

# Pemodelan, Pengujian, dan Analisis Getaran Torsional dari Perangkat Uji Sistem Poros-Rotor

Zainal Abidin dan Haleyna Arstianti

Laboratorium Dinamika PAU-IR, Institut Teknologi Bandung

Email: za@dynamic.pauir.itb.ac.id

## ABSTRAK

Getaran yang terjadi pada mesin dapat berupa getaran translasi maupun rotasi. Getaran yang terjadi dalam arah rotasi sering disebut sebagai getaran torsional. Getaran torsional dapat mengakibatkan terjadinya gagal lelah pada poros, kopling, maupun roda gigi. Dalam makalah ini, diusulkan sebuah metode pengukuran getaran torsional dengan dua buah enkoder. Untuk menunjukkan kemampuannya, metode ini diterapkan untuk mengukur getaran torsional pada sebuah perangkat uji sistem poros rotor. Selain itu juga akan ditunjukkan perilaku getaran torsional yang terjadi. Untuk mengetahui frekuensi pribadi torsional obyek uji, dilakukan pemodelan metoda elemen hingga dengan perangkat lunak Ansys Workbench 11, sedangkan untuk memvalidasinya dilakukan pengujian FRF (Fungsi Respon Frekuensi) torsional. Di sini, pengujian getaran torsional dilakukan pada beberapa kecepatan putar sehingga dapat diperoleh grafik spektral map. Dalam pengujian ini digunakan dua jenis kopling fleksibel, yaitu kopling selang dan kopling cakar. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini menunjukkan bahwa metode pengukuran getaran torsional yang diusulkan dapat diterapkan dengan baik pada sistem poros rotor. Selain itu, juga terungkap bahwa karakteristik getaran torsional mirip dengan getaran translasi, dimana getaran didominasi oleh komponen sinyal 1xRPM. Hasil yang diperoleh juga menunjukkan bahwa level getaran torsional yang terjadi dipengaruhi oleh jenis kopling yang digunakan. Karena kekakuannya lebih rendah, kopling selang menghasilkan frekuensi pribadi yang lebih rendah dibandingkan dengan kopling cakar. Akibatnya, level getaran torsional yang terjadi pada kopling selang cenderung lebih tinggi jika dibandingkan dengan kopling cakar.

**Kata kunci:** Pemodelan, getaran torsional, sistem poros rotor.

## ABSTRACT

*Vibrations of rotating machinery can be classified as translational and rotational. The vibrations occurred in rotational direction are commonly classified as torsional vibration. Torsional vibration can cause fatigue damage of shaft, coupling, or gear. In this paper, a method for measuring torsional vibration is proposed. This method uses two incremental encoders and an algorithm to process the data. To show its effectiveness, the method was implemented to measure torsional vibration of a rotor shaft system. The paper also shows the torsional vibration characteristics of the system. To predict the torsional natural frequencies of the system, a finite element model was developed using Ansys Workbench 11 and the results was validated using a torsional FRF test. The measurement was performed a range of rotational speed to enable a spectral map can be constructed. There were two types of flexible couplings used in this work, a hose coupling and a rubber jaw coupling. The results of the experiment show that the proposed method can be implemented very well to measure the torsional vibration of the rotor shaft-system. In addition, the torsional vibration of the rotor shaft system has a similar characteristics to that of translational vibration, in which vibration signal is dominated by component with frequency of 1xRPM. The results also show that the level of torsional vibration depends on the type of flexible coupling being used. Due to low torsional stiffness, hose coupling produce low natural frequencies than those of jaw coupling. As a consequence, hose coupling are liable to higher vibration than jaw coupling.*

**Keywords:** Modeling, torsional vibration, rotor shaft system.

## PENDAHULUAN

Mesin-mesin rotasi banyak digunakan di industri baik sebagai penghasil ataupun pentransmisi daya. Selama beroperasi, mesin-mesin ini menderita gaya maupun momen sehingga menghasilkan getaran dalam segala arah. Getaran yang terjadi pada mesin dapat berupa getaran translasi maupun rotasi. Getaran translasi dapat terjadi dalam arah lateral ataupun aksial. Getaran lateral terjadi pada arah tegak lurus sumbu poros, sedangkan getaran aksial terjadi dalam arah sumbu poros. Selain getaran translasi, getaran juga dapat terjadi dalam arah putar (rotasi). Getaran yang terjadi dalam arah putar sering disebut sebagai getaran torsional.

Pada saat ini, pengukuran getaran translasi lebih banyak dilakukan dibandingkan dengan pengukuran getaran torsional. Hal ini karena pengukuran getaran translasi lebih mudah dilakukan dibandingkan getaran torsional. Padahal, dalam praktek pengukuran getaran torsional sama pentingnya dengan pengukuran getaran translasi karena getaran torsional juga dapat menimbulkan kerusakan pada mesin. Getaran torsional akan menyebabkan terjadinya fluktuasi tegangan geser yang dapat mengakibatkan terjadinya gagal leleh pada poros, kopling, maupun roda gigi.

Beberapa penelitian mengenai getaran torsional telah dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya adalah Perera [1] yang telah melakukan penelitian mengenai fenomena *cross-coupling* antara getaran torsional dan getaran lateral pada rotor dinamik. Selain itu, Masayuki dan Takeshi [2] juga telah melakukan kajian mengenai fenomena *cross-coupling* antara getaran torsional dan lateral pada suatu *gearbox*. Walaupun telah berhasil mengungkapkan fenomena yang sangat menarik, peneliti-peneliti tersebut melakukan pengukuran getaran torsional dengan menggunakan *straingage* sehingga memerlukan *slip-ring*. Padahal seperti telah banyak diketahui penggunaan *slip-ring* akan banyak menimbulkan noise.

Makalah ini merupakan hasil dari penelitian awal dalam bidang getaran torsional yang dilaku-

kan di Laboratorium Dinamika PAU-ITB. Dalam makalah ini, dipaparkan usulan tentang metoda pengukuran getaran torsional dengan menggunakan dua buah sensor enkoder inkremental dan metoda pengolahan datanya. Selain mengembangkan metoda pengukuran, penelitian ini juga bertujuan untuk mengetahui karakteristik getaran torsional pada perangkat uji sistem poros-rotor seperti komponen frekuensi dominan, resonansi, serta pengaruh penggunaan jenis kopling fleksibel. Dalam penelitian ini digunakan dua jenis kopling fleksibel yaitu kopling selang dan kopling cakar dengan elastomer berupa karet. Kopling selang digunakan karena kekakuannya sangat rendah sehingga frekuensi pribadi sistem poros rotor diharapkan berada dalam daerah kecepatan putar motor yang digunakan.

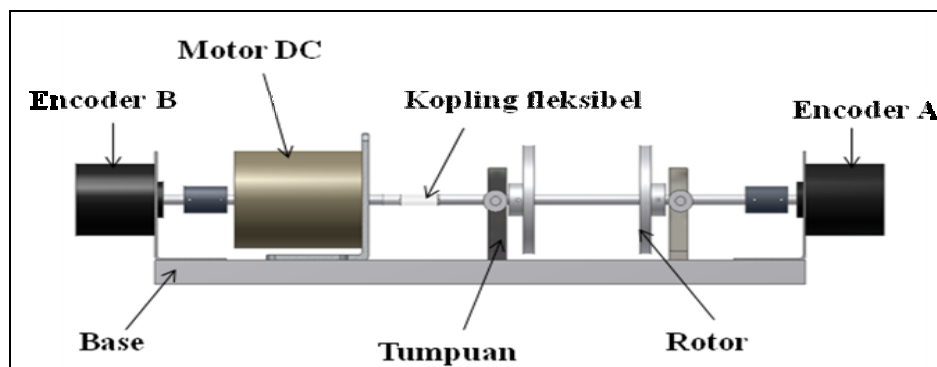
## METODE PENELITIAN

### Perangkat Uji

Penelitian ini dilakukan pada perangkat uji yang berupa sistem poros-rotor seperti terlihat pada Gambar 1. Pada gambar ini tampak bahwa perangkat uji sistem poros-rotor terdiri dari sebuah motor DC dan sebuah poros rotor yang keduanya dihubungkan oleh sebuah kopling fleksibel. Sistem poros rotor ini ditumpu oleh dua buah bantalan gelinding, sedangkan rotor dari motor DC juga ditumpu oleh dua buah bantalan gelinding yang berada dalam badan motor. Pada masing-masing ujung motor maupun ujung rotor ditempelkan sebuah enkoder inkremental (*incremental encoder*) dengan resolusi 1000 pulsa per putaran. Seluruh sistem ini ditumpu oleh landasan (base) yang cukup kaku.

### Penyusunan Model Perangkat Uji

Langkah awal yang dilakukan dalam penelitian adalah pemodelan untuk memperkirakan frekuensi pribadi torsional perangkat uji. Pemodelan elemen hingga ini dilakukan pada sistem poros-rotor dengan menggunakan dua jenis kopling fleksibel yang



Gambar 1. Perangkat Uji Sistem Poros Rotor

berbeda, yaitu kopling selang dan kopling cakar.

Pemodelan dimulai dengan penggambaran sistem poros-rotor pada perangkat lunak *Autodesk Inventor 11 Professional*. Gambar 2 memperlihatkan model elemen hingga dari perangkat uji sistem poros-rotor. Gambar ini kemudian ditransfer menjadi sebuah model elemen hingga dengan bantuan perangkat lunak *ANSYS Workbench 11*. Tidak semua komponen pada perangkat uji perlu dimodelkan di *Inventor*, karena hanya bagian tertentu yang dianggap berkontribusi pada getaran torsional saja yang perlu dimodelkan. Bagian yang kemungkinan berkontribusi terhadap getaran torsional adalah rotor motor DC, sistem poros-rotor dan kopling fleksibel.

Pada pemodelan ini, jenis elemen yang digunakan adalah elemen solid. Elemen solid merupakan elemen dasar yang membentuk model tiga dimensi. Adapun jenis kondisi batas yang digunakan adalah tumpuan silindris yang diterapkan pada keempat tumpuan perangkat uji seperti ditunjukkan pada Gambar 2. Tumpuan silindris ini menyebabkan sistem poros-rotor hanya dapat bergerak dalam arah torsional tetapi tidak dapat bergerak dalam arah aksial maupun lateral.

Pemodelan dinamik untuk sistem poros-rotor, baik menggunakan kopling selang maupun kopling cakar, dibatasi sampai sampai tiga frekuensi pribadi torsional pertama. Hasil dari pemodelan ini ditampilkan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Tiga Frekuensi Pribadi Torsional Hasil Pemodelan

| Frekuensi Pribadi ke- | Kopling Selang | Kopling Cakar |
|-----------------------|----------------|---------------|
| 1                     | 13,37 Hz       | 87,20 Hz      |
| 2                     | 161,32 Hz      | 271,05 Hz     |
| 3                     | 189,38 Hz      | 452,76 Hz     |

Dari tiga buah frekuensi pribadi yang diperoleh dari hasil pemodelan, hanya frekuensi pribadi pertama saja yang patut mendapatkan perhatian

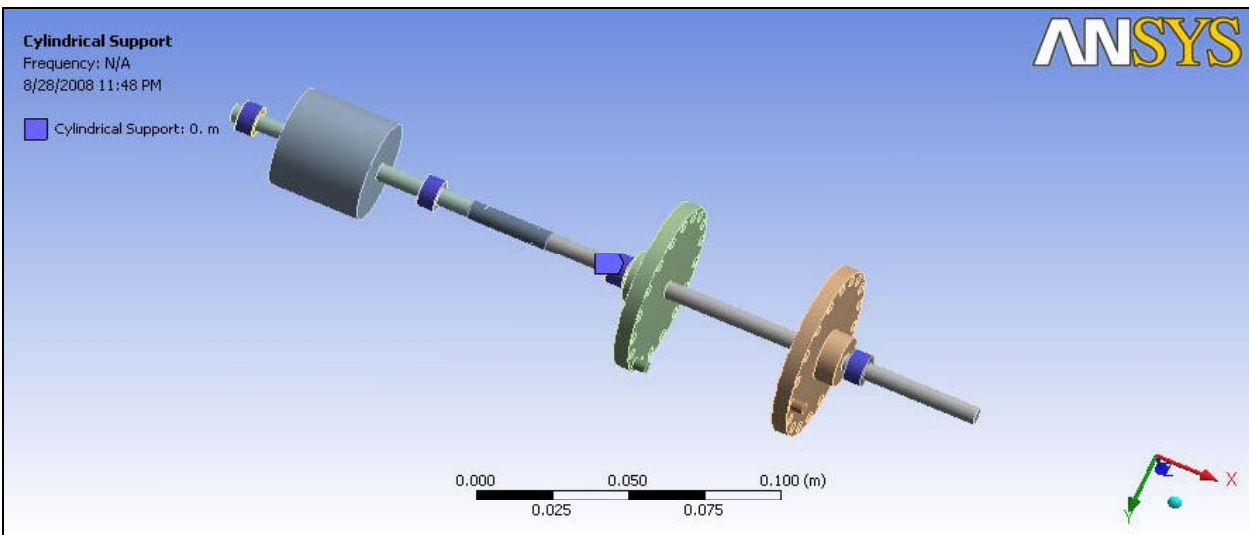
karena modulus getar torsionalnya akan dapat diukur dengan perangkat uji yang digunakan. Selain itu, motor yang digunakan juga memiliki kecepatan putar hanya sampai kira-kira 1500 rpm sehingga frekuensi pribadi kedua maupun ketiga besar kemungkinan tidak akan tereksitasi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

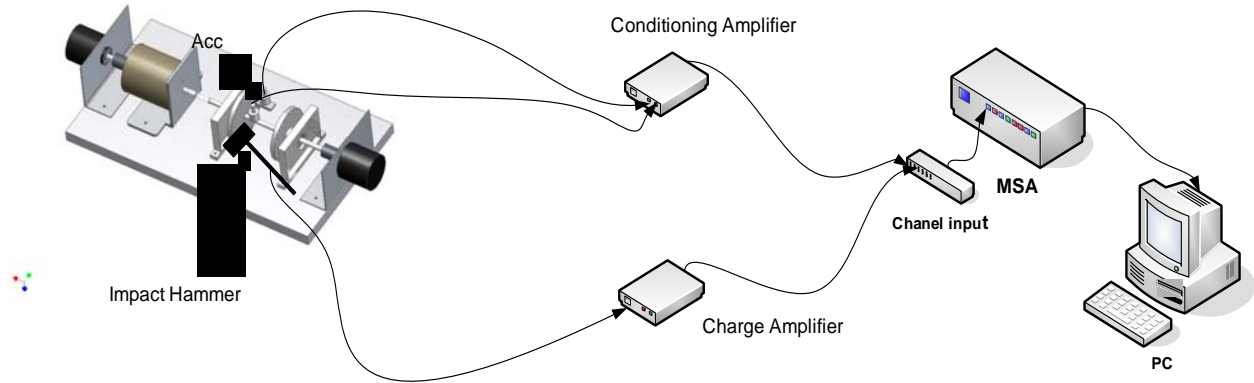
### Hasil Pengujian FRF

Hasil yang telah diperoleh dari pemodelan dinamik selanjutnya perlu dicek keabsahannya. Salah satu cara untuk mengecek keabsahan hasil pemodelan dinamik adalah membandingkannya dengan hasil pengujian FRF. Pada penelitian ini, pengujian FRF torsional dilakukan dengan menggunakan metode eksitasi kejut (*shock excitation*). Dengan metode ini, gaya eksitasi yang digunakan berupa gaya impuls dan diberikan kepada sistem yang diukur sehingga sistem tersebut akan bergetar bebas pada frekuensi pribadinya. Susunan perangkat pengukuran FRF diperlihatkan pada Gambar 3. Tampak pada gambar ini bahwa peralatan yang digunakan adalah:

- Palu eksitasi (*Impact hammer*) berfungsi untuk memberikan gaya implus pada struktur uji. Pada ujung palu eksitasi terdapat *load cell* yang berfungsi untuk mengukur besar gaya stimulus yang diberikan ke struktur uji ketika struktur diberi impact. Disamping itu, palu eksitasi juga berfungsi menghasilkan sinyal *trigger* ke MSA untuk pengambilan data.
- *Conditioning amplifier* merupakan perangkat penguat sinyal yang berfungsi menguatkan sinyal stimulus yang terukur oleh *load cell* pada palu eksitasi, sehingga sinyal stimulus tersebut dapat diolah oleh MSA (*Multichannel Spektrum Analyzer*).



Gambar 2. Model Elemen Hingga Perangkat Uji Sistem Poros-Rotor



Gambar 3. Susunan Perangkat Pengukuran FRF

- *Accelerometer* merupakan sensor getaran yang berfungsi untuk mengukur percepatan getaran. Pada penelitian ini digunakan dua buah *accelerometer* dengan sensitivitas 100 mV/g dan rentang frekuensi kerja 1s.d. 10.000 Hz
- MSA ini merupakan alat akuisisi dan pengolahan data getaran. MSA terdiri dari seperangkat komputer personal dan sebuah *mainframe* tipe HP35650A.

Pada pengujian FRF, gaya eksitasi diberikan pada piringan pada arah tangensial terhadap jari-jari piringan. Gaya ini akan mengeksitasi sistem poros rotor untuk bergetar dalam arah lateral sekaligus torsional. Untuk membedakan apakah apakah modus yang terjadi merupakan getaran lateral atau torsional, digunakan dua buah *accelerometer*, satu ditempatkan pada poros dan satu ditempatkan pada piringan dalam arah tangensial terhadap sumbu poros. Modus getar yang diukur oleh *accelerometer* di piringan yang tidak terukur oleh *accelerometer* di poros merupakan modus getar torsional.

**Hasil Pengujian FRF dan Perbandingannya dengan Hasil Pemodelan FEM**

Dari pengujian FRF, didapatkan frekuensi pribadi torsional pertama dari perangkat uji. Hasil pengujian FRF menunjukkan bahwa frekuensi pribadi torsional untuk sistem poros-rotor yang menggunakan kopling selang adalah sebesar 14,25 Hz dan untuk kopling cakar adalah sebesar 85 Hz [3].

Perbandingan antara nilai frekuensi pribadi torsional pertama hasil pengujian transfer FRF dengan hasil pemodelan elemen hingga diperlihatkan pada Tabel 2. Pada tabel ini tampak bahwa data hasil pemodelan dekat dengan data hasil pengujian dengan kesalahan terbesar hanya 6,2% sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa hasil pemodelan mendekati kondisi yang sebenarnya.

Tabel 2. Perbandingan frekuensi Pribadi Pertama Hasil Pengujian dan Pemodelan

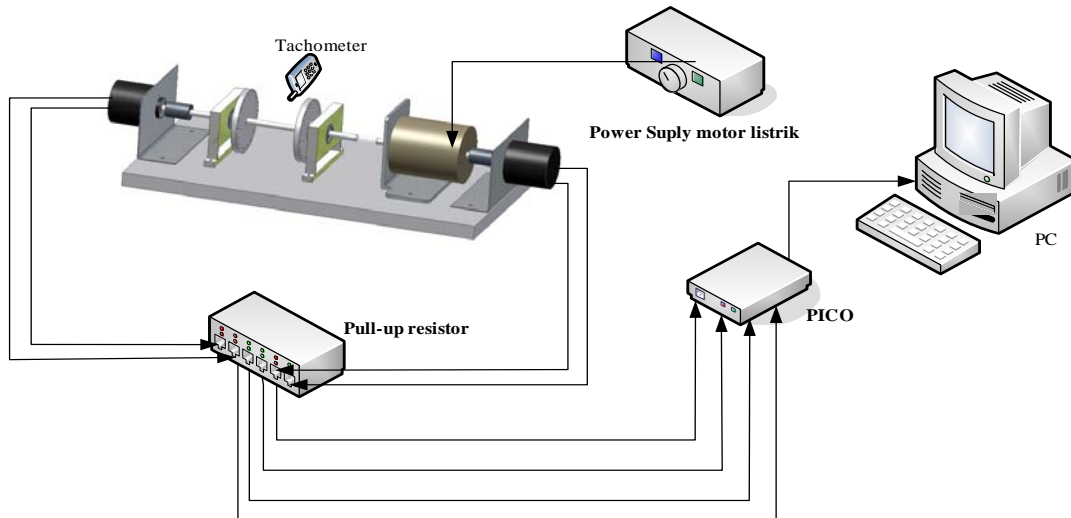
| Jenis Kopling | Hasil pengujian FRF (Hz) | Hasil pemodelan FEM (Hz) | % error |
|---------------|--------------------------|--------------------------|---------|
| Selang        | 14,25                    | 13,36                    | - 6,2   |
| Cakar         | 85,00                    | 87,20                    | 2,6     |

**Pengukuran Peta Spektrum Torsional**

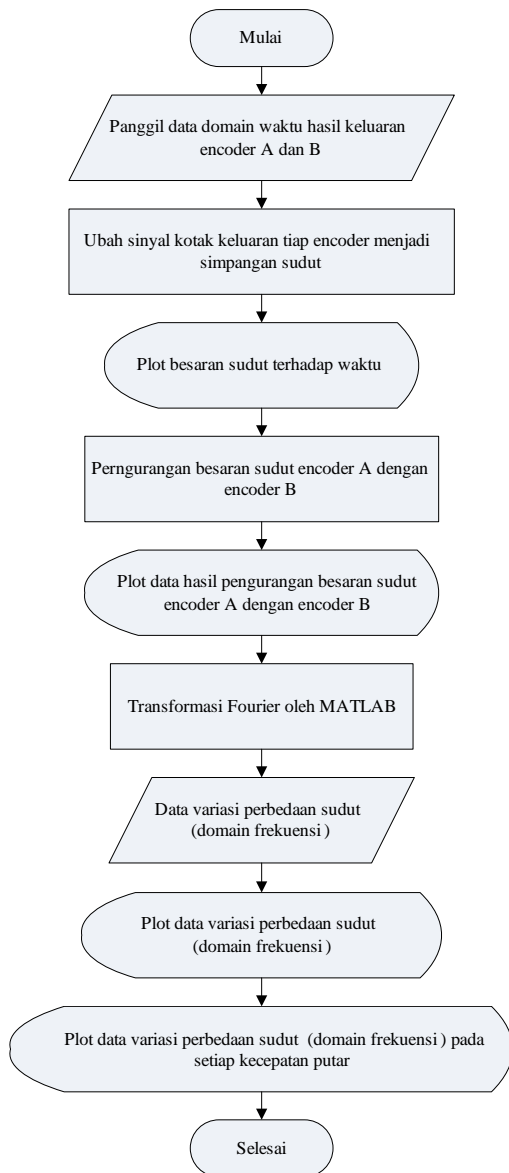
Setelah validasi model dilakukan maka selanjutnya pengujian getaran torsional dapat dimulai. Untuk mengetahui perilaku getaran torsional yang terjadi, perlu dilakukan pengujian peta spektrum getaran torsional. Adapun susunan perangkat pengukuran yang digunakan adalah sebagaimana tampak pada Gambar 4. Pada gambar ini dapat dilihat bahwa peralatan yang digunakan untuk pengukuran peta spektrum torsional adalah:

- *Tachometer* berfungsi untuk mengukur kecepatan putar sistem poros-rotor yang bekerja secara optik.
- Catu daya DC 6603D berfungsi untuk mengatur kecepatan putar motor penggerak DC.
- PICO merupakan data akuisisi.
- Encoder merupakan alat ukur sudut yang digunakan untuk menghitung variasi perbedaan sudut putar antara rotor motor DC dan poros rotor. Enkoder yang digunakan dalam pengujian ini menghasilkan 1000 pulsa dalam satu kali putaran.
- Pull-up resistor berfungsi sebagai pengubah *open collector* menjadi *current source*.

Data hasil pengukuran sudut diolah dengan menggunakan perangkat lunak *Matlab* 7.0. Pengolahan data hasil pengukuran dilakukan dengan tujuan untuk mengolah sinyal kotak menjadi data variasi perbedaan sudut. Diagram alir proses pengolahan data hasil pengukuran sudut diperlihatkan pada Gambar 5.



Gambar 4. Susunan Perangkat Pengukuran Peta Spektrum Torsional



Gambar 5. Diagram Alir Proses Pengolahan Data Hasil Pengukuran Sudut

### Data Hasil Pengujian Peta Spektrum Torsional

Peta spektrum merupakan kumpulan sinyal spektrum getaran pada beberapa tingkat kecepatan putar yang disajikan dalam satu grafik. Pengujian peta spektrum dalam arah torsional ini bertujuan untuk melihat karakteristik dinamik torsional perangkat uji. Pengujian peta spektrum pada penelitian ini dilakukan pada sistem poros-rotor dengan menggunakan dua jenis kopling yang berbeda, yaitu kopling selang dan kopling cakar.

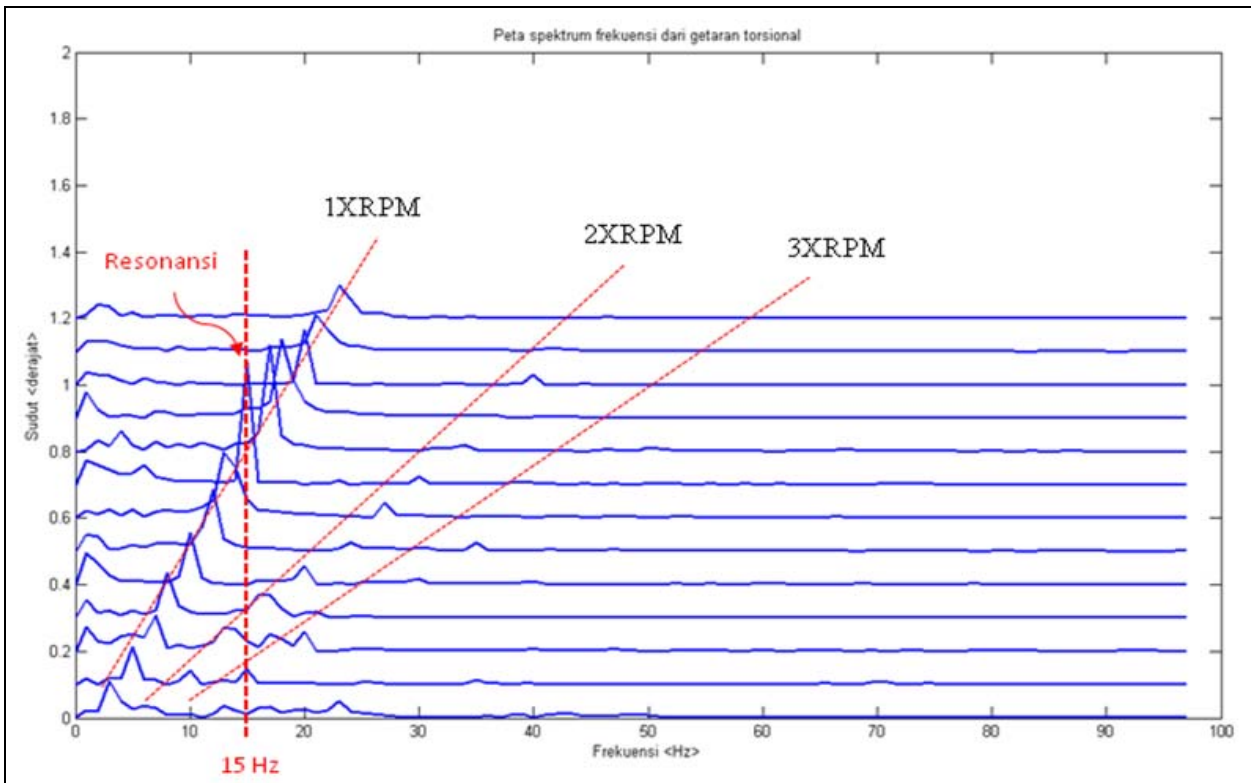
#### a. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Selang

Hasil pengukuran peta spektrum torsional untuk kopling selang dapat dilihat pada Gambar 6. Pada gambar ini tampak kumpulan spektrum getaran torsional yang diplot dari kecepatan putar 200 rpm sampai dengan 1400 rpm. Berdasarkan gambar ini selanjutnya dapat dibuat grafik *orde tracking* dari sinyal 1xRPM sebagaimana tampak pada Gambar 7. Gambar ini memperlihatkan perubahan besar sinyal dengan frekuensi 1xRPM terhadap kecepatan putar.

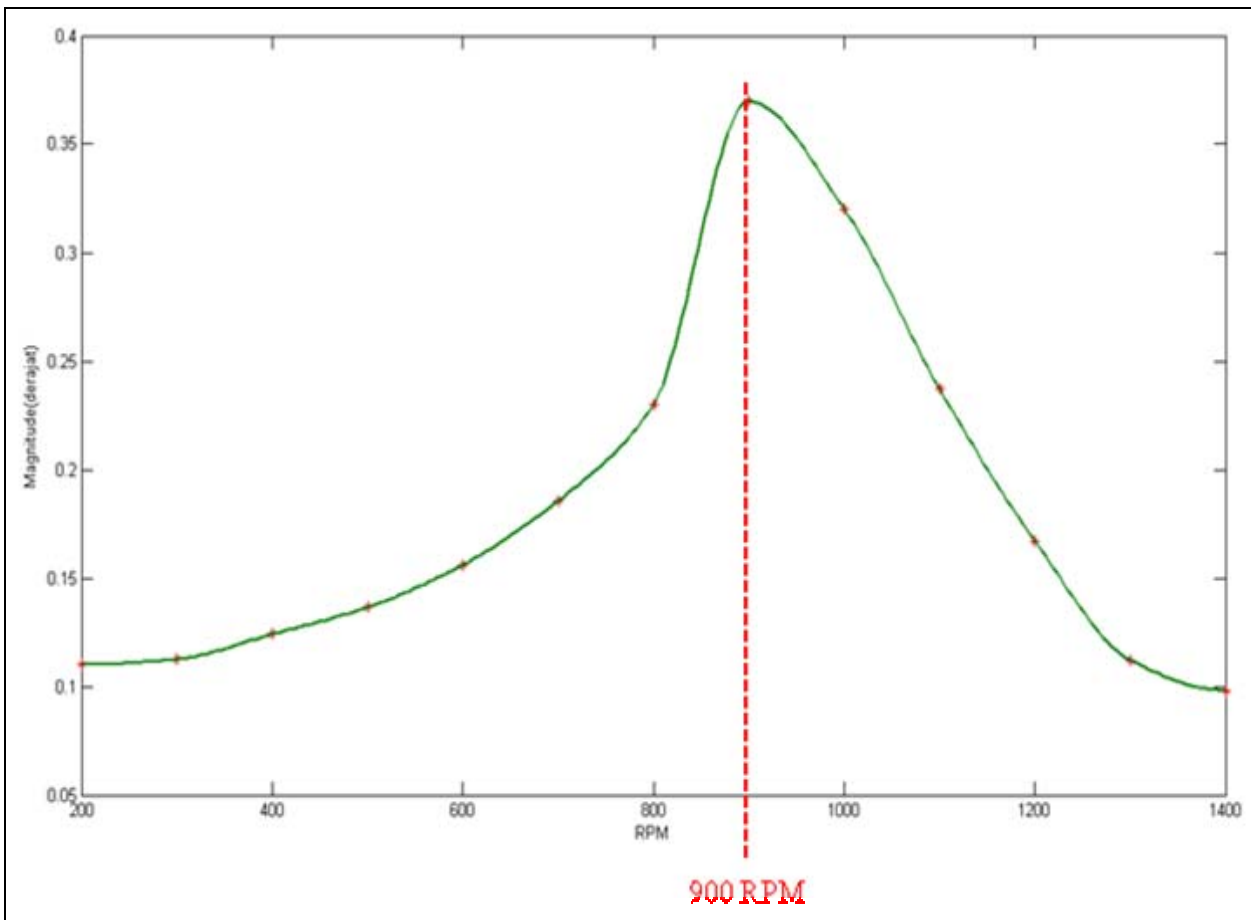
Berdasarkan grafik peta spektrum dan *orde tracking* getaran torsional untuk kopling selang dapat dipelajari beberapa fenomena berikut:

- Munculnya frekuensi aktif pada 1XRPM, 2XRPM, dan 3XRPM. Fenomena ini mirip dengan karakteristik getaran translasi. Terlihat juga pada gambar peta spektrum di atas bahwa komponen frekuensi yang dominan adalah 1XRPM, sedangkan sinyal pasif tidak muncul pada pada pengujian ini.
- Amplitudo sinyal getaran mencapai harga maksimum di sekitar frekuensi pribadi torsional yaitu di sekitar 15 Hz. Hal ini menunjukkan adanya peristiwa resonansi torsional. Peristiwa resonansi torsional muncul ketika frekuensi eksitasi torsional sama dengan frekuensi pribadi torsional.





Gambar 6. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Selang



Gambar 7. Grafik Orde Tracking Sinyal 1xRPM pada Kopling Selang

- Amplitudo sinyal 1×RPM akan naik hingga mengalami resonansi kemudian menurun seiring dengan kenaikan kecepatan putar poros. Karakteristik ini sama dengan karakteristik getaran translasi pada umumnya.

b. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Cakar

Hasil pengukuran peta spektrum torsional untuk kopling cakar dapat dilihat pada Gambar 8. Pada gambar ini tampak kumpulan spektrum getaran torsional yang diplot dari kecepatan putar 200 rpm sampai dengan 1400 rpm. Pada gambar ini muncul komponen sinyal dengan frekuensi yang sangat rendah yaitu frekuensi kira-kira 1 Hz kemungkinan akibat munculnya *rigid body motion*.

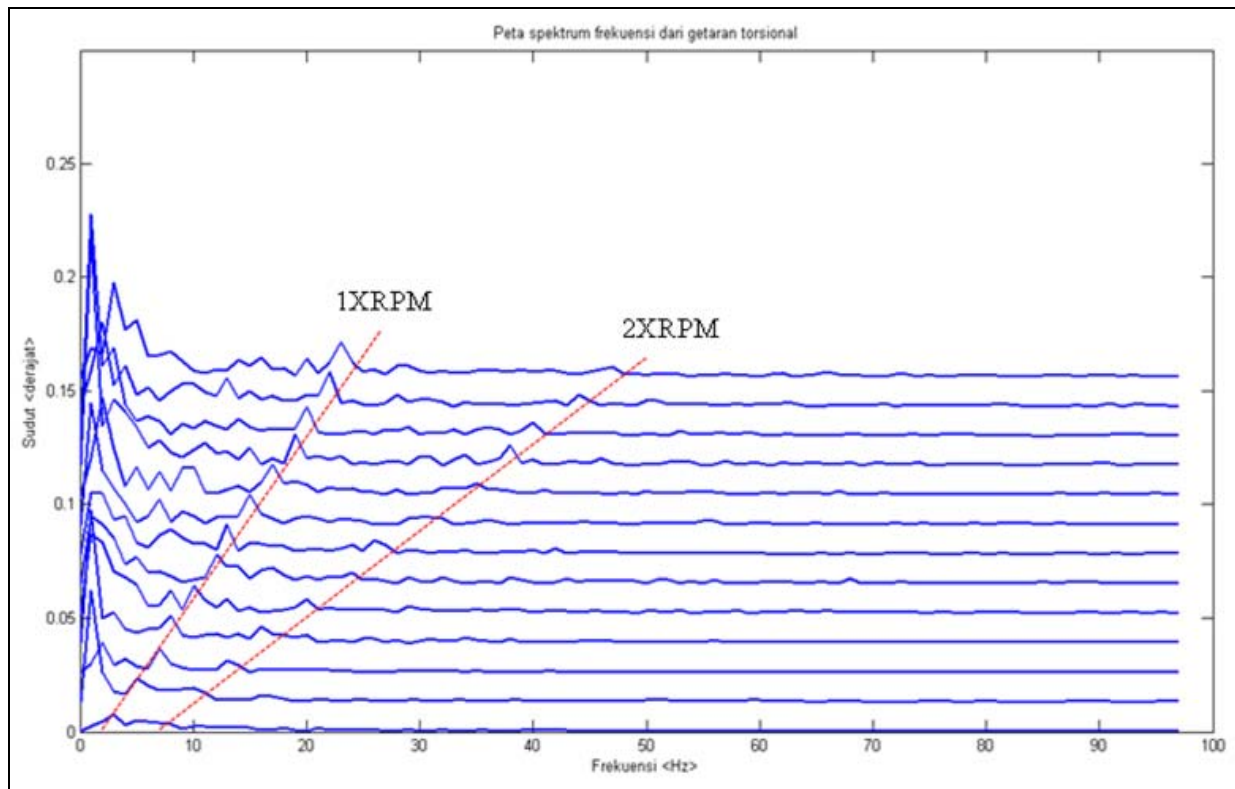
Berdasarkan gambar di atas selanjutnya dapat dibuat grafik *orde tracking* sinyal 1×RPM sebagaimana tampak pada Gambar 9. Gambar ini memperlihatkan perubahan sinyal 1×RPM terhadap kecepatan putar. Berdasarkan grafik peta spektrum dan *orde tracking* getaran torsional untuk kopling cakar dapat dipelajari beberapa fenomena berikut:

- Munculnya frekuensi aktif pada 1XRPM dan 2XRPM. Terlihat pada gambar di atas bahwa komponen frekuensi dominan adalah 1XRPM, sedangkan sinyal pasif tidak muncul pada pada pengujian peta spektrum torsional ini.

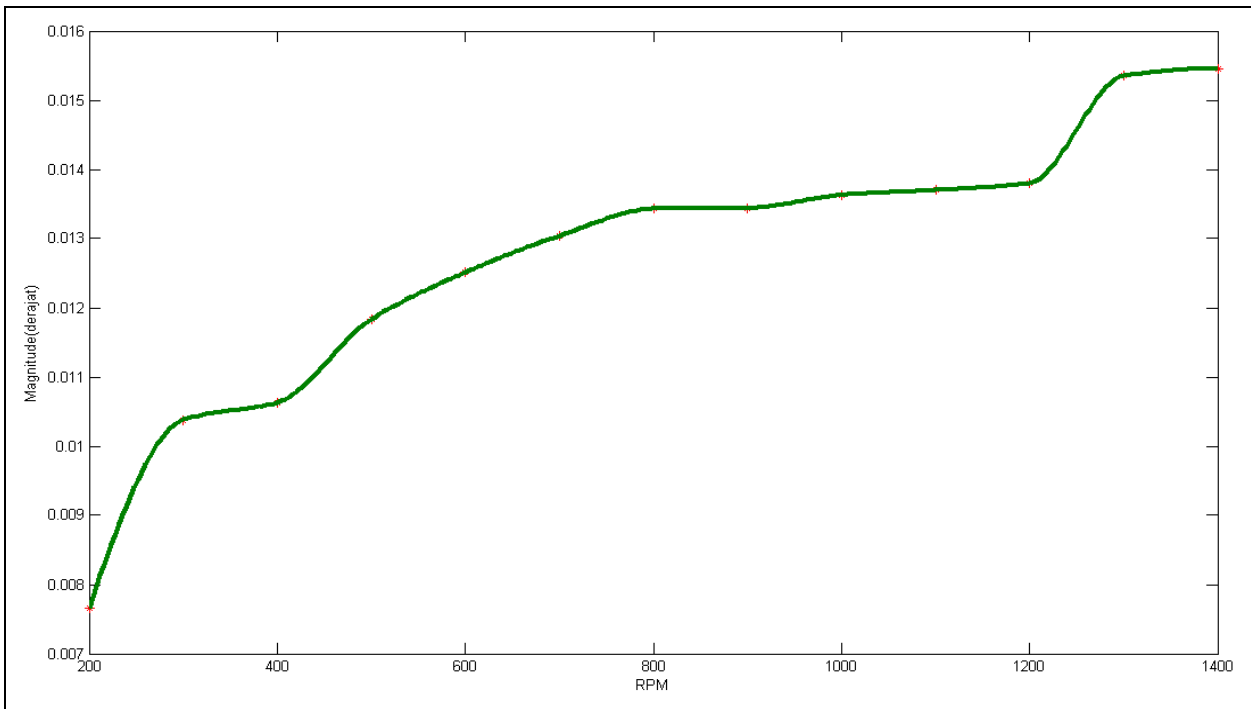
- Pada Gambar 9 juga terlihat bahwa amplitudo 1×RPM akan meningkat dengan bertambahnya kecepatan putar tanpa mengalami resonansi. Hal ini karena nilai frekuensi pribadi torsional pada sistem poros-rotor dengan kopling cakar jauh berada di atas daerah frekuensi putar motor. Daerah frekuensi kerja motor adalah antara 0-25 Hz (0-1500 rpm), sedangkan frekuensi pribadi torsional pertama untuk sistem poros-rotor bila menggunakan kopling cakar adalah 85 Hz (5100 rpm).

**Perbandingan Getaran Torsional Kopling Selang dan Kopling Cakar**

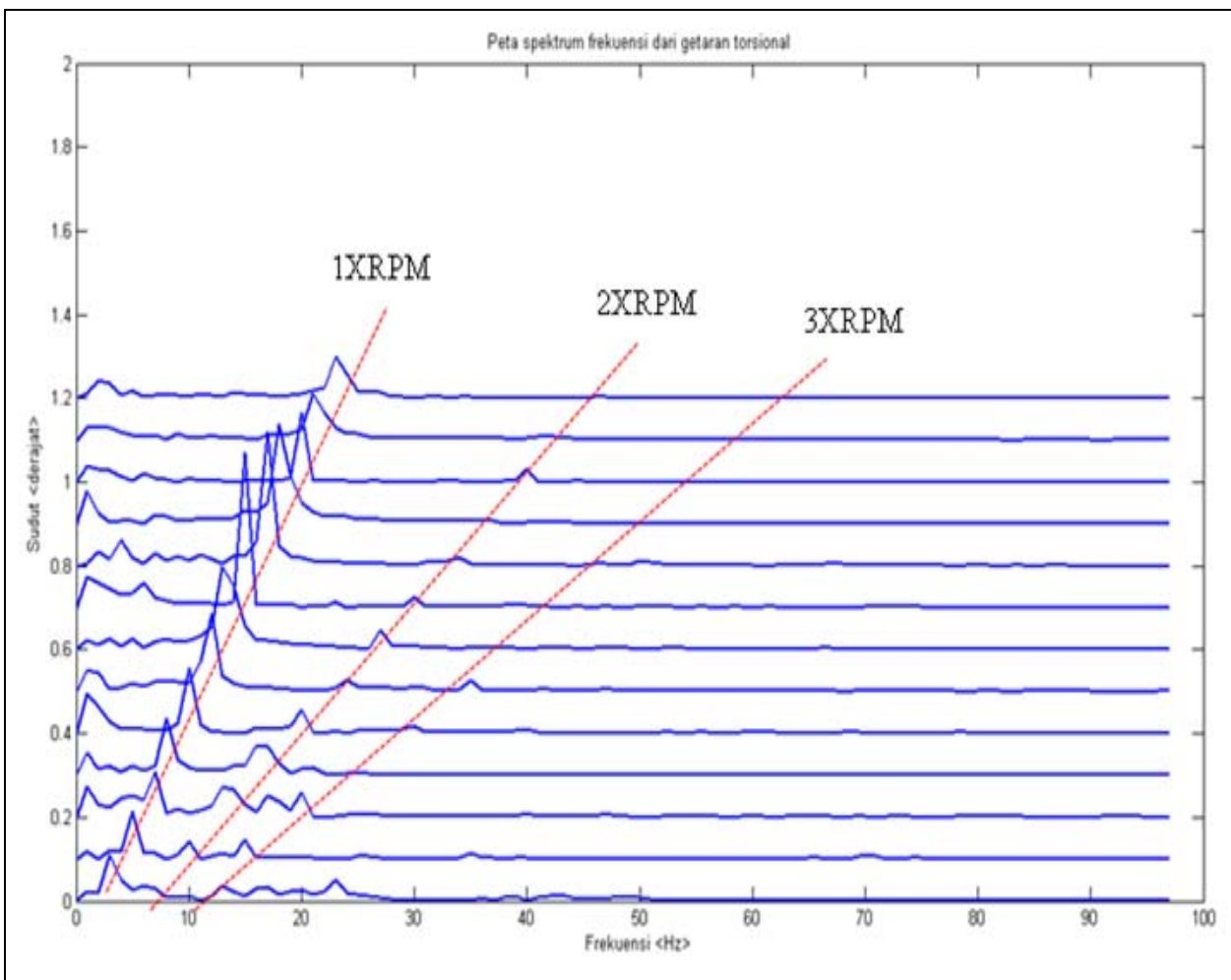
Perbandingan tingkat getaran torsional ini dilakukan untuk melihat level getaran yang terjadi pada dua jenis kopling fleksibel yang diuji. Tingkat getaran tersebut dibandingkan pada kondisi *unbalance* yang sama. Gambar 10 dan Gambar 11 memperlihatkan hasil pengukuran peta spektrum torsional pada kopling selang dan kopling cakar yang digambarkan dengan menggunakan skala yang sama. Tampak dari kedua gambar ini bahwa getaran torsional yang terjadi pada kopling selang jauh lebih besar daripada getaran yang terjadi pada kopling cakar. Hal ini karena kopling selang memiliki kekakuan torsional yang jauh lebih kecil dibanding kopling cakar.



Gambar 8. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Cakar

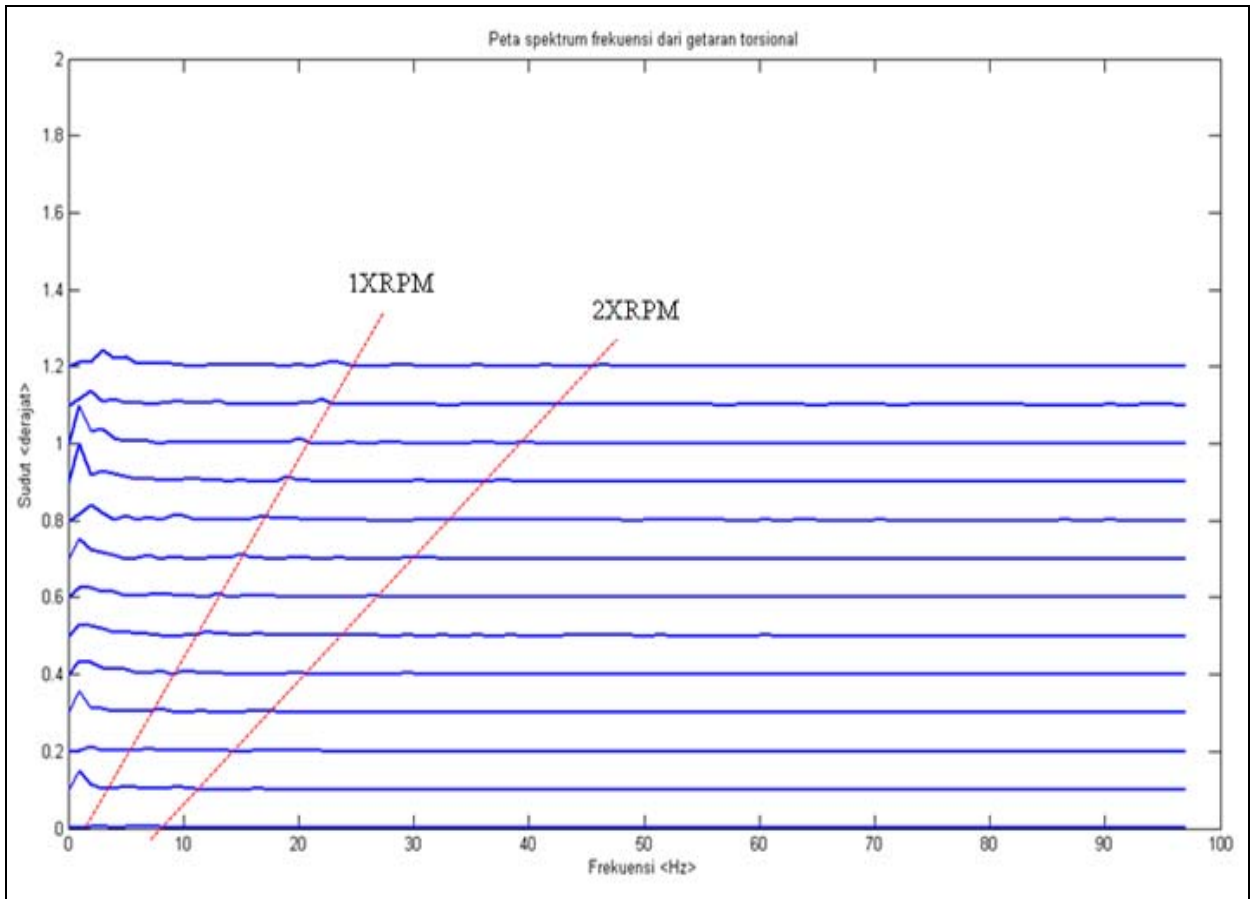


Gambar 9. Grafik *Orde Tracking* Sinyal 1xRPM pada Kopling Cakar

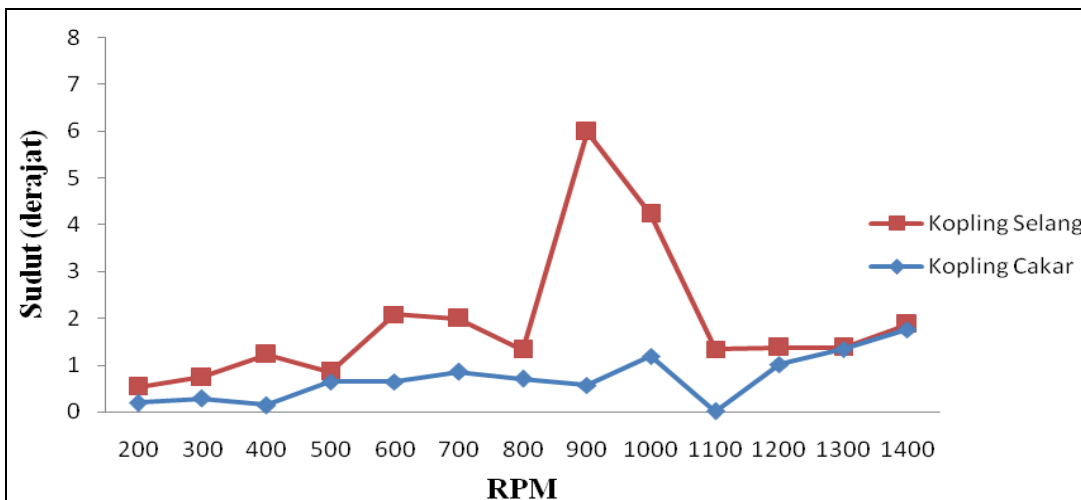


Gambar 10. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Selang





Gambar 11. Peta Spektrum Torsional untuk Kopling Cakar



Gambar 12. Perbandingan Nilai RMS Getaran Kopling Selang dan Kopling Cakar

Selain perbandingan peta spektrum torsional, nilai RMS getaran torsional untuk kopling selang juga dibandingkan dengan kopling cakar. Perbandingan nilai RMS untuk kedua kopling ini ditampilkan pada Gambar 12. Gambar ini memperlihatkan fluktuasi nilai RMS kopling selang dan kopling cakar untuk variasi kecepatan putar dari 200 rpm sampai dengan 1400 rpm.

Pada gambar ini dapat dilihat bahwa RMS getaran torsional kopling selang mencapai puncaknya pada kecepatan putar 900 rpm (15 Hz). Hal ini disebabkan karena membesarnya komponen sinyal  $1 \times \text{RPM}$  akibat adanya resonansi yaitu pertemuan antara sinyal  $1 \times \text{RPM}$  dengan salah satu frekuensi pribadi torsional perangkat uji. Pada grafik juga dapat dilihat bahwa nilai RMS getaran torsional

kopling cakar cenderung meningkat dengan naiknya kecepatan putar. Hal ini karena semakin tinggi kecepatan putar, semakin dekat dengan frekuensi pribadi torsional yaitu 85 Hz (5100 rpm).

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pengujian yang telah dilakukan, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut: Metode pengukuran getaran torsional yang dipaparkan dalam makalah ini telah berhasil diterapkan pada perangkat uji sistem poros rotor. Metode ini diterapkan dengan menggunakan sensor dua buah sensor encoder inkremental dan disertai dengan teknik pengolahan data yang diperlukan untuk mengubah posisi sudut menjadi variasi perbedaan sudut. Sebagaimana getaran translasi, getaran torsional juga dapat ditampilkan dalam domain waktu, domain frekuensi, peta spektrum, maupun *orde tracking* torsional. Pembuatan modelan FEM untuk getaran torsional memerlukan cara yang berbeda dengan pembuatan model untuk getaran translasi. Hasil pemodelan frekuensi pribadi torsional model elemen hingga sistem poros rotor yang dilakukan dalam penelitian ini mendekati hasil pengujian dengan kesalahan sebesar 6,2%. Spektrum getaran torsional mirip dengan spektrum getaran translasi karena memiliki komponen frekuensi aktif yaitu komponen yang frekuensinya naik dengan bertambahnya kecepatan

putar, namun tidak terlihat adanya komponen frekuensi pasif. Selain itu, ciri getaran torsional pada struktur uji ini menunjukkan bahwa frekuensi aktif yang dominan adalah komponen sinyal  $1 \times \text{RPM}$ . Level getaran torsional yang terjadi tergantung dari jenis kopling fleksibel yang digunakan. Kopling selang yang memiliki kekakuan puntir yang rendah sehingga menghasilkan frekuensi pribadi yang rendah pula, karena itu lebih rentan terhadap getaran dibandingkan dengan kopling cakar yang memiliki kekakuan torsional yang lebih tinggi.

## DAFTAR PUSTAKA

1. I. Perera, *Theoretical and Experimental Study of Coupled Torsional-Lateral Vibrations in Rotor Dynamics*, Mechanical Engineering Department University of Calgary, 1998.
2. M. Kita, T. Hataya dan Y. Tokimasa, *Study of a Rotordynamic Analysis Method that Consider Torsional and Lateral Coupled Vibrations in Compressor Trains with a Gearbox*, Proceedings of the Thirty-Sixth Turbomachinery Symposium, 2007.
3. Arstianti, H., *Pemodelan, Pengujian, dan Analisis Getaran Torsional dari Perangkat Uji Sistem Poros-Rotor*, Tugas Sarjana Teknik Mesin ITB, Bandung, 2008.