

# Peramalan Volume Pemakaian Air di PDAM Kota Surabaya dengan Menggunakan Metode *Time Series*

Moh Ali Asfihani dan Irhamah

Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

*e-mail*: mohali14@mhs.statistika.its.ac.id, irhamah@statistika.its.ac.id

**Abstrak**—Ketersediaan air bersih di dunia ini sangat terbatas, sedangkan jumlah manusia setiap waktu semakin bertambah. Banyak permasalahan yang sampai saat ini belum dapat diatasi salah satunya adalah penyediaan air bersih. Pada penelitian ini bertujuan untuk memodelkan volume pemakaian air di PDAM Kota Surabaya pada kelompok rumah tangga atau perumahan kelas menengah kebawah, kelas menengah dan kelas menengah keatas. Sehingga manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah mendapatkan hasil ramalan yang tepat untuk volume pemakaian air di PDAM Kota Surabaya pada kategori tersebut. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Time Series* yaitu menggunakan metode ARIMA dan fungsi transfer. Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah jumlah pelanggan sebagai deret input dan volume pemakaian air sebagai deret output. Kesimpulan yang diperoleh dalam penelitian ini adalah karakteristik jumlah pelanggan memiliki rata-rata pertumbuhan pelanggan yang berfluktuasi sedangkan secara keseluruhan cenderung meningkat, sedangkan jumlah volume pemakaian air juga mengalami fluktuasi atau perubahan naik maupun turun. Dari hasil perbandingan metode untuk rumah tangga kelas menengah kebawah metode ARIMA adalah yang terbaik, sedangkan untuk rumah tangga kelas menengah adalah metode fungsi transfer yang terbaik dan untuk rumah tangga kelas menengah keatas metode yang terbaik adalah ARIMA.

**Kata Kunci**—ARIMA, Fungsi Transfer, Jumlah Pelanggan, Volume Pemakaian Air

## I. PENDAHULUAN

TOTAL jumlah air yang ada, hanya 3% yang tersedia sebagai air tawar yang dimana lebih dari dua per tiga bagiannya berada dalam bentuk es di glasier dan es kutub, sedangkan sisanya merupakan air laut. Sampai saat ini, penyediaan air bersih untuk masyarakat di Indonesia masih dihadapkan pada beberapa permasalahan yang belum dapat diatasi sepenuhnya. Salah satu masalah yang masih dihadapi sampai saat ini yaitu masih rendahnya tingkat pelayanan air bersih untuk masyarakat.

Berbagai penelitian telah dilakukan sebelumnya terhadap volume pemakaian air diantaranya adalah [3] melakukan peramalan volume produksi air di PDAM Kabupaten Bojonegoro berdasarkan jumlah pelanggan dan volume konsumsi air dengan menggunakan metode fungsi transfer dan dihasilkan bahwa dengan menggunakan metode fungsi transfer mendapatkan hasil yang lebih baik atau error lebih kecil dibandingkan dengan hanya menggunakan metode ARIMA

karena selain dipengaruhi oleh volume produksi air pada periode 1, 22, dan 23 sebelumnya juga dipengaruhi oleh jumlah pelanggan pada periode 23, 24, 45, dan 46 sebelumnya. [2] meneliti tentang peramalan volume pemakaian air sektor rumah tangga di Kabupaten Gresik dengan menggunakan fungsi transfer dan diperoleh hasil volume pemakaian air bulan ini dipengaruhi oleh volume pemakaian pada 12 dan 24 sebelumnya, serta dipengaruhi oleh jumlah pelanggan pada 8, 20 dan 32 periode sebelumnya. Oleh karena itu PDAM Kota Surabaya perlu melakukan peramalan volume pemakaian air agar semua masyarakat yang berada di Kota Surabaya bisa menikmati dan mendapatkan layanan air bersih.

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan karakteristik data volume pemakaian air PDAM Kota Surabaya, mendapatkan model peramalan terbaik dari data volume pemakaian air PDAM Kota Surabaya dengan menggunakan metode *time series* dan mendapatkan peramalan dari data volume pemakaian air PDAM Kota Surabaya untuk beberapa periode mendatang. Penelitian ini diharapkan memberikan informasi tambahan kepada pihak PDAM Surya Sembada Surabaya dengan menghasilkan ramalan yang tepat untuk volume pemakaian air yang akan datang sehingga dapat menjadi dasar pertimbangan serta perencanaan yang efektif dan efisien bagi perusahaan misalnya dalam hal penambahan volume air produksi dan penambahan sumber mata air baku yang baru sehingga kebutuhan masyarakat Surabaya akan air bersih dapat terpenuhi secara optimal. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah ARIMA dan fungsi transfer.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### A. *Time Series*

*Time series* merupakan deretan atau rangkaian observasi yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat menurut urutan waktu kejadiannya dengan interval waktu yang tetap (konstan) secara runtun. Tujuan mempelajari *time series* adalah memahami dan memberikan gambaran untuk membuat suatu mekanisme, peramalan nilai masa depan dan optimalisasi sistem control.

### B. Model ARIMA Box-Jenkins

Model ARIMA Box-Jenkins merupakan penggabungan antara model *autoregressive* (AR) dan *moving average* (MA) serta proses *differencing* orde  $d$  terhadap data *time series*.

Bentuk umum model ARIMA  $(p,d,q)$  non musiman adalah sebagai berikut [5].

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (1)$$

dengan,

$\phi_p$  : koefisien komponen AR non musiman dengan orde  $p$

$\theta_q$  : koefisien komponen MA non musiman dengan orde  $q$

$\phi_p(B)$  :  $(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$

$\theta_q(B)$  :  $(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$

$(1-B)^d$  : operator untuk differencing orde  $d$

$a_t$  : nilai residual pada saat  $t$ .

Metode ARIMA Box-Jenkins memiliki empat langkah analisis yaitu identifikasi model, estimasi parameter dan uji signifikansi, cek diagnosa, dan peramalan. Suatu data *time series* dapat dikatakan telah stasioner, apabila *mean* dan *varians* dari data yang digunakan tidak ada perubahan sistematis dari kedua ciri data tersebut. Untuk menstasionerkan data terhadap *varians* maka dilakukan transformasi Box-Cox. Sedangkan, untuk menstasionerkan data terhadap *mean* maka dilakukan differencing. Nilai-nilai dari model ARIMA dapat diduga berdasarkan pola dari plot ACF ( $q$ ) dan PACF ( $p$ ) pada data yang telah stasioner. Selanjutnya melakukan estimasi parameter uji signifikansi dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Selanjutnya dilakukan cek diagnosa yaitu pengujian untuk memeriksa residual data telah memenuhi asumsi *white noise* dengan uji Ljung-Box. Sedangkan kenormalan suatu residual data menggunakan uji Kolmogorov Smirnov. Jika residual belum memenuhi asumsi kenormalan, maka dilakukan deteksi *outlier*. Pemilihan model terbaik adalah model yang memiliki nilai kriteria terkecil. Pada penelitian ini menggunakan kriteria berdasarkan kesalahan peramalan *out sample* MAPE dan RMSE.

### C. Metode Fungsi Transfer

Analisis fungsi transfer merupakan salah satu alternatif untuk menyelesaikan permasalahan apabila terdapat lebih dari satu deret berkala, dimana keadaan ini sering disebut multivariat deret waktu dalam statistika.

Menurut [1] model fungsi transfer *bivariat* ditulis dalam 2 bentuk umum, bentuk pertama adalah ditampilkan pada persamaan (2.17).

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \quad (2)$$

Dengan;

$Y_t$  = Deret Output

$X_t$  = Deret Input

$N_t$  = pengaruh kombinasi dari seluruh faktor yang mempengaruhi  $Y_t$ , dan disebut dengan gangguan (*noise*)

$v(B) = (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots + v_k B^k)$ , dimana  $k$  adalah orde fungsi transfer.

$B$  = Operator mundur

Orde fungsi transfer adalah  $k$  (menjadi orde tertinggi untuk proses perbedaan dan ini kadang-kadang dapat menjadi lebih besar, sehingga model fungsi transfer dapat ditulis dalam model kedua sebagai berikut.

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + n_t \quad (3)$$

atau

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (4)$$

dimana;

$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$

$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

$y_t$  = Nilai  $Y_t$  yang stasioner

$X_t$  = Nilai  $X_t$  yang stasioner

$a_t$  = eror dan  $r, s, p, q$  dan  $b$  adalah konstanta.

Pernyataan  $\theta(B)$  dan  $\phi(B)$  secara berturut-turut menyatakan operator rata-rata bergerak atau *moving average* dan operator *autoregresif* (AR) untuk gangguan  $n_t$ . Sedangkan untuk  $r, s, b$  menunjukkan penentuan parameter model fungsi transfer yang menghubungkan  $y_t$  dengan  $x_t$  dan  $p, q$  menunjukkan pembentukan parameter dari model gangguan (*noise model*). Umumnya, suatu *output* ( $Y_t$ ) dapat juga dipengaruhi oleh beberapa *input*. Menurut [4], model tersebut merupakan model fungsi transfer *multi input*, yang ditampilkan pada persamaan (2.20).

$$y_t = \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} x_{jt-bj} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (5)$$

dimana:

$\omega_j(B)$  = Operator *moving average* order  $s_j$  untuk deret ke- $j$

$\delta_j(B)$  = Operator *autoregressive* order  $r_j$  untuk deret ke- $j$

$\theta(B)$  = Operator *moving average* order  $q$

$\phi(B)$  = Operator *autoregressive* order  $p$

Pembentukan model fungsi transfer untuk deret *input* ( $X_t$ ) dan deret *output* ( $Y_t$ ) tertentu meliputi 4 tahap utama dan beberapa sub utama dan beberapa sub tahap. Empat tahap utama tersebut adalah identifikasi model fungsi transfer, penaksiran parameter model fungsi transfer, uji diagnostik model fungsi transfer dan penggunaan model fungsi transfer untuk peramalan [1].

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam pengidentifikasi model fungsi transfer terdiri atas 7 tahap, yaitu:

#### I. Mempersiapkan Deret Input dan Deret Output

[1] menjelaskan tentang beberapa hal yang perlu dilakukan dalam mempersiapkan deret *input* dan deret *output* adalah memeriksa :

- Transformasi perlu dilakukan terhadap deret input dan output karena transformasi yang tepat dapat mengatasi ragam yang tidak stasioner,
- Differencing* juga harus dilakukan untuk deret *input* dan deret *output* supaya menjadi stasioner apabila tidak stasioner terhadap rata-rata, dan
- Pengaruh musiman pada deret input dan deret output jua perlu dihilangkan, karena menyebabkan nilai-nilai  $(r,s,b)$  menjadi lebih kecil dibandingkan dengan jika tidak dilakukan pengujian terhadap musiman (walaupun bukan merupakan persyaratan dari fungsi transformasi). Dengan demikian, deret data yang telah ditransformasi dan telah sesuai disebut dengan  $x_t$  dan  $y_t$ .

#### II. Prewhitening Deret Input

Menurut [1], deret *input* dapat dibuat lebih mudah diatur dengan dilakukan *prewhitening*, maksudnya adalah dengan menghilangkan seluruh pola yang diketahui sehingga yang tertinggal hanya *white noise*. Model untuk deret *input* yang telah dilakukan *prewhitening* ditampilkan pada persamaan

(2.21).

$$a_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t \quad (6)$$

Deret  $a_t$  inilah yang disebut dengan *prewhitening* deret *input*  $x_t$ ,  $a_t$  adalah residual yang telah *white noise*.

### III. *Prewhitening* Deret *Output*

Transformasi *prewhitening* untuk deret *input*  $x_t$  seperti pada persamaan (2.21) harus diterapkan juga terhadap deret *output*  $y_t$  [1]. *Prewhitening* deret *output* dilakukan agar fungsi transfer dapat memetakan  $x_t$  kedalam  $y_t$ . Deret  $y_t$  yang telah di *prewhitening* disebut deret  $\beta_t$  yaitu:

$$\beta_t = \left( \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} \right) y_t \quad (7)$$

### IV. Perhitungan Korelasi Silang Deret *Input* dan Deret *Output* yang telah di *Prewhitening*

Menurut [4], fungsi korelasi silang tidak hanya mengukur kekuatan hubungan, tetapi juga mengukur arah hubungan itu, sehingga untuk melihat hubungan antara deret *input* ( $X_t$ ) dan deret *output* ( $Y_t$ ) secara grafik, perlu menghitung CCF (*Cross Correlation Function*),  $\rho_{xy}(k)$  untuk kedua lag baik positif maupun negatif.

Korelasi silang antara deret *input* ( $a_t$ ) dan deret *output* ( $\beta_t$ ) yang telah di *prewhitening* dan disesuaikan adalah:

$$r_{a\beta}(k) = \frac{C_{a\beta}(k)}{S_a S_\beta} \quad (8)$$

dengan  $r_{a\beta}$  adalah nilai korelasi silang antara deret *input* ( $a_t$ ) dan deret *output* ( $\beta_t$ ) yang telah di *prewhitening*,  $C_{a\beta}$  adalah nilai kovarians antara deret *input* ( $a_t$ ) dan deret *output* ( $\beta_t$ ) yang telah di *prewhitening*,  $S_a$  adalah nilai standart deviasi dari deret *input* ( $a_t$ ) yang telah di *prewhitening*, dan  $S_\beta$  adalah nilai standart deviasi dari deret *output* ( $\beta_t$ ) yang telah di *prewhitening*.

### V. Penetapan Penetapan $r, s, b$ untuk Model Fungsi Transfer

Tiga parameter kunci dalam membentuk model fungsi transfer adalah ( $r, s, b$ ) dimana:

$r$  = adalah derajat fungsi  $\delta(B)$ ,

$s$  = adalah derajat fungsi  $\omega(B)$ , dan

$b$  = adalah keterlambatan yang dicatat dalam subskrip dari  $X_{t-b}$

kenyataan-kenyataan ini biasanya disimpulkan ke dalam tiga bentuk prinsip petunjuk, yang ditunjukkan untuk membantu seorang peramal dalam menentukan nilai yang tepat untuk ( $b, r, s$ ) yaitu sebagai berikut:

- Sampai lag waktu ke- $b$ , korelasi silang tidak akan berbeda dari nol secara signifikan
- Untuk  $s$  *time lag* selanjutnya, korelasi silang tidak akan memperhatikan adanya pola yang jelas.
- Untuk  $r$  *time lag* selanjutnya, korelasi silang akan memperlihatkan suatu pola yang jelas.

[4], memberikan suatu petunjuk dalam menentukan nilai  $b, r$ , dan  $s$  yang jelas.

- Untuk kasus  $r = 0$ , fungsi transfer hanya mengandung sejumlah bobot respons implus yang dimulai dari  $v_b = 0$  dan  $v_{b+s} = -\omega_s$
- Untuk kasus  $r = 1$ , bobot respons implus menunjukkan pola menurun secara eksponensial dari  $v_b$  jika  $s = 0$ , dari  $v_{b+1}$  jika  $s = 1$  dan  $v_{b+2}$  jika  $s = 2$ .
- Untuk kasus  $r = 2$ , bobot respon implus menunjukkan pola gelombang sinus teredam.

### VI. Pengujian *Noise Series*

Menurut [4] jika bobot respon implus  $v$  diperoleh, maka perhitungan nilai taksiran pendahuluan dari deret gangguan  $n_t$ .

$$n_t = y_t - \sum_{j=1}^m \hat{v}_j(B) x_{jt} \quad (9)$$

### VII. Penetapan ( $p_n, q_n$ ) untuk Model ARIMA ( $p_n, 0, q_n$ ) dari Deret *Noise*

[1] menjelaskan bahwa penetapan parameter deret gangguan ( $p, q$ ) dilakukan dengan menganalisis nilai-nilai  $n_t$  menggunakan metode ARIMA biasa untuk menemukan apakah terdapat model ARIMA ( $p_n, 0, q_n$ ) yang tepat untuk menjelaskan deret tersebut. Fungsi  $\phi_n(B)$  dan  $\theta_n(B)$  untuk deret *noise*  $n_t$  diperoleh untuk mendapatkan persamaan berikut.

$$\phi_n(B) n_t = \theta_n(B) a_t \quad (10)$$

$n_t$  adalah deret gangguan (*noise series*).

### D. *Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Surabaya*

PDAM Kota Surabaya adalah badan usaha milik daerah, yang menangani masalah pengelolaan air bersih di Kota Surabaya. Kantor PDAM Kota Surabaya berada di Jalan Prof Dr. Moestopo, lokasinya dekat dengan stasiun Gubeng. PDAM Kota Surabaya mendapat penghargaan dari Persatuan Perusahaan Air Minum Seluruh Indonesia (Perpamsi) sebagai penyelenggara pelayanan air minum terbaik pertama di Indonesia untuk kategori PDAM Metropolitan.

## III. METODOLOGI PENELITIAN

### A. *Sumber Data*

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Perusahaan Air Minum Daerah (PDAM) di Kota Surabaya. Data tersebut adalah volume pemakaian air bulanan dan jumlah pelanggan, dimana data in sampel mulai Juli 2008 sampai Desember 2015 sebanyak 90 data, dan data out sampel mulai Januari 2016 sampai Oktober 2016 sebanyak 10 data.

### B. *Variabel Penelitian*

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah data volume pemakaian air dan jumlah pelanggan periode bulanan PDAM Kota Surabaya. Data tersebut terdiri dari 11 kelompok pelanggan, akan tetapi diambil 3 kelompok pelanggan yang memiliki volume pemakaian air terbesar yaitu kategori 3A (rumah tangga kelas menengah kebawah), kategori 4A (rumah tangga kelas menengah keatas), sehingga terdapat 3 kelompok data jumlah pelanggan dan data volume pemakaian air dari kelompok pelanggan tersebut, berikut adalah variabel-variabel tersebut.

- Variabel  $Y_t$  adalah volume pemakaian air (Deret Output).
- Variabel  $X_t$  adalah jumlah pelanggan (Deret Input).

### C. *Langkah Analisis*

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini dapat dijelaskan sebagai berikut.

- Melakukan analisis deskriptif pada data volume pemakaian air dan jumlah pelanggan dengan menggunakan mean, standar deviasi, minimum dan maksimum.
- Mempersiapkan deret *input* (jumlah pelanggan) dan deret

- output* (volume pemakaian air)
- Melakukan identifikasi pada *time series* plot, plot ACF dan PACF. Jika tidak stasioner dalam varians maka dilakukan transformasi, sedangkan tidak stasioner dalam *mean* maka dilakukan *differencing*.
  - Penentuan model ARIMA untuk jumlah pelanggan.
  - Melakukan uji kesesuaian model dengan memenuhi asumsi *white noise* dan kenormalan.
  - Melakukan *prewhitening* pada deret *input* untuk memperoleh  $\alpha_t$ .
  - Melakukan *prewhitening* pada deret *output* untuk memperoleh  $\beta_t$ .
  - Melakukan perhitungan korelasi silang (*Cross Correlation*) dan autokorelasi untuk deret *input* dan *output* yang telah di *prewhitening*.
  - Menetapkan nilai (*b,r,s*) yang menghubungkan deret *input* dan *output* untuk menduga model fungsi transfer.
  - Penaksiran awal deret *noise* ( $n_t$ ) dan perhitungan autokorelasi, parsial dan spektrum garis untuk deret ini.
  - Menetapkan ( $p_n, q_n$ ) untuk model ARIMA ( $p_n, 0, q_n$ ) dari deret *noise* ( $n_t$ ).
  - Penaksiran parameter model fungsi transfer. Penaksiran parameter dari model fungsi transfer menggunakan metode *Conditional Least Square*.
  - Uji diasnostik model fungsi transfer dengan menghitung autokorelasi untuk nilai sisa model (*b,r,s*) yang menghubungkan deret *output* dan deret *input* dan menghitung korelasi silang antara nilai sisa dengan residual ( $\alpha_t$ ) yang telah di *prewhitening*.
  - Melakukan peramalan nilai-nilai yang akan datang dengan menggunakan model fungsi transfer.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Karakteristik Jumlah Pelanggan dan Volume Pemakaian Air di PDAM Kota Surabaya

Karakteristik data jumlah pelanggan dan volume pemakaian air di PDAM Kota Surabaya disajikan dalam bentuk tabel di bawah ini sehingga dapat diperoleh informasi yang mudah dipahami.

Tabel 1  
Statistika Deskriptif

Kategori	Rata-rata Pemakaian Air (m <sup>3</sup> )	Rata-rata Pertumbuhan Pelanggan
3A	5.117.973	+ 82
4A	4.073.034	+ 398
4B	3.966.440	+ 87
Total Keseluruhan	19.043.315	+ 892

Berdasarkan tabel 4.1 diatas dapat dijelaskan bahwa rata-rata pemakaian air setiap kelompok pelanggan perbulan adalah berbeda-beda begitu juga rata-rata pertumbuhan pelanggan perbulan. Rata-rata pemakaian air perbulan terbesar di PDAM Kota Surabaya adalah kelompok rumah tangga kelas menengah kebawah sebesar 5.117.973 m<sup>3</sup>, rumah tangga kelas menengah sebesar 4.073.034 m<sup>3</sup> dan rumah tangga kelas menengah keatas

adalah 3.966.440 m<sup>3</sup>, sedangkan rata-rata pertumbuhan pelanggan masing-masing adalah 82, 398 dan 87.

B. Pemodelan pada Rumah Tangga Kelas Menengah Kebawah

Proses pemodelan ARIMA dari data volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah kebawah dilakukan transformasi dan *differencing* sehingga data telah stasioner dalam mean dan varians.

Secara umum hasil pengujian parameter dan pemeriksaan diagnosis ditunjukkan pada tabel 4.14 dibawah.

Tabel 2  
Hasil Pengujian Parameter dan Pemeriksaan Diagnosis pada Volume Pemakaian Air Kategori 3A

Model	Parameter	Pemeriksaan Diagnosis
ARIMA (1,1,[12])	Signifikan	White Noise Normal
ARIMA ([1,4],1,[12])	Signifikan	White Noise Normal
ARIMA ([1,4,11],1,[12])	Signifikan	White Noise Normal

Berdasarkan tabel 2 menunjukkan bahwa semua model mempunyai nilai parameter signifikan, sedangkan dalam pemeriksaan diagnosis model berdistribusi normal dan *white noise*.

Tabel 3  
Pemilihan Model Terbaik Kriteria In Sample pada Volume Pemakaian Air Kategori 3A

Model	AIC
ARIMA (1,1,[12])	-1797,43
ARIMA ([1,4],1,[12])	-1796,38
ARIMA ([1,4,11],1,[12])	-1794,38

Tabel 3 menunjukkan bahwa dengan menggunakan nilai AIC maka model yang terbaik adalah ARIMA (1,1,[12]) dengan nilai AIC sebesar -1797,43.

Selanjutnya dengan menggunakan cara yang sama didapatkan model yang terbaik untuk deret input adalah ARIMA (1,1,0) dengan nilai AIC sebesar 1433.448. Secara matematis dapat di tulis sebagai berikut:

$$x_t = 859.42865 + x_{t-1} + 0.78485x_{t-1} - 0.78485x_{t-2} + a_t$$

Sehingga *prewhitening* deret input adalah

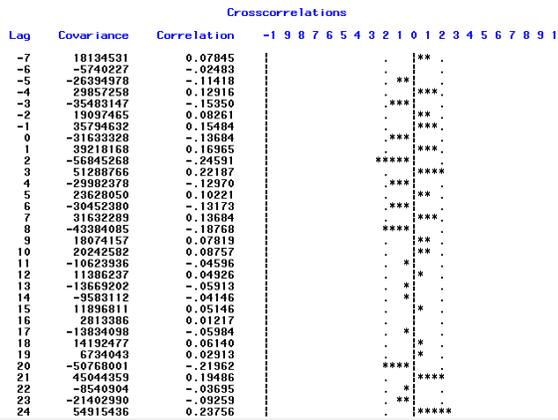
$$a_t = x_t - 859.42865 - x_{t-1} - 0.78485x_{t-1} + 0.78485x_{t-2}$$

Sedangkan *prewhitening* deret output adalah

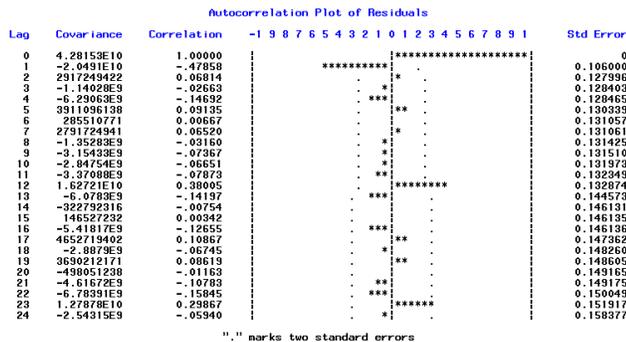
$$\beta_t = y_t - 859.42865 - y_{t-1} - 0.78485y_{t-1} + 0.78485y_{t-2}$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan identifikasi (*b,r,s*) berdasarkan plot CCF (*Crosscorrelation Function*).

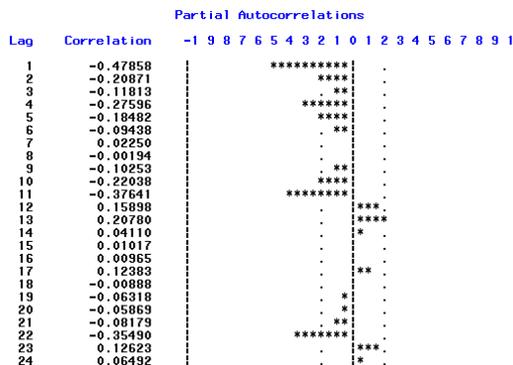
Gambar 1 plot CCF antara deret input (jumlah pelanggan rumah tangga kelas menengah kebawah) dengan deret output (volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah kebawah). Berdasarkan plot CCF orde (*b,r,s*) dapat diketahui nilainya pada tabel 4, karena residual tidak memenuhi asumsi *white noise* maka dilakukan pemodean ARMA pada deret *noise* yang dapat diduga dari plot ACF dan PACF berikut.



Gambar 1 Plot CCF Kategori 3A



Gambar 2 Plot ACF Pada Residual Deret Noise untuk Kategori 3A



Gambar 3 Plot PACF Pada Residual Deret Noise untuk Kategori 3A

Setelah dilakukan pengujian parameter dan diagnosis model didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 4  
Pengujian Parameter Model Fungsi Transfer Kategori 3A

Model	Parameter	Estimasi	$t_{hitung}$
b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23])	MA 1	0.70559	5.09
	MA 23	-0.31234	-2.18
	AR 12	0.38637	4.03
b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[23])	$\omega_0$	25.37949	5.80
	MA 23	-0.50936	-3.77
	AR 12	0.37599	3.69
	$\omega_0$	15.51548	1.32

Tabel 4 diketahui bahwa dugaan model dengan nilai b=2, r=0, s=0 dengan ARMA ([12],[1,23]) memiliki nilai  $t_{hitung} > t_{tabel}$  pada taraf signifikan  $\alpha=5\%$ , kesimpulannya parameter

signifikan. Selanjutnya adalah dilakukan pengujian diagnosis yaitu residual *white noise* dan berdistribusi normal.

Tabel 5 menunjukkan bahwa residual model dugaan awal untuk fungsi transfer b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23]) pada deret input (jumlah pelanggan untuk kategori 3A) dengan deret output (pemakaian air untuk kategori 3A) diketahui nilai  $\text{Chi-Square}_{hitung} < \text{Chi-Square}_{tabel}$  sehingga residual memenuhi asumsi *white noise*.

Tabel 5  
Pemeriksaan Diagnosis Model Fungsi Transfer Kategori 3A

Model (b,r,s)	Pemeriksaan Diagnosis			
	Lag	Df	Chi-Square	Kolmogorov
b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23])	6	3	7.73	0.076104
	12	9	10.13	
	18	15	15.02	
b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[23])	24	21	23.52	0.108408
	6	4	30.93	
	12	10	32.01	
	18	16	43.53	
	24	22	50.02	

Tabel 6  
Model Fungsi Transfer Terbaik untuk Kategori 3A

Model Fungsi Transfer	AIC
b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23])	2323.799

Secara umum model fungsi transfer yang terpilih adalah b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23]) dan dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_t = (0.38637)y_{t-12} + (25.37949)x_{t-2} - (0.38637)(25.37949)x_{t-14} + a_t - 0.70559a_{t-1} + 0.31234a_{t-23}$$

Dari model diatas dapat dijelaskan bahwa volume pemakaian air bulan ini di PDAM Kota Surabaya kelompok rumah tangga kelas menengah kebawah dipengaruhi oleh volume pemakaian air pada periode 12 bulan sebelumnya serta jumlah pelanggan pada periode 2 dan 14 bulan sebelumnya.

C. Permodelan pada Rumah Tangga Kelas Menengah

Data dilakukan transformasi dan *diffrencing* sehingga data telah stasioner dalam mean dan varians. Hasil dari pemodelan ARIMA didapatkan model yang terbaik adalah ARIMA ([1,4],1,[1,12]) untuk volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah dengan nilai AIC sebesar -1786.41. Sedangkan model yang terbaik untuk model fungsi transfer adalah b=5,r=0,s=0 dengan deret noise ARMA ([1,4,12],[1,23]).

D. Permodelan pada Rumah Tangga Kelas Menengah Keatas

Data dilakukan *diffrencing* sehingga data telah stasioner dalam mean dan varians. Hasil dari pemodelan ARIMA didapatkan model yang terbaik adalah ARIMA ([1,2,3,4,21],1,[12]) untuk volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah keatas dengan nilai AIC sebesar 2310.007. Sedangkan model yang terbaik untuk model fungsi transfer adalah b=5, r=0, s=0 dengan deret noise ARMA ([12],1).

E. Perbandingan Kedua Metode

Setelah mendapatkan model terbaik dari metode ARIMA dan fungsi transfer untuk meramalkan volume pemakaian air maka

perlu dikakukan pemilihan model terbaik berdasarkan kriteria out sample untuk mendapatkan hasil ramalan yang terbaik. Berikut adalah hasil perbandingan nilai RMSE metode ARIMA dan metode fungsi transfer.

Tabel 7  
Perbandingan Metode

Kategori	Model	RMSE
Rumah Tangga Kelas Menengah Kebawah	ARIMA (1,1,[12])	259.194,9769
Rumah Tangga Kelas Menengah Keatas	b=2,r=0,s=0 dan ARMA ([12],[1,23])	270.298,1453
Rumah Tangga Kelas Menengah	ARIMA ([1,4],1,[1,12])	243.437,4785
Rumah Tangga Kelas Keatas	b=5, r=0, s=0 ARMA ([1,4,12],[1,23])	181.482,8284
Rumah Tangga Kelas Menengah	ARIMA ([1,2,3,4,21],1,[12])	149.164,9779
Rumah Tangga Kelas Keatas	b=5, r=0, s=0 ARMA ([12],1)	148.055,4276

Dari Tabel 7 diatas dapat disimpulkan bahwa untuk rumah tangga kelas menengah kebawah model yang terbaik untuk meramalkan adalah ARIMA (1,1,[12]) karena memiliki nilai RMSE yang paling kecil, sedangkan untuk rumah tangga kelas menengah model yang terbaik adalah fungsi transfer b=5, r=0, s=0 dengan model deret noise ARMA ([1,4,12],[1,23]) dan rumah tangga kelas menengah keatas model yang terbaik adalah fungsi transfer b=5,r=0,s=0 dengan model deret noise ARMA ([12],1).

Hasil peramalan volume pemakaian air (m<sup>3</sup>) berdasarkan model terbaik pada bulan November 2016 sampai Desember 2017 adalah sebagai berikut.

Tabel 8  
Hasil Ramalan

Periode	Kategori		
	3A	4A	4B
November 2016	4986023	4260486	3991535
Desember 2016	5114021	4159610	4043809
Januari 2017	5049640	4240697	3984209
Februari 2017	5180113	4173823	4019267
Maret 2017	5149127	4188556	3996984
April 2017	5020041	4163170	3946289
Mei 2017	5026346	4152668	3937816
Juni 2017	5292985	4325813	4097938
Juli 2017	4911168	4151519	3884698
Agustus 2017	5336850	4450377	4130910
September 2017	5017568	4265926	3964216
Oktober 2017	5087755	4347618	4064453
Nopember 2017	5051911	4460735	4053436
Desember 2017	5069899	4360334	4086611

Tabel 8 menunjukkan hasil ramalan volume pemakaian air pada bulan Januari 2017 sampai Desember 2017. Hasil ramalan menunjukkan bahwa volume pemakaian air berfluktuasi yaitu mengalami kenaikan dan penurunan dimana pemakaian air tertinggi pada bulan Agustus 2017 sebesar 5.466.397 m<sup>3</sup> untuk rumah tangga kelas menengah kebawah, 4.477.590 m<sup>3</sup> untuk rumah tangga kelas menengah dan untuk rumah tangga kelas menengah keatas p 4.102.573 m<sup>3</sup>.

## V. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan yang diperoleh pada penelitian ini adalah model Peramalan terbaik untuk kelompok pelanggan rumah tangga

kelas menengah kebawah adalah ARIMA (1,1,[12]), sedangkan untuk kelompok pelanggan rumah tangga kelas menengah adalah fungsi transfer b=5, r=0, s= 0 dengan deret noise ARMA ([1,4,12],[1,23]) dan untuk rumah tangga kelas menengah keatas model yang terbaik adalah fungsi transfer b=5, r=0, s=0 dengan deret noise ARMA ([12],1). Volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah kebawah bulan ini dipengaruhi oleh pemakaian air periode 1 dan 2 bulan sebelumnya. Pada rumah tangga kelas menengah, volume pemakaian air bulan ini dipengaruhi oleh volume pemakaian air rumah tangga kelas menengah pada periode 1, 4, dan 12 bulan sebelumnya dan dipengaruhi juga oleh jumlah pelanggan pada periode 5, 6, 9 dan 17 bulan sebelumnya. Sedangkan volume pemakaian air untuk rumah tangga kelas menengah keatas bulan ini dipengaruhi oleh volume pemakaian air pada periode 12 bulan sebelumnya dan jumlah pelanggan pada periode 5 dan 17 bulan sebelumnya.

Dalam penelitian ini saran yang dapat peneliti berikan bagi Perusahaan Daerah Air Minum Kota Surabaya adalah PDAM Kota Surabaya harus mempersiapkan untuk meningkatkan kapasitas produksi air, dikarenakan volume pemakaian air yang tiap bulan terus meningkat ditambah dengan banyaknya jumlah pelanggan baru yang juga diharapkan pelanggan dapat puas terhadap pelayanan PDAM Kota Surabaya dalam hal mencukupi kebutuhan air penduduk Kota Surabaya.

## VI. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Makridakis, S., Wheelright, S.C., dan McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi ke-2, Jilid I. Alih Bahasa : Andriyanto, U.S., dan Basith, A. Erlangga: Jakarta.
- [2] Nurina, D.L. 2013. *Peramalan Volume Pemakaian Air Sektor Rumah Tangga di Kabupaten Gresik dengan Menggunakan Fungsi Transfer*. Laporan Penelitian, FMIPA-ITS, Surabaya.
- [3] Pradhani, F.A. 2012. *Peramalan Volume Distribusi Air di PDAM Kabupaten Bojonegoro dengan Menggunakan Metode ARIMA Box-Jenkins*. Laporan Penelitian, FMIPA-ITS, Surabaya.
- [4] Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. United States Pearson Education, Inc. America