	18.000	3.500
E	B	15,33	1,3342	12.500	3.500
F	B	15,83	2,5	10.000	2.000
G	D,E	13,17	3,1686	17.000	5.000
H	D,E,F	14	2,8583	7.000	1.000
I	C	11,17	2,1679	22.000	5.000
J	C	1	0	9.000	1.000
K	G,H,I	9,17	0,83667	22.000	6.000
L	D,E,F	30,83	2,5	23.000	6.000
M	J	8,83	0,83667	9.000	500

Bila risiko terjadinya *cost overrun* dibatasi maksimum 5%, maka target biaya yang ditetapkan adalah Rp. 242.186 ribu yang terjadi saat durasi proyek adalah 70,2 minggu dan biaya langsung sebesar Rp. 200.001 ribu. Probabilitas bahwa proyek diselesaikan bila target ditentukan 70,2 minggu adalah sekitar 70,3% dan probabilitas bahwa biaya langsung kurang atau sama dengan Rp. 200.001 ribu adalah 94,0%. Hal yang perlu diperhatikan adalah biaya total pada persentil ke-95 bukanlah berasal dari kombinasi biaya langsung dan durasi proyek pada persentil yang sama.

#### 4.1 Pengaruh penundaan aktivitas non-kritis

Sakka dan El-Sayegh (2007) mendiskusikan dampak penundaan aktivitas B dengan lamanya penundaan bervariasi dari 0 sampai 8 minggu (lebih dari 8 minggu aktivitas B akan menjadi kritis secara deterministik). Terlepas dari permasalahan dengan pentahapan menentukan *schedule impact model* dari Sakka dan El-Sayegh saat tulisan ini disusun penulis sudah menyampaikan diskusi ke *Journal Construction Engineering and Management* yang diterima untuk diterbitkan probabilitas yang dihitung dari simulasi menunjukkan hasil yang tidak jauh berbeda dengan apa yang dihitung oleh penulis. **Tabel 2** memperlihatkan informasi tambahan tentang ketidakpastian durasi diukur dari deviasi standarnya.

Ada beberapa hal yang bisa didiskusikan dari **Tabel 2**. Perhitungan numerik dari penulis menunjukkan semakin lama aktivitas B ditunda, semakin meningkat purata durasi total proyek. Bila tidak ada penundaan purata durasi adalah 67,0 minggu, bila ditunda sampai 6 minggu, misalnya, ekspektasi meningkat menjadi 68,7 minggu. Hal ini disebabkan bertambahnya purata durasi jalur nonkritis yang beranggotakan aktivitas B. Sebagaimana diungkapkan Gong dan Rowings (1995), purata durasi total proyek akan meningkat bila purata jalur nonkritis “mendekati” purata jalur kritis. Peningkatan purata durasi proyek harus diantisipasi

sebaik mungkin oleh manajer proyek untuk menghindarkan proyek dari keterlambatan.

Penundaan berakibat skedul kurang fleksibel. Berkurangnya fleksibilitas berarti berkurang pula ketidakpastian. Sebagaimana terlihat dalam **Tabel 2**, deviasi standar mengalami penurunan seiring dengan peningkatan purata durasi menghilangkan efek positif ini sehingga dampak total yang ditimbulkan akibat penundaan adalah negatif yaitu menurunnya probabilitas proyek diselesaikan sesuai target.

**Gambar 3** memperlihatkan hubungan antara konsumsi *float* B dan purata durasi proyek. Hasil regresi polinomial orde 2 menghasilkan persamaan berikut:

$$E(T) = 0,024FL_B^2 + 0,135FL_B + 67,016$$

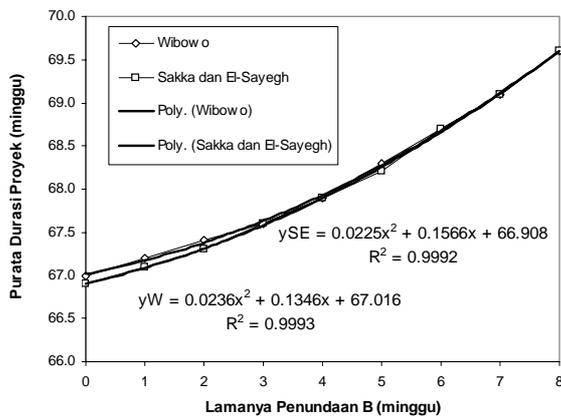
$$\text{dengan } R^2=0,9993 \quad (25)$$

Koefisien determinasi ( $R^2$ ) yang tinggi sudah semestinya terjadi karena memang purata durasi merupakan fungsi dari konsumsi *float* B. Perhitungan yang sama juga dapat diterapkan untuk aktivitas-aktivitas yang lain. Persamaan yang hampir sama juga diperlihatkan oleh Sakka dan El-Sayegh.

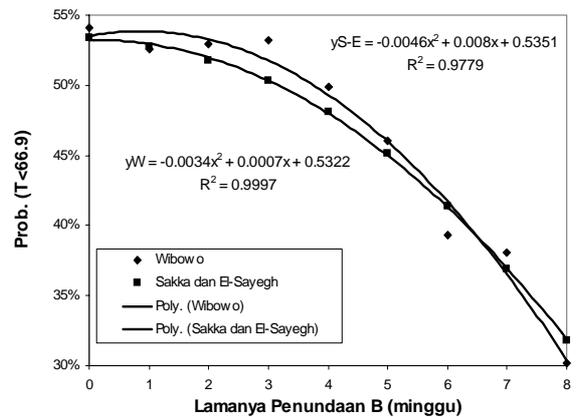
Bila target ditentukan sebesar 66,9 minggu (sama dengan purata durasi proyek tanpa adanya penundaan menurut hasil simulasi Sakka dan El-Sayegh), probabilitas secara konsisten menurun bila konsumsi waktu ambang pada B bertambah, sebagaimana diperlihatkan dalam **Gambar 4**. Hal yang sama juga diperlihatkan hasil simulasi Sakka dan El-Sayegh. Namun ada anomali untuk beberapa waktu tunda hasil simulasi. Ambil contoh, probabilitas lebih besar pada penundaan 2 minggu (52,9%) dibandingkan 1 minggu (52,6%) atau probabilitas lebih tinggi saat B ditunda 3 minggu (53,2%) ketimbang 1 atau 2 minggu. Satu-satunya alasan yang dapat menjelaskan tentang hal ini

Tabel 2. Dampak penundaan aktivitas B terhadap skedul proyek

Penundaan (minggu)	Sakka dan El-Sayegh		Wibowo		
	Purata (minggu)	Prob. ( $T \leq 66,9$ )	Purata (minggu)	Std. Dev. (minggu)	Prob. ( $T \leq 66,9$ )
0	66,9	54,1	67,0	6,5	53,4
1	67,1	52,6	67,2	6,4	52,8
2	67,3	52,9	67,4	6,2	51,8
3	67,6	53,2	67,6	6,0	50,3
4	67,9	49,9	67,9	5,8	48,1
5	68,2	46,0	68,3	5,6	45,1
6	68,7	39,3	68,7	5,4	41,4
7	69,1	38,1	69,1	5,2	36,9
8	69,6	30,2	69,6	5,0	31,8



Gambar 3. Hubungan antara lamanya penundaan B dan purata durasi proyek



Gambar 4. Hubungan antara lamanya penundaan B dan probabilitas penyelesaian proyek

adalah sifat keacakan dalam simulasi. Keacakan ini acapkali menghasilkan informasi yang kontrainuitif yang perlu diinvestigasi lebih lanjut dan sensitif dalam arti hasil simulasi dapat berbeda secara substansial antara satu simulasi dengan simulasi yang lain meski data dan asumsi yang digunakan sama. Inilah yang menjadi argumentasi penulis bahwa terkadang pendekatan analitik memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan pendekatan simulasi. Saat regresi dilakukan, hasil perhitungan simulasi menghasilkan koefisien determinasi yang lebih rendah dibandingkan dengan apa yang diperoleh dari studi ini.

Tentang dampak terhadap biaya total proyek pada persentil ke-95, Gambar 5 menyajikan hasil perhitungan simulasi dan numerik analitik. Sebagaimana terlihat biaya total pada persentil ke-95 terus meningkat seiring dengan bertambahnya konsumsi float aktivitas B. Dengan demikian penundaan aktivitas meski sebenarnya masih lebih kecil daripada float yang dimiliki tetap berdampak pada biaya total. Analisis regresi perhitungan numerik menghasilkan *cost impact model* sebagai berikut:

$$C_{T95\%} = 1,014FL_B^3 + 7,163FL^2 - 0,380FL + 242189$$

$$R^2 = 0,9999 \quad (26)$$

Koefisien determinasi ini jauh lebih tinggi dibandingkan apa yang dihasilkan melalui simulasi yaitu 0,9088. Faktor utama yang menyebabkan hal ini adalah Sakka dan El-Sayegh memperlakukan dampak yang sama ke biaya total untuk konsumsi float yang berbeda padahal seharusnya semakin besar konsumsi float, semakin meningkat durasi probabilitiknya, semakin tinggi biaya tidak langsungnya, dan terakhir, semakin bertambah biaya totalnya. Argumentasi ini tampaknya tidak dipertimbangkan oleh Sakka dan El-Sayegh. Permasalahannya adalah konsisten terkadang sulit dicapai melalui simulasi. Hal-hal inilah yang dapat menunjukkan bahwa pendekatan analitik dapat berkinerja lebih baik dibandingkan pendekatan simulasi.

Gambar 6 dan 7 memperlihatkan biaya total pada sebagai fungsi dari tingkat keyakinan kondisional saat aktivitas B ditunda selama 1 dan 4 minggu. Gambar yang sama juga dapat diperoleh untuk waktu tunda yang lain namun mengingat keterbatasan tempat hanya dua kondisi saja yang dipresentasikan.

#### 4.2 Penundaan maksimum aktivitas

Model dampak biaya dan skedul dapat dikembangkan lebih lanjut sebagai sebuah problem optimasi. Bila target waktu dan biaya berikut dengan tingkat keyaki-

nan yang diinginkan telah ditetapkan, dapat dicari berapa lama suatu aktivitas dapat ditunda dengan memodelkan sebagai berikut:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^{nm} \sum_{j=1}^{ni} d_{ij} \quad (27)$$

Dengan kendala

$$F_T(t_s^*) = \prod_r \Phi \left[ \frac{t_s^* - \mu_{Tr}}{\sigma_{Ti}} \right] \geq \gamma_T \quad (28)$$

$$F_{CT}(c_T^*) = \Phi \left( \frac{c_T^* - \mu_{CT}}{\sigma_{CT}} \right) \geq \gamma_C \quad (29)$$

$$\forall d_{ij} \geq 0 \quad (30)$$

Dengan  $nm$  = jumlah jalur dalam jaringan kerja,  $t_s^*$  = target skedul,  $C_T^*$  = target biaya total,  $\gamma_T$  = tingkat keyakinan proyek dapat diselesaikan sesuai skedul. Program *spreadsheet* standar seperti Excel mempunyai fitur Solver yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi. Meski demikian perlu dicatat bahwa aplikasi Solver ini dimungkinkan bila semua perhitungan termasuk penentuan jalur representatif berjalan secara otomatis. Dalam kasus ini penulis memanfaatkan semua fitur-fitur yang tersedia tanpa perlu pemrograman makro baru.

Bila manajer proyek menargetkan biaya total proyek adalah Rp. 245.000 ribu, misalnya, dan menginginkan risiko kenaikan biaya dan keterlambatan proyek adalah maksimum 5%, maka berdasarkan persamaan (27)-(30) dapat disusun beberapa skenario terkait dengan penyelesaian proyek. Di sini ditampilkan sembilan skenario, mulai dari durasi total 80 minggu sampai 88 minggu. Dalam contoh ini ditambahkan dua kendala lagi yaitu penundaan adalah variabel integer dan tidak diijinkan melebihi *float* maksimum yang diijinkan oleh CPM.

**Gambar 8** memperlihatkan konsumsi *float* maksimum pada aktivitas-aktivitas nonkritis yang memenuhi kendala-kendala biaya dan waktu sebagaimana disebutkan di atas. Aktivitas B, misalnya, dapat ditunda maksimum sampai 3 minggu sementara aktivitas C sebesar 1, aktivitas E 8, aktivitas F 7, aktivitas G 8, aktivitas H 6, aktivitas I 15, aktivitas J 18, aktivitas K 0, dan M 9 minggu bila target waktu ditetapkan 82 minggu. Dari gambar yang ada peningkatan konsumsi float maksimum tidak selamanya seiring dengan bertambahnya target waktu. Misalnya, konsumsi float aktivitas J turun dari 19 menjadi 1 minggu sementara aktivitas M naik drastis dari 9 menjadi 26 minggu bila target diturunkan dari 82 menjadi 83 minggu.

### 4.3 Studi lanjutan dampak konsumsi float

Permasalahan yang ditampilkan dalam tulisan ini menyederhanakan beberapa hal. Biaya langsung dan durasi aktivitas serta durasi aktivitas yang satu dengan yang lainnya diasumsikan saling independen. Dalam proyek konstruksi riil dependensi sangat mungkin terjadi sehingga perumusan masalah perlu didefinisikan lagi. Untuk ke depannya perlu adanya studi lebih lanjut yang memasukkan dependensi dan memperkenalkan otomatisasi perhitungan untuk memudahkan pengguna memperoleh informasi tentang dampak konsumsi *float* terhadap risiko kenaikan biaya dan keterlambatan proyek.

## 5. Kesimpulan dan Saran

Pendekatan simulasi kerap kali digunakan untuk mengevaluasi dan menganalisis jadwal dan biaya proyek di bawah ketidakpastian. Kemudahan yang ditawarkan oleh piranti lunak yang banyak tersedia di pasaran memberikan disinsentif bagi sebagian kalangan melakukan perhitungan secara analitik untuk menyelesaikan setiap permasalahan stokastik.

Tulisan ini membandingkan hasil perhitungan analitik dan simulasi dalam menghitung dampak konsumsi *float* aktivitas nonkritis terhadap durasi dan biaya proyek. Kedua pendekatan menghasilkan konklusi sama. Semakin lama suatu aktivitas ditunda, meski tidak melewati batas ambangnya, semakin meningkat ekspektasi waktu penyelesaian proyek yang pada gilirannya berakibat bertambahnya biaya total proyek. Ini sekaligus menentang keyakinan bahwa penundaan atau keterlambatan suatu aktivitas nonkritis sepanjang tidak melewati batas ambang tidak berpengaruh pada jadwal dan biaya proyek.

Meski demikian dalam beberapa hal pendekatan simulasi tidak berhasil menjelaskan hubungan yang semestinya terjadi yang lebih dapat diterima secara rasional antara jadwal, biaya, dan konsumsi *float* sebagaimana diperlihatkan pendekatan analitik. Probabilitas proyek tidak dapat diselesaikan menurut skedul yang seharusnya merupakan fungsi menaik dari konsumsi *float* tidak selamanya dapat dihasilkan oleh simulasi, demikian pula dengan biaya total proyek pada persentil tertentu sebagaimana ditargetkan.

Tulisan ini tidak ditujukan untuk mengurangi motivasi memanfaatkan aplikasi simulasi komputer dalam rekayasa sipil terutama bidang manajemen konstruksi melainkan untuk lebih memberikan perspektif lain bahwa simulasi tidak selamanya menjadi jalan yang terbaik. Simulasi harus dimanfaatkan secara lebih bijak. Pendekatan simulasi adalah pendekatan yang efektif saat pendekatan analitik tidak memungkinkan untuk dilakukan karena kompleksitas perhitungan. Lain daripada itu, perhatian perlu lebih dicurahkan

mencermati hasil perhitungan simulasi karena hasil tersebut terkadang kontradiktif yang terjadi semata-mata karena sifat keacakan bawaan (*inherent randomness*) dari simulasi.

**Referensi**

Ahuja, H.N., et al., 1994, “*Project Management: Techniques in Planning and Controlling Construction Projects*”, 2<sup>nd</sup>. Ed., John Wiley & Sons, New York.

Ang, A.H-S., Tang, W.H., 1982, “*Probability Concept in Engineering Planning and Design*”, Vol. II: Decision, Risk and Reliability, John Wiley & Sons, New York.

Cox, M.A.A., 1995, “*Simple Normal Approximation to the Completion Time Distribution for a PERT Network*”, *International Journal Project Management*, Vol. 13, No.4, 265-270.

Devore, J.L., 1988, “*Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*”, 2<sup>nd</sup>. Ed., Thomas Nelson, Melbourne.

Gong, D., Rowings Jr, J.E., 1995, “*Calculation of Safe Float Use in Risk Analysis Oriented Network Scheduling*”, *International Journal of Project Management*, Vol. 13, No. 3, 187-194.

Griffs, F.H. (Bud), Christodoulou, 2000, “*Construction Risk Analysis Tool for Determining Liquidated Damages Insurance Premiums: Case Study*”, *Journal Construction Engineering Management*, Vol. 126, No. 6, 407-413.

Ioannou, P.G., Martinez, J.C., 1998, “*Project Scheduling using State-Based Probabilistic Decision Networks*”, *Proceeding of the 1998 Winter Simulation Conference, Society for Computer Simulation*, San Diego, pp. 1287-1294.

Isidore, L.J., Back, W.E., 2002, “*Multiple Simulation Analysis for Probabilistic Cost and Schedule Integration*”, *Journal Construction Engineering Management*, Vol. 128, No. 3, 211-219.

Palisade Corporation, 2001, *Guide to Using @Risk*, New York.

Rosenblatt, M., 1952, “*Remarks on a Multivariate Transformation*”, *Annals of Math. Stat.*, Vol. 23, No. 3, 470-472.

Sakka, Z.I., El-Sayegh, S.M., 2007, “*Float Consumption Impact on Cost and Schedule in the Construction Industry*”, *Journal Construction Engineering Management*, Vol. 133, No.2, 124-130.

Zhong, D.H., Zhang, J.S., 2003, “*New Method for Calculating Path Float in Program Evaluation and Review Technique (PERT)*”, *Journal Construction Engineering Management*, Vol. 129, No. 5, 501-506.

**Ucapan Terima Kasih**

Penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada dua *reviewer* anonim atas kritik dan masukannya yang sangat berharga demi perbaikan tulisan ini.

**Appendiks**

Untuk membuktikan **Persamaan (5)** jalur *i* dipecah menjadi *i\** yang beranggotakan aktivitas-aktivitas eksklusif untuk jalur *i* dan *k* yang terdiri dari aktivitas-aktivitas yang juga menjadi anggota jalur *j*. Hal yang sama juga berlaku untuk jalur *j*. Dengan demikian,

$$T_i = T_{i^*} + T_k \tag{31}$$

$$T_j = T_{j^*} + T_k \tag{32}$$

Koefisien korelasi didefinisikan sebagai

$$\rho_{T_i, T_j} = \frac{\text{cov}(T_i, T_j)}{\sigma_{T_i} \sigma_{T_j}} \tag{33}$$

Berdasarkan definisi kovarian, numerator **Persamaan (33)** dapat dituliskan ulang sebagai

$$\text{cov}(T_i, T_j) = E(T_i T_j) - E(T_i)E(T_j) \tag{34}$$

Mensubstitusikan **Persamaan (31)** dan **(32)** ke **Persamaan (34)** menghasilkan

$$\text{cov}(T_i, T_j) = E[(T_{i^*} + T_k)(T_{j^*} + T_k)] - E(T_{i^*} + T_k)E(T_{j^*} + T_k) \tag{35}$$

atau

$$\text{cov}(T_i, T_j) = E(T_{i^*} T_{j^*} + T_{i^*} T_k + T_k T_{j^*} + T_k^2) - E(T_{i^*})E(T_{j^*}) - E(T_{i^*})E(T_k) - E(T_k)E(T_{j^*}) - E^2(T_k) \tag{36}$$

atau

$$\text{cov}(T_i, T_j) = E(T_{i^*} T_{j^*}) - E(T_{i^*})E(T_{j^*}) + E(T_{i^*} T_k) - E(T_{i^*})E(T_k) + E(T_k T_{j^*}) - E(T_k)E(T_{j^*}) + E(T_k^2) - E^2(T_k) \tag{37}$$

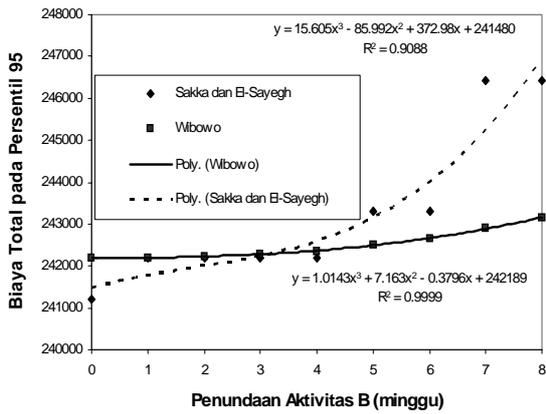
Bila menilik definisi kovarian dan varian, **Persamaan (37)** sama dengan

$$\text{cov}(T_i, T_j) = \text{cov}(T_{i^*}, T_{j^*}) + \text{cov}(T_{i^*}, T_k) + \text{cov}(T_k, T_{j^*}) + \text{var}(T_k) \tag{38}$$

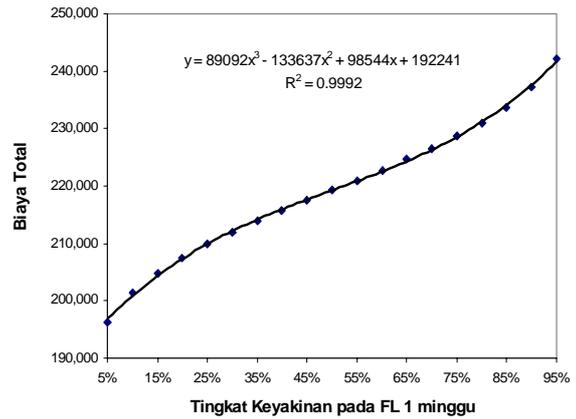
Suku pertama, kedua, dan ketiga sebelah kanan **Persamaan (38)** sama dengan nol karena masing-masing saling independen sehingga

$$\text{cov}(T_i, T_j) = \text{var}(T_k) \tag{39}$$

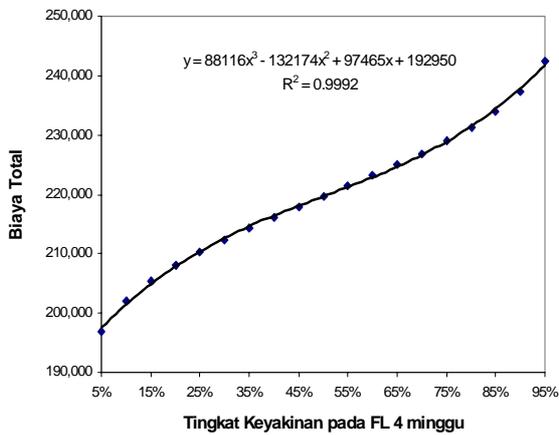
Memasukkan **Persamaan (39)** ke **Persamaan (33)** menghasilkan **Persamaan (5)**.



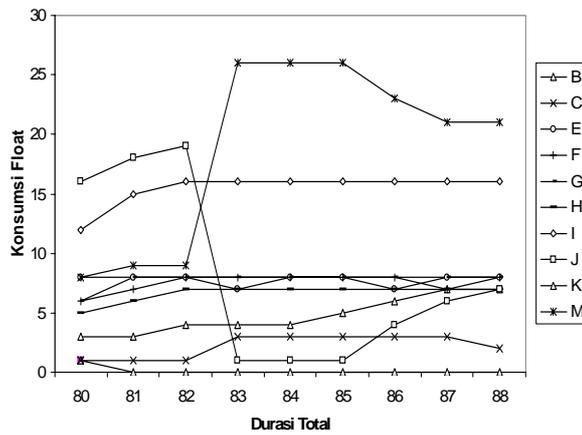
Gambar 5. Hubungan antara lamanya penundaan B dan biaya total proyek pada persentil ke-95



Gambar 6. Hubungan antara tingkat keyakinan dan biaya total pada konsumsi float B 1 minggu



Gambar 7. Hubungan antara tingkat keyakinan dan biaya total pada konsumsi float B 4 minggu



Gambar 8. Konsumsi float maksimum