

**OPTIMASI PORTOFOLIO INVESTASI  
DENGAN MENGGUNAKAN MODEL MARKOWITZ**

Yayat Priyatna dan F. Sukono  
Jurusan Matematika FMIPA UNPAD

**Abstrak**

Permasalahan pokok dalam paper ini adalah memilih dua saham unggulan dan proporsi dana yang akan diinvestasikan dalam pembentukan suatu portofolio. Optimasi portofolio investasi di sini dilakukan dengan menggunakan model Markowitz. Dari empat saham unggulan versi LQ 45 yang dianalisis menunjukkan bahwa saham HM Sampurna dan Telkom memberikan hasil yang optimum dalam pembentukan portofolio investasi dengan proporsi dana berturut-turut sebesar 51% dan 49%.

**Abstract**

The main problem in this paper is choose two excellent stock and proportion of fund that will be invested within establishing a portfolio. Here, optimization of portfolio investment executed by using Markowitz model. From four excellent stock the LQ-45 version which analyzed shows that stock of HM. Sampurna and Telkom give the optimum yield within establishment a portfolio investment with proportion successive in the amount of 51% and 49%.

*Keywords* : Rate of return, portfolio investment, distribution function, mean, variance, and Lagrangean multiplier.

**1. PENDAHULUAN**

Masalah investasi sebenarnya sudah merupakan hal yang biasa dibicarakan orang, namun berinvestasi dengan cara menaruh sebagian dananya di pasar modal adalah bukan merupakan hal yang biasa dilakukan kebanyakan orang. Adanya risiko yang mempengaruhi tingkat keuntungan membuat sebagian orang enggan menginvestasikan uangnya di pasar modal. Bukan hanya karena harga saham yang sering berubah, melainkan juga karena kita sukar memperkirakan apa yang akan terjadi di masa datang, dan spekulasi sering dilakukan. Biasanya pasar modal

akan ikut bereaksi sesuai dengan perkembangan perekonomian. Apabila terjadi krisis ekonomi, harga saham dan surat berharga lainnya akan ikut berubah [1].

Jika seseorang telah menginvestasikan seluruh dananya hanya dalam bentuk saham tunggal, maka bisa dipastikan dia akan mengalami kebangkrutan jika harga saham yang dimiliki mengalami penurunan. Karena itulah seseorang perlu melakukan diversifikasi saat melakukan investasi, atau menyebarkan modalnya pada sejumlah saham yang mungkin akan memberikan keuntungan besar. Penggabungan sejumlah saham dalam sebuah investasi ini disebut *portofolio*. [2]

Tetapi dalam pembentukan portofolio akan timbul masalah lain, yaitu tidak bisa mengetahui dengan segera berapa proporsi dana yang optimum bagi masing-masing saham dalam portofolio. Analisis portofolio yang efisien perlu dilakukan untuk memecahkan masalah tersebut. Tujuannya adalah untuk memilih dua saham terbaik yang akan dimasukkan dalam pembentukan portofolio investasi yang optimum. Metode optimasi portofolio investasi akan dilakukan dengan menggunakan model Markowitz.

## 2. FORMULASI MODEL

- **Struktur Data**

Data yang digunakan di sini adalah harga saham harian dari beberapa perusahaan besar di Indonesia yang aktif dalam bursa saham versi LQ 45, dalam periode Januari - Agustus 2001. Dari beberapa saham aktif tersebut dipilih empat saham unggulan, dan dipilih lagi dua saham terbaik berdasarkan *tingkat return, risiko dan korelasi* antara saham-saham tersebut.

Selanjutnya dari dua saham terbaik yang terpilih tersebut ditentukan proporsi dana yang optimal untuk pembentukan sebuah portofolio. Pertama-tama kita bahas tingkat return saham individual sebagai berikut.

- **Tingkat Return Saham Individual**

Tingkat return aktual bagi pemegang saham bergantung kepada selisih harga saham pada periode tertentu dan satu periode sebelumnya, serta pembagian

*dividen* yang dibayarkan oleh perusahaannya. Besarnya dividen tidak tetap, bergantung keputusan hasil Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) [2].

$$Return = Capital Gain + Yield \quad (2.1)$$

*Capital gain/loss* adalah komponen return yang merupakan kenaikan atau penurunan harga saham yang bisa memberikan keuntungan atau kerugian bagi investor. Misalkan  $P_t$  menyatakan harga saham saat  $t$ , maka

$$Capital Gain \text{ atau } Capital Loss = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

Karena dividen dibagikan hanya pada akhir tahun, maka perhitungan tingkat return yang bersifat harian, mingguan atau bulanan, unsur dividen tidak dimasukkan atau dianggap nol, sehingga (2.1) dapat dinyatakan sebagai

$$R_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (2.2)$$

di mana  $R_t$  adalah tingkat return pada periode  $t$ , dan nilainya berubah-ubah sehingga dapat dipandang sebagai peubah acak yang berdistribusi tertentu [2]. Berikut ini akan dibahas penaksiran distribusi dari peubah acak tingkat return.

- **Penaksiran Distribusi Peubah Acak Tingkat Return**

Misalkan  $R_{it}$  adalah peubah acak tingkat return saham  $i$  pada saat  $t$ , maka  $R_{it}$  akan mempunyai distribusi tertentu dengan fungsi densitas  $f(r_i; \theta)$ , dimana  $\theta$  adalah vektor parameter. Karena data tingkat return berfluktuasi dengan sebaran yang hampir simetri terhadap bilangan tertentu, maka diduga data tingkat return tersebut berdistribusi normal dengan fungsi densitas

$$f(r_i; \mu_i, \sigma_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad ; -\infty < r_i < \infty \quad (2.3)$$

Parameter  $\mu_i$  dan  $\sigma_i$  dapat ditaksir menggunakan menggunakan *Maximum Likelihood Method*. [3] Jika masing-masing saham yang dianalisis terdiri dari  $n$  data tingkat saham, maka fungsi *Likelihood* dengan menggunakan (2.3) adalah

$$L(\mu_i, \sigma_i | R_{it}) = \prod_{t=1}^n f(r_{it}; \mu_i, \sigma_i) \quad (2.4)$$

Substitusikan (2.3) ke dalam (2.4) kemudian menurunkannya terhadap  $\mu_i$  dan  $\sigma_i$ , serta menyamakan dengan nol, maka penyelesaiannya akan diperoleh taksiran

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{it} \quad \text{dan} \quad \sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (r_{it} - \mu_i)^2 \quad (2.5)$$

Nilai-nilai parameter ini digunakan sebagai dasar penghitungan ekspektasi tingkat return dan risiko saham individual yang akan dibahas berikut.

- **Ekspektasi Return dan Risiko Saham Individual**

Berdasarkan asumsi tingkat return dari masing-masing saham berdistribusi normal, maka ekspektasi return masing-masing saham,  $\mu_i$ , adalah ditaksir dengan menggunakan rumus

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{it} \quad (2.6)$$

Sedangkan risiko dari masing-masing saham,  $\sigma_i$ , digambarkan sebagai penyimpangan tingkat return terhadap taksiran tingkat return, sehingga dapat ditaksir dengan menggunakan rumus

$$\hat{\sigma}_i = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_{it} - \mu_i)^2 \right]^{1/2} \quad (2.7)$$

- **Optimasi Portofolio Menurut Model Markowitz**

Harry Markowitz (1952) telah mengembangkan model dasar teori portofolio modern yang didasarkan pada masalah yang berhubungan dengan tingkah laku investor yang rasional. Markowitz menggunakan fluktuasi keuntungan sebagai risiko investasi. Apabila investasi A menghasilkan tingkat return  $R \pm s_1\%$  dan investasi B menghasilkan tingkat return  $R \pm s_2\%$  dan jika  $s_1 < s_2$ , maka pada tingkat keuntungan yang sama, yakni  $R$ , investasi B dipandang lebih berisiko. Oleh karena itu investor akan cenderung memilih investasi A [2].

Dari model dasar tersebut, selanjutnya dikatakan bahwa “suatu portofolio dikategorikan sebagai portofolio yang efisien (*efficient portfolio*) apabila portofolio tersebut terletak pada permukaan yang efisien (*efficient frontier*)”. *Efficient frontier* adalah kurva yang menghubungkan *efficient portfolio* yang memiliki deviasi standar terendah dengan *efficient portfolio* yang memiliki

*expected return* tertinggi [1]. Markowitz mengukur risiko dengan menggunakan analisis variansi, kemudian ia mengembangkan teori portofolio tersebut dengan pendekatan korelasi nol [2].

Asumsi-asumsi model Markowitz : (a) Tidak ada biaya transaksi, (b) Portofolio optimum ditentukan dari risiko minimum pada tingkat return tertentu, (c) Tidak ada simpanan dan pinjaman bebas risiko serta tidak ada *short-selling*, dan (d) Portofolio optimum akan terletak pada kurva *efficient frontier* yang dimulai dari risiko paling kecil [1].

Misalkan  $W_i$  adalah proporsi dana yang diinvestasikan pada saham ke- $i$ , dan dalam paper ini portofolio hanya terdiri dari dua saham, maka tingkat return portofolio dapat dinyatakan sebagai

$$R_p = \sum_{i=1}^2 W_i R_i = W_1 R_1 + W_2 R_2 \quad (2.8)$$

dan ekspektasi tingkat return portofolio adalah

$$\mu_p = E[R_p] = \sum_{i=1}^2 W_i \mu_i = W_1 \mu_1 + W_2 \mu_2 \quad (2.9)$$

Sedangkan variansi portofolio ditentukan berdasarkan rumus sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E[(R_p - \mu_p)^2] \\ &= E[\{W_1(R_1 - \mu_1) + W_2(R_2 - \mu_2)\}^2] \\ &= W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + 2W_1 W_2 \sigma_{12} \end{aligned} \quad (2.10)$$

di mana  $\sigma_{12} = E[(R_1 - \mu_1)(R_2 - \mu_2)] = \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$  dan  $\rho_{12}$  adalah koefisien korelasi antara saham ke-1 dan saham ke-2.

Karena  $W_1 + W_2 = 1$  atau  $W_2 = 1 - W_1$ , maka dari (2.10) dapat dinyatakan sebagai

$$\sigma_p = \left[ W_1^2 \sigma_1^2 + (1 - W_1)^2 \sigma_2^2 + 2W_1(1 - W_1)\sigma_{12} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

Persamaan ini adalah menggambarkan risiko portofolio dalam investasi. Portofolio optimum ditentukan dengan meminimumkan risiko portofoli, dengan cara menurunkan (2.11) terhadap  $W_1$  dan menyamakan dengan nol sebagai berikut

$$\frac{d\sigma_p}{dW_1} = \frac{1}{2} \frac{2W_1\sigma_1^2 - 2\sigma_2^2 + 2W_1\sigma_2^2 + 2\sigma_{12} - 4W_1\sigma_{12}}{[W_1^2\sigma_1^2 + (1-W_1)^2\sigma_2^2 + 2W_1(1-W_1)\sigma_{12}]^{1/2}} = 0 \quad (2.12)$$

Menyelesaikan (2.12) akan diperoleh proporsi dana untuk saham ke-1 dan ke-2 berturut-turut adalah

$$W_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_{12}} \text{ dan } W_2 = 1 - W_1 \quad (2.13)$$

Jika kita menggunakan  $W_1 = 1 - W_2$ , maka persamaa (2.11) dapat dinyatakan sebagai

$$\sigma_p = [(1-W_2)^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2(1-W_2)W_2\sigma_{12}]^{1/2} \quad (2.14)$$

Menurunkan (2.14) terhadap  $W_2$  dan menyamakan dengan nol, maka penyelesaiannya akan menghasilkan proporsi untuk saham ke-1 dan ke-2 berturut-turut adalah

$$W_2 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_{12}} \text{ dan } W_1 = 1 - W_2 \quad (2.15)$$

Dalam prakteknya, proporsi yang diberikan oleh pasangan (2.13) dan pasangan (2.15) akan menghasilkan harga ekspektasi tingkat return portofolio dan risiko yang berbeda [2]. Untuk memilih pasangan proporsi yang mana, kita dapat menggunakan kurva *coeficient frontier*.

### 3. ANALISIS OPTIMASI PORTOFOLIO INVESTASI

Data yang dianalisis ini diperoleh dari Bursa Efek Jakarta dengan menggunakan standar LQ-45. Dari sekian banyak saham yang diperjual-belikan diambil empat saham unggulan, yang saat itu adalah saham-saham ASSI, GGRM, HMSP dan TLKM. Dari empat saham ini ditentukan tingkat return harian masing-masing dengan menggunakan (2.2).

Tingkat return empat saham unggulan tersebut kemudian ditaksir distribusinya. Dengan menggunakan uji-kecocokan *Chi-Square*. Hipotesis yang digunakan adalah

$H_0$  : Tingkat return saham berdistribusi normal, melawan

$H_1$  : Tingkat return saham tidak berdistribusi normal

Kriteria uji adalah terima  $H_0$  jika  $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(dk;\alpha)}$ , dan terima  $H_1$  jika sebaliknya, di mana  $dk$  adalah *derajat kebebasan* dan  $\alpha$  adalah *tingkat signifikansi*.

Selanjutnya, dengan  $dk$  masing-masing dari keempat saham yang dianalisis, dan dengan menggunakan *tingkat signifikansi*  $\alpha=0,1$  %, nilai-nilai statistik  $\chi^2_{hitung}$  dan  $\chi^2_{(dk;\alpha)}$  serta keputusan penerimaannya seperti yang diberikan dalam tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1

Distribusi, Mean dan Deviasi Standar Empat Saham Unggulan

Saham	Distri- busi	Mean	Dev. Standar	$\chi^2_{hitung}$	$dk$	$\chi^2_{(dk;\alpha)}$	Kepu- tusan
ASII	Normal	0,00291300	0,05199100	12,213	2	13,815	Terima
GGRM	Normal	-0,00003712	0,02673674	4,845	2	13,815	Terima
HMSP	Normal	0,00110250	0,03072059	7,611	2	13,815	Terima
TLKM	Normal	0,00414730	0,03896062	9,558	2	13,815	Terima

Dari tabel 3.1 di atas, jelaslah bahwa tingkat return masing-masing saham adalah berdistribusi normal dapat diterima sesuai dugaan semula.

Dari empat saham unggulan di atas selanjutnya dipilih dua saham terbaik yang akan dimasukkan dalam pembentukan portofolio. Sebagai pertimbangan dalam pemilihan adalah nilai kovariansi dan korelasi yang terkecil. Karena kovariansi antara dua saham akan mempengaruhi besarnya risiko gabungan jika dua saham dimasukkan dalam portofolio. Hasil perhitungan kovariansi ini diberikan dalam tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2  
Kovarian Antara Dua Saham

Saham	ASII	GGRM	HMSP	TLKM
ASII		0,000679878	0,000870295	0,738994622
GGRM			0,669618152	0,427348129
HMSP				0,438518298
TLKM				

Sedangkan koefisien korelasi berguna untuk mengetahui kekuatan dan arah hubungan dari dua saham. Hasil perhitungan koefisien antara dua saham yang dimaksud diberikan dalam tabel 3.3 berikut.

Tabel 3.3  
Koefisien Korelasi Antara Dua Saham

Saham	ASII	GGRM	HMSP	TLKM
ASII		0,493011348	0,549253772	0,738994622
GGRM			0,669618152	0,427348129
HMSP				0,438518298
TLKM				

Memperhatikan tabel 3.2 dan tabel 3.3 di atas saham-saham yang memiliki kovariansi dan koefisien korelasi terkecil adalah gabungan antara GGRM dengan HMSP. Akan tetapi dengan memperhatikan tabel 3.1 ternyata saham GGRM memberikan ekspektasi tingkat return yang negatif, maka dicari lagi kovariansi dan korelasi yang terkecil berikutnya, dan kita dapatkan pasangan saham HMSP dengan TKLM.

Pasangan HMSP dan TLKM ini memiliki kovariansi sebesar 0,000520694 diharapkan akan memberikan risiko portofolio yang kecil. Sedangkan koefisien korelasinya 0,438518298 adalah nilai yang menunjukkan hubungan lemah. Diharapkan penurunan tingkat return salah satu saham tidak terlalu berpengaruh terhadap saham yang lainnya.

Setelah kita pilih dua saham terbaik yang dimasukkan dalam portofolio, langkah selanjutnya adalah menentukan proporsi dana yang akan dialokasikan pada masing-masing dua saham tersebut guna mendapatkan tingkat return maksimum

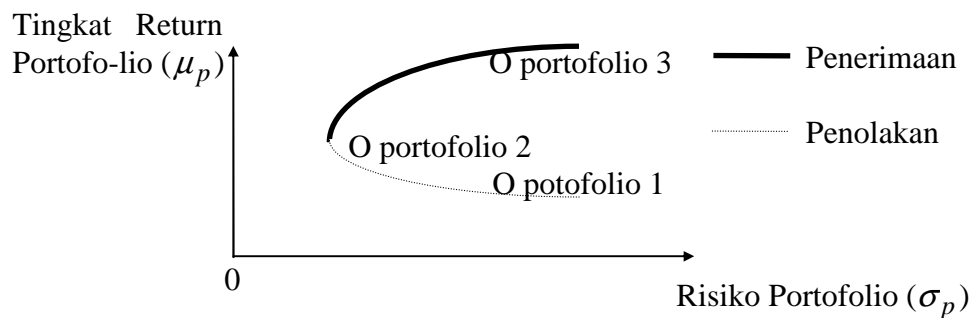


dan risiko minimum. Untuk menentukan proporsi dana ini kita gunakan rumus (2.13) menghasilkan proporsi 51% untuk HMSP dan 49% untuk TLKM, sedangkan dengan rumus (2.15) menghasilkan proporsi 78% untuk HMSP dan 22% untuk TLKM. Kita dapat memilih salah satu pasangan dengan memperhatikan tingkat return dan risiko portofolio dengan menggunakan grafik koefisien *frontier*. Untuk menghitung tingkat return portofolio kita gunakan rumus (2.9), sedangkan untuk menghitung risiko kita gunakan rumus (2.11) atau (2.14) sesuai pasangan proporsinya, dan hasilnya diberikan dalam tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.4  
 Proporsi Dana, Tingkat Return dan Risiko Portofolio

Porto- folio	Propors i Dana		Tingkat Return Portofolio	Risiko Portofolio
	HMSP	TLKM		
1	78%	22%	0,17723897	2.8746313
2	70%	30%	0,20159692	2,8596243
3	51%	49%	0,25944706	2,9498619

Sedangkan grafik koefisien *frontier* dari tingkat return dan risiko portofolio di atas diberikan oleh gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 : Grafik *Frontier* Portofolio

Memperhatikan grafik *frontier* di atas menunjukkan bahwa pasangan proporsi 51% HMSP dan 49% TLKM terletak pada *frontier optimal* (garis tebal), jadi dipilih sebagai proporsi yang optimal dalam pembentukan portofolio yang terdiri dari dua saham tersebut. Sedangkan pasangan proporsi 72% HMSP dan 22%

TLKM terletak pada *frontier tak optimal* (garis putus-putus), jadi tidak dapat dipilih untuk pembentukan portofolio dua sama tersebut.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian kesesuaian dengan menggunakan uji *Chi-Square*, bahwa tingkat return masing-masing saham yang dianalisis adalah *berdistribusi normal*. Hasil analisis korelasi dan dengan mempertimbangkan tingkat return masing-masing saham, akhirnya dua saham HM. Sampurna dan Telkom adalah yang dipertimbangkan untuk dimasukkan dalam portofolio investasi. Proporsi yang optimal berturut-turut adalah 51 % untuk HM. Sampurna dan 49 % untuk Telkom yang akan memberikan tingkat return portofolio sebesar 0,25944706 dan risiko 2,9498619.

#### DAFTAR PUSTAKA

1. Clarkson, R.S., *Financial Risk and The Markowitz and Black-Scholes Worlds*, Procending, 7th International Afir Colloqium, Cairns, The Institute of Actuaries of Australia., 1997.
2. Gruber and Elton, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., Singapure, 1991.
3. Harry H. Panjer, *Financial Economics, With Applications to Investment, Insurance and Pensions*, The Actuarial Foundation, USA, 1998.
4. Zenios, Stavros A., *Financial Optimization*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1999.