

# Simulasi Numerik *Dynamic Stall* pada Airfoil yang Berosilasi

Galih S.T.A. Bangga dan H. Sasongko

Teknik Mesin, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)  
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

*E-mail:* Herman@me.its.ac.id

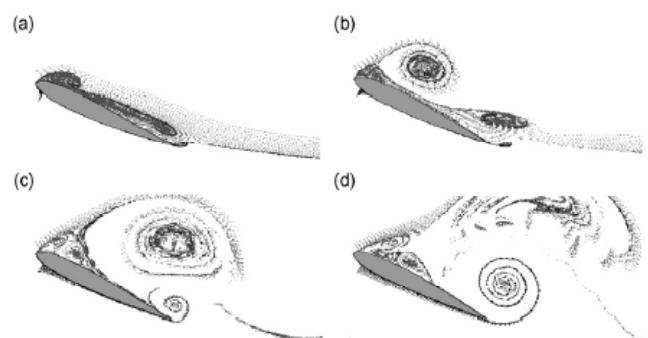
**Abstrak**—Kebutuhan analisa pada sudut helikopter, kompresor, kincir angin dan struktur streamline lainnya yang beroperasi pada *angle of attack* yang tinggi dan melibatkan *instationary effects* yang disebut *dynamic stall* menjadi semakin penting. Fenomena ini ditandai dengan naiknya *dynamic lift* melewati *static lift* maksimum pada *critical static stall angle*, *vortex* yang terbentuk pada *leading edge* mengakibatkan naiknya *suction contribution* yang kemudian terkonveksi sepanjang permukaan hingga mencapai *trailling edge* diikuti terbentuknya *trailling edge vortex* yang menunjukkan terjadinya *lift stall*. Fenomena ini sangat berbahaya terhadap struktur airfoil itu sendiri. Secara umum, beban fatique yang ditimbulkan oleh adanya efek histerisis karena fluktuasi gaya lift akibat induksi vibrasi lebih besar dibandingkan kondisi statis. Simulasi numerik dilakukan secara 2D dengan menggunakan profil Boeing-Vertol V23010-1.58 pada  $\alpha_0 = 14.92^\circ$ . *Standard-k $\omega$*  dan *SST-k $\omega$*  digunakan sebagai URANS turbulence modelling. Model osilasi dari airfoil disusun dalam suatu *user defined function* (UDF). Gerakan *meshing* beserta airfoil diakomodasi dengan menggunakan *dynamic mesh approach*. Simulasi numerik menunjukkan bahwa, model *SST-k $\omega$*  menunjukkan performa yang lebih baik dibandingkan dengan *Standard-k $\omega$* . Fenomena *travelling vortex* yang terjadi mampu ditangkap dengan baik, meski pada *angle of attack* yang tinggi URANS turbulence model gagal memprediksikan fenomena yang terjadi karena dominasi efek 3D.

**Kata Kunci**—Osilasi airfoil, *dynamic stall*, simulasi numerik, *unsteady flow*.

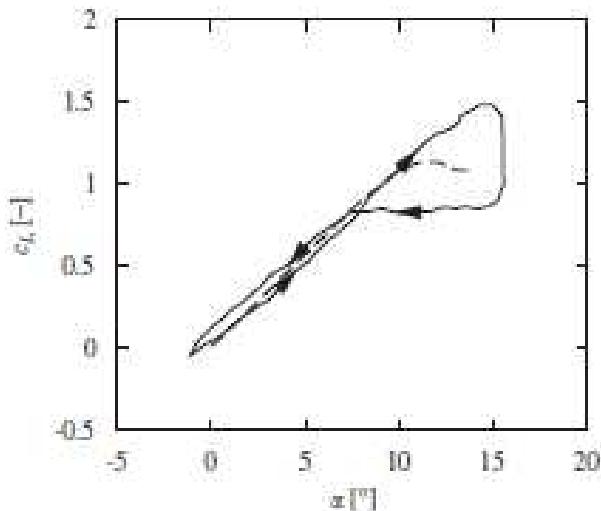
## I. PENDAHULUAN

ISTILAH *dynamic stall* biasanya berkaitan dengan fenomena aliran *unsteady* yang ditandai dengan *formation*, *convection*, dan *shedding* dari *vortex* pada sisi *suction* airfoil [1]. Terjadinya *dynamic stall* pada *aerodynamic body* melibatkan aliran terseparasi yang kompleks dan bahkan pada zona transisi. Fenomena ini disebabkan oleh karena *aeroelasticity* yang tinggi pada *body airfoil* pada *angle of attack* yang tinggi. Berbeda dengan *static stall*, pada airfoil dengan kenaikan *angle of attack* yang cepat, terjadinya *stall* menjadi tertunda dan bahkan dapat melampaui *critical static stall angle of attack* secara signifikan. Namun, saat *dynamic stall* terjadi, beban aerodinamis yang terjadi secara umum lebih besar dibandingkan pada *static stall* dan dapat mengakibatkan kenaikan tegangan yang bekerja pada airfoil secara signifikan yang berpotensi membahayakan struktur airfoil itu sendiri [2].

Peristiwa *dynamic stall* diawali oleh terjadinya *leading edge separation*, *leading edge vortex* berkembang dan bergerak *downstream* sepanjang permukaan airfoil. *Vortex* mencapai *trailling edge* dan terurai diikuti oleh terbentuknya *trailling edge vortex* dan mengindikasikan awal terjadinya *stall*. *Trailling edge vortex* kemudian akan terurai seiring naiknya *angle of attack* diikuti oleh rusaknya *leading edge vortex*. Peristiwa ini mengakibatkan penurunan *lift coefficient* dengan drastis dan *flow reattachment* akan terjadi saat *angle of attack* cukup rendah kembali. Gambar 1 menunjukkan peristiwa terjadinya *stall* pada kondisi *dynamic* menggunakan kalkulasi CFD pada NACA 0015 [3]. Gambar 1(a) mengilustrasikan *leading edge separation* dengan seluruh *boundary layer* mulai terlepas dari *body airfoil*. Gambar 1(b) menunjukkan pembentukan *leading edge vortex*, yang pada gambar 1(c) terkonveksi ke arah *downstream* sepanjang *suction side* airfoil diikuti terbentuknya *trailling edge vortex*, hingga akhirnya *trailling edge vortex* terseparasi dari airfoil dan diikuti rusaknya *leading edge vortex* pada gambar 1(d). Baik data eksperimen maupun analisa CFD menunjukkan bahwa perubahan aliran karena *leading edge separation vortex* menghasilkan peningkatan kontribusi *suction*, mengakibatkan naiknya *lift coefficient* bahkan setelah terjadi separasi aliran pada *angle of attack* diatas *critical static stall angle* [3] seperti terlihat pada gambar 2.



Gambar 1. Visualisasi aliran menggunakan CFD pada NACA-0015 selama kondisi *dynamic stall* (a) awal terjadinya *leading edge separation*, (b) *vortex* terbentuk pada *leading edge*, (c) separasi *leading edge vortex*, (d) Separasi *trailling edge vortex* dan rusaknya *leading edge vortex*. [4]



Gambar 2. Lift coefficient pada static dan dynamic: --, static lift; —, dynamic lift [5]

Semenjak analisa *aeroelasticity* pertama pada pesawat terbang, *unsteady airfoil aerodynamic* dipelajari secara eksperimental dan teoritis. Sampai tahun 1950an *dynamic stall* hanya dipelajari secara eksperimental, baru pada akhir tahun 1970an model matematis *dynamic stall* pertama diperkenalkan oleh Friedmann dan semenjak itu pemodelan *dynamic stall* berkembang [6]. Pemodelan matematis *dynamic stall* banyak dilakukan mulai dari yang sederhana sampai yang kompleks, diantaranya adalah ONERA [7], Boeing [8], Johnson [9], Øye [10], Risø [6] dan juga Leishman-Beddoes model [11], [12]. Meyer, et al. [13] memodelkan *dynamic stall* berdasarkan DLR model dengan memanfaatkan *state-space representation*. Pemodelan ini melibatkan efek instasioner dengan menggunakan solusi persamaan Theodorsen dalam domain waktu yang disebut fungsi Wagner dan fungsi Küssner, kedua fungsi ini mendeskripsikan kurva histerisis *dynamic stall* pada zona linier. Berdasarkan verifikasi dengan metode numerik ODE didapatkan bahwa penggunaan model ini menghasilkan plot *dynamic stall* yang sesuai dengan fenomena fisis yang terjadi. Meskipun demikian, perumusan matematis dari DLR model susah untuk dilacak secara fisis karena formalisme matematis yang digunakan tidak disertai dengan penjabaran secara *differential analysis*. *Dynamic Stall* model pada *wind turbine* juga dikembangkan oleh J.W. Larsen, et al. [3] dengan berdasarkan *backbone curve* pada *static lift*. Pemodelan dari *static lift* dideskripsikan oleh dua parameter, yaitu *lift* pada saat *fully attached flow* serta *degree of attachment*. Pemodelan matematis tersebut memanfaatkan data *static stall* yang didapat dari *inviscid lift* yang dikoreksi dengan menggunakan *viscous separation factor* menggunakan pendekatan pelat datar berdasarkan *kirchhoff potential flow theory*. Berdasarkan data *static stall* yang didapatkan, efek instasioner dari *dynamic stall* akan dilibatkan dengan menggunakan solusi integral konvolusi dari *impulse response function*. Analisa CFD untuk *dynamic stall* pada *Reynolds number* rendah dikembangkan oleh Wang [14] dengan mensimulasikan airfoil NACA 0012 berosilasi pada dua kondisi seperti terlihat pada tabel 2.1 dengan plot *lift coefficient* untuk kasus 1 dapat dilihat

pada gambar 2.4. Pada penelitian tersebut digunakan dua pemodelan turbulensi, yaitu menggunakan *Standard-k $\omega$*  dan *SST-k $\omega$* . Hasil yang didapatkan menunjukkan bahwa *SST-k $\omega$*  memberikan prediksi yang lebih akurat dibandingkan *Standard-k $\omega$* . Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk menguji kemampuan model turbulensi *Standard-k $\omega$*  dan *SST-k $\omega$*  dalam memprediksikan *dynamic stall* pada profil Boeing-Vertol V23010-1.58 *rotorcraft airfoil* yang terdapat pada kincir angin dan memberikan kontribusi terhadap pemahaman yang lebih baik fenomena fisis aliran fluida pada kondisi *dynamic stall*.

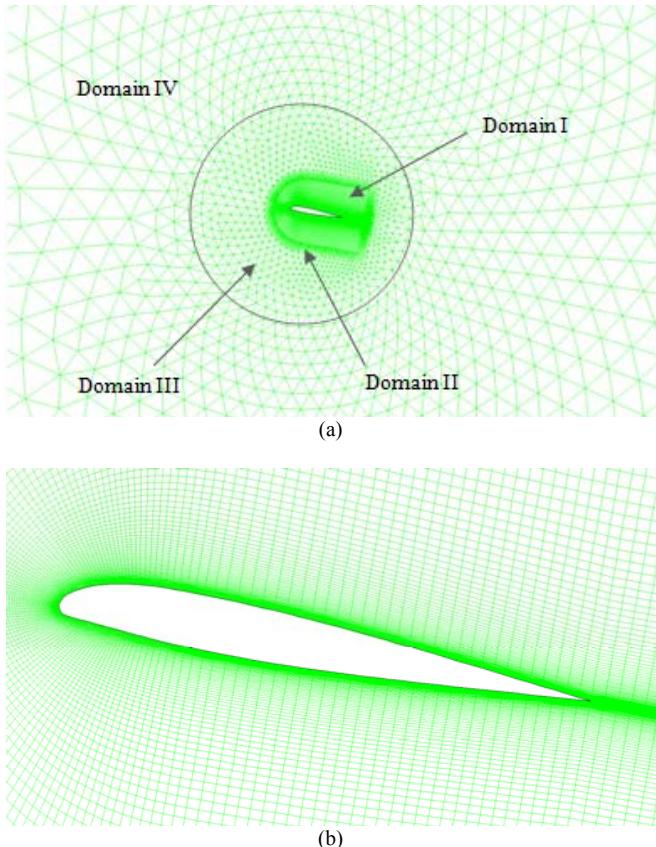
## II. METODE NUMERIK

Metode simulasi turbulensi secara umum terbagi menjadi tiga bentuk utama, yaitu *Direct Numerical Simulation* (DNS), *Large Eddy Simulation* (LES), serta *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS) [14]. DNS sebagai metode komputasi yang paling maju baik dalam menyelesaikan *space* maupun *time scales* memerlukan teknologi komputasi yang tinggi sehingga penggunaan metode ini akan memerlukan biaya komputasi yang tinggi apabila diterapkan pada kasus dalam penelitian ini. Penggunaan LES juga akan memerlukan teknologi komputasi yang tinggi untuk diterapkan pada fenomena *dynamic stall* karena simulasi 3D harus dilakukan dikarenakan sifat alami *eddy* secara 3D. RANS merupakan metode yang cocok digunakan pendekatan *dynamic stall* dengan biaya komputasi yang rendah dan akurasi yang dapat diterima, oleh karena itu dalam penelitian ini digunakan metode RANS.

Meskipun *dynamic stall* yang dipelajari disini terkait dengan fenomena 3D, pengukuran telah dilakukan untuk memastikan aliran 2D pada *mid-span*, dimana data eksperimen didapatkan, pada kasus yang diinvestigasi. Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakan konfigurasi 2D untuk memodelkan *dynamic stall* secara numerik secara *unsteady-incompressible*, berdasarkan *finite volume method*, untuk mendapatkan solusi persamaan URANS. Kasus yang ditinjau dalam fenomena *dynamic stall* ini melibatkan aliran dengan kerapatan massa yang dianggap konstan (*incompressible*), oleh karena itu digunakan *pressure-based solver*, menggunakan algoritma yang disebut “*projection method*” dan umumnya diterapkan pada kasus *low-speed incompressible flows* [14]. Algoritma SIMPLE diterapkan dalam *pressure-velocity coupling algorithm* dan semua persamaan, untuk mendapatkan solusi diselesaikan secara simultan. Diskritisasi suku konveksi pada *transport equation* untuk kecepatan menggunakan *second-order upwind schemes* [14]. Untuk memodelkan osilasi dari airfoil, digunakan metode *dynamic mesh* menggunakan *rigid body motion*.

Pada penelitian ini digunakan *hybrid grid approach* yang mengkombinasikan *structured/unstructured mesh* dengan *quadrilateral/triangular grid* yang digunakan untuk mengkompensasi adanya gerakan *rigid body motion* dari airfoil [15]. *Meshing* dibagi menjadi empat *domain*, yaitu *domain I* yang tersusun atas *structured-quadrilateral grid* dan memiliki kerapatan yang halus dengan *grid size* yang kecil. *Domain II* hingga *IV* tersusun atas *unstructured-triangular grid* dengan *grid size* yang semakin besar seperti ditunjukkan pada gambar 3. Berkaitan dengan osilasi airfoil, *body airfoil*

beserta domain 1, 2, dan 3 berosilasi dengan mode sinus  $\alpha = \alpha_0 + \alpha_l \cos \omega t$ , layaknya *body airfoil* dengan  $\alpha_0 = 14.92^\circ$ ,  $\alpha_l = 4.85^\circ$ , dan  $\hat{\omega} = 0.062$ , sedangkan domain 4 merupakan *fixed domain*. *Spring based smoothing* digunakan pada *dynamic mesh scheme*. *Spring constant factor* sebesar nol mengindikasikan nilai damping pada permukaan airfoil adalah nol [16]. Jumlah *grid* pada *suction side* dan *pressure side* airfoil adalah sebesar 84 yang cukup rapat untuk menangkap ukuran *eddy* terkecil pada aliran turbulen dimana ukuran *eddy* terkecil dikorelasikan dengan *Kolmogorov length scale*. Ketinggian baris bertama pada elemen meshing di sekitar airfoil di-set sebesar  $0.0001\text{ m}$  yang berkorelasi dengan  $y^+ \leq 1$ . Untuk menangkap secara akurat karakteristik *boundary layer*, dan gaya-gaya pada airfoil, serta tidak ada *wall function* yang digunakan, oleh karena itu  $y^+$  harus kurang dari  $1.0$  [14, 16]. Jumlah total *meshing* adalah pada orde  $10^5$ . Simulasi dilakukan pada *open test region*, domain komputasi terdiri dari dua *boundary* yang terletak sejauh  $16c$  diatas dan  $12c$  dibawah airfoil untuk mengeliminasi adanya efek dari *wall*. Posisi *velocity inlet* dan *pressure outlet* diletakkan sejauh  $8c$  *upstream* dan  $45c$  *downstream* dari airfoil, membuat kecepatan *freestream* yang seragam pada *inlet* memungkinkan terjadinya perkembangan *wake* secara penuh [14], domain analisa dapat dilihat pada gambar 4.



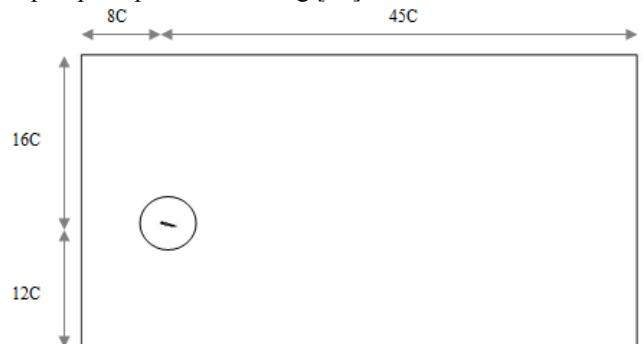
Gambar 3. Meshing yang digunakan dalam kalkulasi (a) Pembagian domain, dan (b) *meshing* di sekitar airfoil.

### III. HASIL DAN DISKUSI

Simulasi numerik dynamic stall secara dua dimensi telah dilakukan, yaitu *standard-k $\omega$*  dan *SST-k $\omega$*  pada profil Boeing-Vertol V23010-1.58 *rotorcraft airfoil*. Hasil eksperimen dan model analitis oleh Liiva [17] dan Larsen [3] digunakan sebagai validasi hasil simulasi numerik yang didapatkan.

Gambar 5 menunjukkan perbandingan *lift coefficient* hasil kalkulasi numerik dengan hasil eksperimen dan model analitis. Pada kasus  $\alpha_0 = 14.92^\circ$ , *lift coefficient* pada gambar 5 menunjukkan pengaruh osilasi dari airfoil pada daerah *fully attached flow* dan *separated flow*. Hal ini diindikasikan oleh daerah operasi pada kasus ini berada pada *angle of attack* sebesar  $10.34^\circ < \alpha < 20.04^\circ$  dengan posisi *static stall* adalah pada  $\alpha \approx 12.5^\circ$  [2]. Hasil yang didapatkan menunjukkan perbedaan yang signifikan pada model turbulensi *SST-k $\omega$*  dengan memperkecil *time step size* sebesar  $0.001\text{s}$  dibandingkan dengan *time step size* yang lebih besar yang tidak disajikan dalam makalah ini. Akurasi dari simulasi numerik mengalami peningkatan yang signifikan dibandingkan dengan penggunaan *time step size* yang lebih besar. Posisi maksimum dari *lift coefficient* yang menunjukkan titik terjadinya *dynamic stall* mampu ditangkap dengan baik dengan menggunakan *time step size* ini.

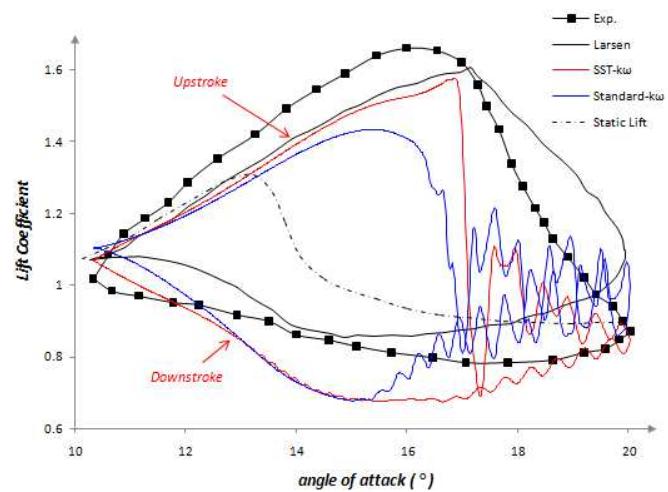
Kedua model turbulensi, baik *Standard-k $\omega$*  maupun *SST-k $\omega$*  akan menghasilkan grafik *lift* yang mempunyai nilai dibawah hasil eksperimen maupun pemodelan matematis yang ada. Pada pemodelan matematis yang dilakukan oleh Larsen [3], tidak terjadi fluktuasi *lift coefficient* yang pada daerah *stall*, demikian halnya dengan hasil eksperimen oleh Liiva [17]. Berbeda halnya dengan pemodelan numerik yang menghasilkan fluktuasi *lift coefficient* pada *angle of attack* yang tinggi, kegagalan pemodelan numerik ini dikarenakan efek 3D menjadi sangat signifikan pada aliran terseparasi dibandingkan tidak terseparasi pada *angle of attack* yang lebih rendah [18], oleh karena itu kedua model gagal memprediksi *lift coefficient* sesuai data eksperimen [14]. Secara umum, hasil simulasi numerik pada daerah *stall* akan berbeda jauh dengan hasil eksperimen, hasil yang didapatkan akan cenderung menghasilkan fenomena *deep stall* dibandingkan dengan hasil eksperimen, hasil serupa juga didapat pada penelitian Wang [14].



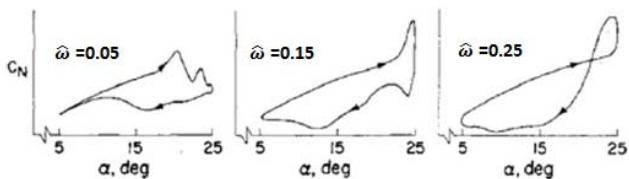
Gambar. 4. Domain analisa

Terlihat dengan jelas bahwa model turbulensi *SST-k $\omega$*  menghasilkan data *lift coefficient* yang lebih akurat dibandingkan dengan penggunaan model *Standard-k $\omega$* . Model turbulensi *Standard-k $\omega$*  gagal memprediksi posisi terjadinya *lift coefficient* maksimum dan memprediksikannya pada  $\alpha \approx$

15.5° dengan harga 1.43 dari posisi yang seharusnya  $\alpha \approx 16.5^\circ$  dengan harga 1.66 sementara model SST- $k\omega$  lebih mampu memprediksi posisi puncak dari *lift coefficient* pada  $\alpha \approx 16.8^\circ$  dengan harga 1.57. Hal ini kemungkinan disebabkan karena model *Standard-kω* lebih disipatif dalam hal *eddy energy* sehingga gagal memprediksi *adverse pressure gradient* yang tinggi pada sudut terkait [14], [16]. Harga *lift coefficient* pada *angle of attack* tertinggi ( $\alpha = 20.04^\circ$ ) mampu diprediksi dengan baik dengan menggunakan model turbulensi *SST-kω* meskipun pada *angle of attack* terendah ( $\alpha = 10.34^\circ$ ) nilai yang ada masih belum dapat diprediksi dengan baik dikarenakan *error* dari komputasi numerik akan cukup besar pada daerah stagnasi [19]. Berbeda halnya dengan model *SST-kω*, penggunaan model *Standard-kω* gagal memprediksi harga *lift coefficient*, baik pada *angle of attack* terendah maupun tertinggi. Hasil yang serupa juga didapatkan pada penelitian Werner et. al. [20], dimana penggunaan model *SST-kω* memiliki performa yang baik untuk *low and medium angle of attack*.



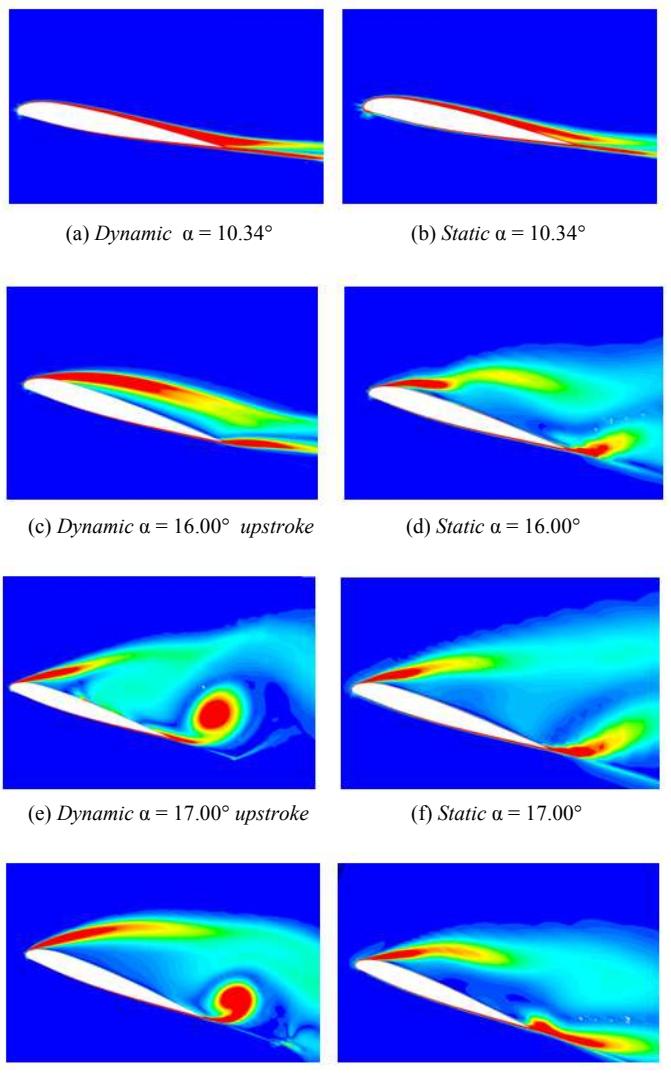
Gambar 5. Dynamic lift coefficient antara CFD dan hasil eksperimen oleh Liiva [17] dan model Analitis oleh Larsen [3].



Gambar 6. Perbandingan *lift coefficient* pada *reduced frequency* yang berbeda [21]

Penurunan *lift coefficient* pada  $16.8^\circ < \alpha < 20.04^\circ$  mengindikasikan terjadinya fenomena *shedding* pada *leading edge vortex* diikuti terbentuknya *trailing edge vortex* yang menyebabkan harga *lift coefficient* turun. Naiknya *lift coefficient* kembali pada daerah ini mengindikasikan terbentuknya kembali *leading edge vortex* diikuti *shedding*

dari *trailing edge vortex*. Hal ini dijelaskan oleh McCroskey , dimana baik fase maupun harga dari *dynamic forces* tergantung dari besarnya *reduced frequency*  $\hat{\omega}$ . Dengan naiknya  $\hat{\omega}$ , posisi dari *lift coefficient* bergeser menuju *angle of attack* yang lebih tinggi atau dengan kata lain akan menyebabkan penundaan terjadinya *stall* seperti diilustrasikan pada gambar 6. Pada  $\hat{\omega} = 0.05$ , baik terjadinya *shedding* pada *leading edge vortex* maupun terbentuknya *secondary vortex* terjadi sebelum airfoil mencapai *angle of attack* maksimum pada saat *upstroke*, pada  $\hat{\omega} = 0.15$ , terbentuknya *secondary vortex* tertunda hingga fase *downstroke*, dan pada  $\hat{\omega} = 0.25$ , *shedding* dari *leading edge vortex* bahkan terjadi pada saat *downstroke*. Pada gambar 6 terlihat bahwa posisi dari *lift coefficient* maksimum bergeser ke kanan (*Angle of attack* yang lebih tinggi) diikuti dengan naiknya harga dari *lift coefficient* seiring naiknya  $\hat{\omega}$  pada range  $0.05 < \hat{\omega} < 0.15$ . Berdasarkan penjelasan ini, dapat dilihat bahwa fenomena yang terjadi pada kasus ini dengan  $\hat{\omega} = 0.062$  menunjukkan pola yang serupa dengan  $\hat{\omega} = 0.05$ .



Gambar 7. Vorticity field pada kondisi *dynamic* dan *static* (1/s).

Gambar 7 menunjukkan perbandingan pola *vorticity* pada airfoil dalam kondisi *static* dan *dynamic* dengan menggunakan model turbulensi *SST-kω*. Pada  $\alpha = 10.34^\circ$ , tidak terjadi perbedaan yang signifikan pada kedua hasil numerik *static* maupun *dynamic*. Terlihat bahwa pola aliran *fully attached flow* terjadi pada kedua hasil simulasi, menghasilkan *lift coefficient* dengan harga yang sama pada *angle of attack* ini seperti terlihat pada gambar 5. Seiring dengan naiknya *angle of attack*, terjadi perbedaan yang signifikan pada kedua kondisi ini, seperti terlihat pada gambar 7(c) dan 7(d). Pada sudut sebesar  $16.00^\circ$ , posisi *static stall angle* sebesar  $12.5^\circ$  telah terlampaui dan airfoil berada dalam daerah *static stall* saat kondisi *static*. Harga dari *static lift coefficient* telah turun dan telah terjadi separasi masif pada *suction side* airfoil, sedangkan pada kondisi *dynamic* hal yang serupa tidak terjadi. Dengan naiknya *angle of attack*, terbentuk *leading edge vortex*, terkonveksi ke arah *trailling edge*, terseparasi, dan diikuti terbentuknya *trailling edge vortex* seperti terlihat pada gambar 7(e) yang secara jelas berbeda dengan kondisi *static* pada sudut yang sama. Pada sudut  $16.80^\circ$ , *lift coefficient* dalam kondisi *dynamic* mencapai harga maksimumnya, kenaikan *angle of attack* lebih lanjut akan mengakibatkan turunnya harga *lift coefficient* seperti terlihat pada gambar 5 dengan ditandai terbentuknya *trailling edge vortex* pada gambar 7 pada sudut  $17.00^\circ$ .

Fenomena perkembangan aliran fluida pada kondisi *dynamic* telah didiskusikan pada bagian ini. Hasil komputasi numerik mampu menangkap data kualitatif berupa fenomena *travelling vortex* yang menjadi ciri-ciri utama *dynamic stall* secara baik. Prediksi yang didapatkan dapat memberikan informasi yang lebih detail terhadap perkembangan aliran fluida pada fenomena *dynamic stall*.

#### IV. KESIMPULAN

Pada penelitian ini, dua model URANS, *Standard-kω* dan *SST-kω*, digunakan untuk melakukan simulasi numerik aliran fluida pada airfoil yang berosilasi secara dua dimensi. Kedua model turbulensi memberikan hasil secara *under-predicted* dibandingkan hasil eksperimen. Model *Standard-kω* terlihat terlalu disipatif untuk memprediksi posisi *lift coefficient* maksimum yang menyebabkan fenomena *dynamic stall* terjadi pada sudut yang lebih rendah pada model ini. Hasil yang lebih akurat ditunjukkan oleh penggunaan model *SST-kω*, dimana posisi puncak *lift coefficient* dapat diprediksi secara lebih baik, kecuali pada *angle of attack* yang tinggi dimana efek 3D menjadi lebih signifikan. Karakteristik utama dari *dynamic stall*, seperti dominasi *leading edge vortex* dan kurva histerisis *lift coefficient* dapat ditangkap secara baik menggunakan model ini. Meskipun demikian, fenomena transisi perkembangan aliran fluida sebelum dan sesudah *dynamic stall* kurang mampu ditangkap secara akurat. Agar didapatkan informasi yang lebih detail, penggunaan metode CFD yang lebih maju seperti LES maupun DES perlu dilakukan untuk mengakomodasi kegagalan URANS dalam memprediksi fenomena aliran pada daerah dengan *angle of attack* yang tinggi karena dominasi efek 3D.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis G.S.T.A.B. mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia yang telah memberikan dukungan finansial selama masa studi program sarjana melalui Beasiswa Unggulan Juara tahun 2008-2012.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Galvanetto, U., Piero, J., Chanharasenawong, C., An assessment of some effects of the nonsmoothness of leishman-beddoes dynamic stall model on the nonlinear dynamics of a typical aerofoil section. *Journal of Fluid and Structures* 24, (2008)151-163.
- [2] Witteveen, J.A.S., Sarkar, S., Bijl, H., Modeling physical uncertainties in dynamic stall induced fluid-structure interaction of turbine blades using arbitrary polynomial chaos. *Computers and Structures* 85, (2007) 866-878.
- [3] Larsen, J.W., Nielsen, S.R.K., Krenk, S., Dynamic stall model for wind turbine airfoil. *Journal of Fluid and Structures* 23, (2007)959-982.
- [4] VISCWIND, Viscous effects on wind turbine blades, final report on the JOR3-CT95-0007, Joule III project, Technical Report ET-AFM-9902, Technical University of Denmark, (1999).
- [5] Leishman, J.G., Principles of Helicopter Aerodynamics. Cambridge University Press, Cambridge, (2000).
- [6] Hansen, M.H., Gaunaa, M., Madsen, H.A., A beddoes-leishman type dynamic stall model in state space and indicial formulations. Risø National Laboratory Risø R-1354, (2004).
- [7] Petot, D., Modélisation du décrochage dynamique. *La Recherche Aérospatiale* 5, (1989) 60-72.
- [8] Gormont, R.E., A mathematical model of unsteady aerodynamics and radial flow for application to helicopter rotors. Technical Report TR 72-67, USAAV Labs, (1973).
- [9] Johnson, W., The response and airloading of helicopter rotor blades due to dynamic stall. Massachusetts Institute of Technology ASRL TR 130-1, (1970)
- [10] Øye, S., Dynamic stall simulated as time lag of separation. Technical Report, Department of Fluid Mechanics, Technical University of Denmark, (1991).
- [11] Leishman, J.G., Beddoes, T.S., a, A semi-empirical model for dynamic stall. *Journal of the American Helicopter Society* 34, (1986)3-17.
- [12] Leishman, J.G., Beddoes, T.S., A generalised model for airfoil unsteady aerodynamic behaviour and dynamic stall using the indicial method. *Proceedings of the 42nd Annual Forum of the American Helicopter Society*, (1986).
- [13] Meyer, M., Matthies, H.G., State-space representation of instationary two-dimentional airfoil aerodynamics. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 92, (2003) 263-274.
- [14] Wang, S., Ingham, D. B., Ma, L., Pourkashanian, M., Tao, Z., Numerical investigations on dynamic stall of low Reynolds number flow around oscillating airfoils. *Computers & Fluids* 39, (2010) 1529–1541.
- [15] Reu, T. and Ying, S. X., Hybrid grid approach to study dynamic stall. *AIAA J.* 30 (11), (1992) 2670-2676.
- [16] Ansys F. Fluent user's manual. Software release 13.
- [17] Liiva, J., Unsteady aerodynamic and stall effects on helicopter rotor blade airfoil sections. *Journal of Aircraft* 6, (1969) 46–51.
- [18] Raffel, M., Favier, D., Berton, E., Rondot, C., Nsimba, M., Geissler, W., Micro-PIV and ELDV wind tunnel investigations above a helicopter blade tip, *Measur. Sci. Technol* 17, (2006)1652–1658.
- [19] Perzon, S., Sjögren, T., and Jönson, A., Accuracy in computational aerodynamics part 2: base pressure, SAE Technical Paper, (1998).
- [20] Werner, P., Geissler, W., Raffel, M., Kompenhans J., Experimental and numerical investigations of dynamic stall on a pitching airfoil. *AIAA J.* 34 (5), (1996) 982–989.
- [21] McCroskey, W., Carr, L., McAlister, K., Dynamic stall experiments on oscillating airfoils. *AIAA J.* 14 (1), (1976) 57–63.