JURNAL GAUSSIAN, Volume 1, Nomor 1, Tahun 2012, Halaman 241-248
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

KAJIAN DATA KETAHANAN HIDUP TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DAN SIX SIGMA

Victoria Dwi Murti[1], Sudarno[2], Suparti[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRAK

Analisis data tahan hidup biasanya digunakan untuk mengetahui ketahanan hidup suatu produk dalam bidang industri. Data waktu hidup dapat berupa data tersensor tipe I, tipe II dan tipe III. Dalam penelitian ini digunakan data tersensor tipe I yang merupakan suatu data waktu kematian atau kegagalan dimana semua unit uji n masuk pada waktu yang sama dan percobaan dihentikan sampai waktu tertentu. Salah satu distribusi yang dapat digunakan untuk menggambarkan waktu hidup adalah distribusi eksponensial dengan parameter λ. Parameter λ diestimasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk mengetahui hubungan linear data kegagalan dengan intensitas kegagalan produk digunakan regresi linier. Selain itu, untuk memperkecil tingkat kegagalan yaitu dengan memprediksi kegagalannya menggunakan tingkat sigma. Nilai tingkat sigma bisa didapatkan dari DPMO (*Defect Per Million Opportunity*) yang berhubungan dengan MTTF (*Mean Time To Failure*) atau fungsi Reliabilitas. Jika nilai DPMO semakin kecil maka nilai tingkat sigma semakin besar.

Kata kunci : DataTahan Hidup, Data Tersensor Tipe I, Distribusi Eksponensial, *Maximum Likelihood Estimation*, DPMO, Tingkat Sigma.

1. PENDAHULUAN

Analisis reliabilitas adalah suatu penelitian tentang ketahanan hidup dari suatu unit atau komponen hasil industri. Output yang dihasilkan sebuah industri adalah produk (barang), misalkan lampu, battery, micro-chip dan lain sebagainya. Pihak manajemen sebuah industri biasanya ingin melakukan suatu penelitian untuk mengetahui seberapa besar peluang produk dapat bertahan hidup sampai waktu tertentu. Dalam ilmu statistik, khususnya bidang analisis reliabilitas, peluang suatu produk hasil industri akan bertahan hidup sampai waktu tertentu disebut reliabilitas (Kumar,2006).

Menurut Lee (2003) penyensoran adalah suatu hal yang penting di dalam analisis reliabilitas. Jenis penyensoran yang sering digunakan untuk mendeteksi waktu tahan hidup produk/ manufaktur adalah sensor tipe I, tipe II dan tipe III. Penyensoran tipe I merupakan pengamatan akan dihentikan apabila mencapai waktu penyensoran tertentu. Sedangkan suatu sampel dikatakan tersensor tipe II apabila pengamatan akan dihentikan setelah kerusakan atau kegagalan produk ke-r telah diperoleh. Selain itu, penyensoran tipe III yang sering digunakan pada bidang kesehatan ini merupakan suatu pengamatan yang dilakukan terhadap beberapa individu pada waktu yang berlainan dalam jangka waktu tertentu, hal ini dikarenakan suatu individu masuk ke dalam pengamatan pada waktu yang berbeda.

Menurut Lee (2003), waktu ketahanan hidup (*reliability*) biasanya digambarkan dengan tiga fungsi yaitu fungsi kegagalan, fungsi reliabilitas dan fungsi hazard. Data tahan hidup dari beberapa individu dalam suatu pengamatan dapat dikembangkan dengan analisis regresi linier untuk memeriksa hubungan antara variabel terikat (*dependent*) sebagai fungsi distribusi kumulatif dan variabel bebas (*independent*) sebagai waktu kegagalan.

Fungsi distribusi tahan hidup yang didasarkan pada pengetahuan atau asumsi tertentu tentang distribusi populasinya termasuk dalam fungsi parametrik. Salah satu distribusi waktu ketahanan hidup dalam industri yang dapat digunakan adalah distribusi eksponensial. Distribusi eksponensial banyak menjelaskan peluang waktu kegagalan produk industri dengan pengambilan sampel berdasarkan waktu dan variabel acak (*random*) dengan parameter λ. Dalam skripsi ini, x adalah angka ketahanan hidup dalam waktu t, dimana $1/\lambda$ sebagai rata-rata waktu kegagalan (*Mean Time To Failure*).

Menurut Kumar (2006), untuk memprediksi dan memperkecil terjadinya suatu kegagalan maka waktu tahan hidup harus diketahui tingkat sigma produt tersebut. Sigma dalam statistik dikenal sebagai standar deviasi yang menyatakan nilai simpangan terhadap nilai tengah. Six Sigma merupakan sebuah metodologi terstruktur untuk memperbaiki proses yang difokuskan pada usaha mengurangi variasi proses sekaligus mengurangi cacat produk/ jasa dengan menggunakan statistik. Secara harfiah, proses Six Sigma adalah proses yang menghasilkan 3,4 DPMO (*Defect Per Miliion Opportunity*). Oleh karena itu, peran Six Sigma diperlukan untuk memprediksi tingkat waktu tahan hidup.

Dalam penulisan jurnal ini, permasalahan yang akan dibahas adalah model regresi linier data tahan hidup tersensor tipe I berdistribusi eksponensial, estimasi fungsi kegagalan, fungsi reliabilitas dan fungsi hazard (gangguan) dari data tahan hidup tersensor tipe I berdistribusi eksponensial, dan tingkat sigma pada data waktu kegagalan berdistribusi eksponensial beserta hubungannya dengan *Mean Time To Failure* (MTTF) dan Reliabilitas.

Penulisan jurnal ini terfokus pada model regresi data tahan hidup tersensor tipe I berdistribusi eksponensial dengan estimasi parameternya menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan nilai tingkat sigma pada six sigma.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Data Tersensor

Penyensoran dilakukan untuk memperpendek waktu percobaan karena dalam mengukur waktu kegagalan atau kematian individu kadang-kadang diperlukan waktu yang lama dan biaya yang besar. Pengamatan tidak tersensor merupakan waktu tahan hidup yang dicatat dari individu yang mati selama waktu percobaan, yaitu waktu dari awal hingga mengalami kematian. Sedangkan pengamatan tersensor merupakan pengamatan waktu tahan hidup suatu individu yang tidak diketahui secara pasti, sehingga pengamatannya harus dibatasi oleh waktu atau sebab lain (Lee, 2003). Ada tiga tipe penyensoran yang sering digunakan dalam eksperimen uji hidup, yaitu sebagai berikut:

1. Sensor tipe I

   Sensor tipe I adalah tipe penyensoran dimana percobaan akan dihentikan setelah mencapai waktu T yang telah ditentukan untuk mengakhiri semua n individu yang masuk pada waktu yang sama. Berakhirnya waktu uji T menjelaskan waktu sensor uji. Dengan kata lain, jika tidak terdapat individu yang hilang secara tiba-tiba maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan lama waktu pengamatan.

2. Sensor tipe II

   Sensor tipe II adalah tipe penyensoran dimana sampel ke–r merupakan observasi terkecil dalam sampel random berukuran $(1 \leq r \leq n)$. Dengan kata lain, dari total sampel berukuran n dan berlanjut sampai mati atau gagal maka percobaan akan dihentikan sampai r dari unit uji mengalami kematian. Semua unit uji n masuk pada waktu yang sama. Pada sensor tipe II ini, jika tidak terdapat individu yang hilang maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan observasi tidak tersensor terbesar.

3. Sensor tipe III

   Pada sensor tipe III ini, individu atau unit uji masuk ke dalam percobaan pada waktu yang berlainan selama periode waktu tertentu. Beberapa unit uji mungkin gagal atau mati sebelum pengamatan berakhir sehingga waktu tahan hidupnya dapat diketahui secara pasti. Kemungkinan kedua adalah unit uji keluar sebelum pengamatan berakhir atau kemungkinan ketiga adalah unit uji tetap hidup sampai batas waktu terakhir pengamatan. Untuk unit uji yang tetap hidup, waktu tahan hidupnya adalah dari mulai masuk pengamatan sampai dengan waktu pengamatan berakhir.

2.2. Fungsi Kegagalan

Menurut Kumar (2006) bahwa fungsi kegagalan merupakan probabilitas waktu gagal dari peubah acak kurang dari atau sama dengan waktu *t*. Fungsi kegagalan ditulis dengan bentuk *F*(*t*), yaitu:

$$F(t) = P(Peluanggagalakanterjadisebelumataupadasaatt)$$
$$= P(TTF \leq t)$$
$$= \int_0^t f(u)du$$

Dengan f(u) merupakan fungsi padat peluang dari variabel acak TTF (*Time To Failure*) yang merupakan waktu gagal.

2.3. Fungsi Reliabilitas

Reliabilitas dapat diartikan misal terdapat suatu produk dapat menjalankan tugasnya sampai waktu yang diharapkan, sehingga fungsi reliabilitas adalah fungsi suatu produk dapat bekerja sampai waktu yang telah ditentukan (Kumar, 2006). Secara statistik fungsi reliabilitas dapat dinotasikan sebagai *R*(*t*) serta rumusnya didapat sebagai berikut:

$$R(t) = P\{\text{sistemtidakpernahgagalselama}[0, t]\}$$
$$= 1 - F(t)$$

2.4. Fungsi Hazzard (Fungsi Gangguan)

Menurut Kumar (2006) bahwa fungsi hazard adalah probabilitas suatu individu mati/ gagal apabila diketahui individu tersebut tetap berfungsi/ hidup sampai waktu *t*. Fungsi Hazard dinotasikan dengan *h*(*t*) dirumuskan sebagai berikut

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Sedangkan fungsi kumulatif hazard menggambarkan gangguan kumulatif atau resiko dari suatu produk selama interval waktu [0,t]. Fungsi kumulatif hazard ini dinotasikan dengan *H*(*t*) dan rumusnya yaitu :

$$H(t) = -\ln R(t)$$

2.5. Distribusi Eksponensial

Menurut Kumar (2006) bahwa distribusi eksponensial mempunyai 1 parameter skala dengan fungsi densitas peluang distribusi eksponensial adalah :

$$f(x) = \lambda\, exp(-\lambda x)\ , 0 \leq x < \infty \text{ dan } \lambda > 0$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi eksponensial adalah sebagai berikut:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x f(x)dx = 1 - exp(-\lambda x)$$

Fungsi reliabilitasnya adalah $R(t) = 1 - F(t) = \exp(-\lambda t)$

Fungsi hazardnya adalah $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda$

2.6. Regresi Linier

Menurut Sir Francis Galton (1822-1911) dalam Wibisono (2005) bahwa persamaan matematik yang memungkinkan melakukan peramalan suatu peubah tak bebas (Y) dari satu atau lebih peubah bebas (X) disebut persamaan regresi. Bentuk persamaan regresi adalah:

$$Y = a + bX + e$$

Menurut Kumar (2006) bahwa metode untuk analisis regresi linear (mencocokan sebuah garis lurus pada satu variabel bebas) menggunakan metode kuadrat terkecil (*method of least squares*). Regresi kuadrat terkecil digunakan untuk mengestimasi koefisien *a* dan *b* dari pasangan titik *x* dan *y*. Suatu variabel acak berukuran*n*dari populasi dapat dinyatakan sebagai fungsi (X_i, Y_i) untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Dipandang $S = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$, dengan syarat:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \text{ dan } \frac{\partial S}{\partial b} = 0$$

Maka konstanta a dan b yaitu:

$$a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} bX_i$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{n\sum_{i=1}^{n} X_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}$$

Jika diketahui konstanta $a = 0$, maka koefisien b menjadi ,

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i\, Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i{}^2}$$

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Jenis dan Sumber Data

Data yang akan digunakan sebagai studi *literature* pada jurnal ini berupa data simulasi. Pemakaian data simulasi dikarenakan tidak memungkinkan peneliti untuk mendapat data primer maupun data sekunder karena keterbatasan waktu dan biaya. Data simulasi ini berupa variabel acak data tahan hidup tersensor tipe I dan mempunyai satu variabel bebas yaitu waktu kegagalan pada umur produk lampu. Produk lampu yang digunakan yaitu satu merk dan satu jenis (lampu pijar 5 Watt).

3.2. Teknik Pengolahan Data

Data simulasi diolah dengan menggunakan Microsoft Excel, Software Matlab7.1 dan S-Plus 2000.

3.3. Metode Analisis

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode kuantitatif baik secara deskriptif maupun secara inferensi. Adapun tahap analisis yang digunakan sebagai berikut :

1. Menentukan data tersensor tipe I
2. Menguji data berdistribusi eksponensial menggunakan Kolmogorov-Smirnov
3. Mengestimasi parameter distribusi eksponensial
4. Menentukan nilai MTTF data tahan hidup produk lampu berdistribusi eksponensial
5. Menentukan tingkat sigma menggunakan MTTF atau fungsi Reliabilitas

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data simulasi (*artificial*) tentang umur (dalam hari) produk industri (misalkan lampu) dari 100 produk lampu. Karena keterbatasan waktu dan/ atau biaya maka peneliti menentukan batas waktu penelitian yaitu selama 200 hari.

No. Urut	Study Period	Waktu (t_i)	No. Urut	Study Period	Waktu (t_i)
1	5/9/2011 s.d 13/9/2011	8	16	5/9/2011 s.d 22/11/2011	68
2	5/9/2011 s.d 15/9/2011	10	17	5/9/2011 s.d 24/11/2011	70
3	5/9/2011 s.d 21/9/2011	15	18	5/9/2011 s.d 13/12/2011	86
4	5/9/2011 s.d 23/9/2011	17	19	5/9/2011 s.d 16/12/2011	89
5	5/9/2011 s.d 26/9/2011	19	20	5/9/2011 s.d 20/12/2011	92
6	5/9/2011 s.d 3/10/2011	25	21	5/9/2011 s.d 29/12/2011	100
7	5/9/2011 s.d 6/10/2011	28	22	5/9/2011 s.d 10/01/2012	110
8	5/9/2011 s.d 11/10/2011	32	23	5/9/2011 s.d 02/02/2012	129
9	5/9/2011 s.d 12/10/2011	33	24	5/9/2011 s.d 09/02/2012	135
10	5/9/2011 s.d 26/10/2011	45	25	5/9/2011 s.d 11/02/2012	137
11	5/9/2011 s.d 28/10/2011	47	26	5/9/2011 s.d 27/02/2012	150
12	5/9/2011 s.d 08/11/2011	56	27	5/9/2011 s.d 08/03/2012	159
13	5/9/2011 s.d 09/11/2011	57	28	5/9/2011 s.d 28/03/2012	175
14	5/9/2011 s.d 12/11/2011	60	29	5/9/2011 s.d 11/04/2012	186
15	5/9/2011 s.d 16/11/2011	63	30	5/9/2011 s.d 26/04/2012	199

4.2. Uji Kecocokan Data dengan Distribusi Eksponensial

Dengan Kolmogorov-Smirnov dapat dibuktikan data tahan hidup umur lampu berdistribusi eksponensial. Dari data yang ada diperoleh $D_{30}^{+} = 0{,}1034$dan $D_{30}^{-} = 0{,}1367$, sehingga$D_{30} = \max(D_{30}^{+}, D_{30}^{-}) = \max(0{,}1034; 0{,}1367) = 0{,}1367$. Dengan taraf signifikansi 5%berdasarkan tabel Kolmogorov-Smirnov diperoleh nilai $D_{30}^{0,05} = 0{,}242$. Karena $D_{30} = 0{,}1367 < D_{30}^{0,05} = 0{,}242$ maka H_0 diterima yang berarti bahwa data tahan hidup umur lampu cocok digunakan dalam fungsi tahan hidup distribusi eksponensial.

4.3. Estimasi MLE Data Tahan Hidup Tersensor Tipe I Berdistribusi Eksponensial

Dalam data tersensor tipe I, individu 1,2 ,..., n dibatasi oleh waktu pengamatan $L_1, L_2, \dots, L_n$, jadi waktu tahan hidup suatu individu $T_i$hanya diamati jika $T_i \leq L_i$. Saat $(T_i, L_i), i = 1,2, \dots, n$ independen maka

$$t_i = min(T_i\,, L_i)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 \; jika T_i \leq L_i \\ 0 \; jika T_i > L_i \end{cases}$$

Dengan $\delta_i$menunjukkan apakah waktu tahan hidup T_i tersensor atau tidak, dan$t_i$sama dengan $T_i$jika tidak tersensor dan sama dengan L_i jika tersensor atau dapat disederhanakan menjadi :

$$\delta_i = \begin{cases} 1 \; jikapengamatantidaktersensor \\ 0 \; jikapengamatantersensor \end{cases}$$

Dengan asumsi T_i merupakan variabel acak iid (*independent and identically distributed*) dengan fungsi kegagalan dan fungsi reliabilitas R(t). Sehingga fungsi densitas gabungan untuk t_i dan δ_i yaitu :

$$Prob(t_i = L_i) = f(t_i)^{\delta_i} R(L_i)^{1-\delta_i}$$

Jika n pasangan independen dari (t_i, δ_i), $i = 1, \dots, n$ maka fungsi padat peluang bersama yaitu:

$$f_n(t_1, \delta_1, \dots, t_n, \delta_n) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i)^{\delta_i} R(L_i)^{1-\delta_i}$$

Persamaan diatas merupakan fungsi likelihood, $L(\lambda)$.MLE dari distribusi eksponensial data tersensor tipe I menghasilkan λ berikut penjelasannya:

Jika $T = \sum_{i=1}^{n} t_i$ maka $L(\lambda) = \lambda^r exp\,(-\lambda T)$

Sehingga,

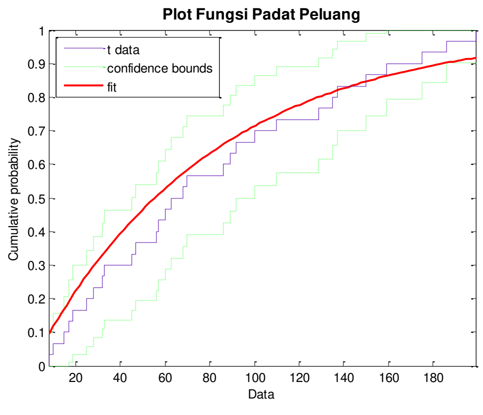
$$0 = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = exp(-\lambda T)[r\lambda^{r-1} - \lambda^r T] \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{r}{T}$$

Jadi, diperoleh nilai λ pada data kegagalan umur lampu sebagai berikut:

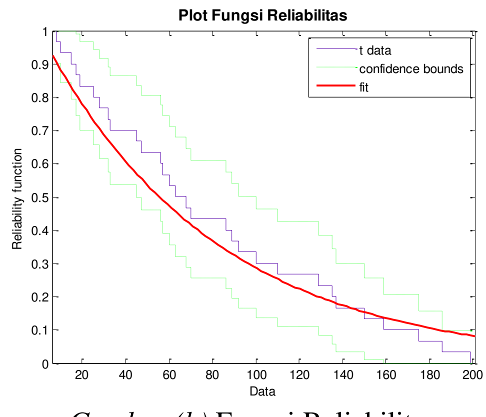
$$\lambda = \frac{30}{\sum_{i=1}^{30} t_i} = \frac{30}{2400} = 0{,}0125$$

4.4. Waktu Ketahanan Hidup Distribusi Eksponensial

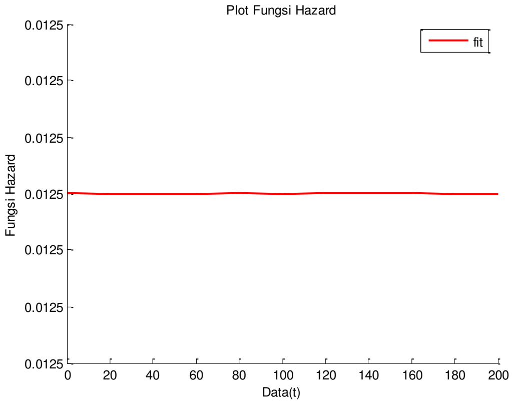
Waktu ketahanan hidup pada data umur produk lampu berdistribusi eksponensial dapat digambarkan melalui *software* MATLAB 7.1 sebagai berikut :



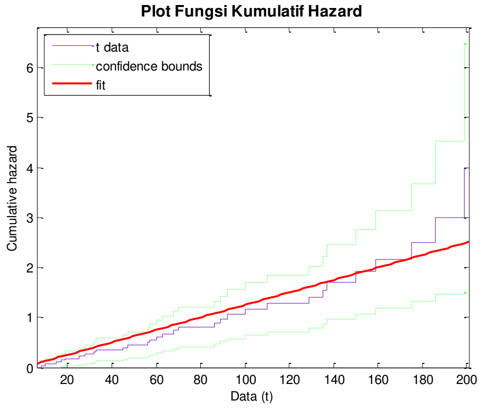
Gambar (a) Fungsi Kegagalan



Gambar (b) Fungsi Reliabilitas



Gambar (c) Fungsi Hazard



Gambar (d) Fungsi Kumulatif Hazard

Dari gambar (a) menunjukkan bahwa fungsi kegagalan merupakan fungsi naik, semakin besar nilai t maka semakin besar pula kemungkinan lampu akan mati. Pada gambar (b) menjelaskan bahwa fungsi reliabilitas merupakan fungsi turun atau dengan kata lain semakin besar nilai t maka semakin kecil kemungkinan lampu untuk bertahan hidup. Fungsi hazard pada distribusi eksponensial menghasilkan fungsi konstan, sedangkan fungsi kumulatif hazard merupakan fungsi naik dan fungsi hazard bukan merupakan probabilitas sehingga nilainya dapat lebih dari satu.

4.5. Regresi Linier untuk Data Ketahanan Hidup Beristribusi Eksponensial

Dalam reliabilitas x sebagai waktu kegagalan dari fungsi TTF dan y merupakan intensitas kegagalan pada suatu produk dari fungsi distribusi kumulatif. Menentukan data pada distribusi eksponensial dibutuhkan transformasi koordinat (t_i, $F(t_i)$). Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi eksponensial sebagai yaitu:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t_i}$$

Sehingga didapat persamaan regresi untuk distribusi eksponensial, yaitu:

$$Y_i = ln\left(\frac{1}{1 - F(t_i)}\right) = \lambda t_i$$

Jika $t_1, t_2, \ldots, t_n$ (waktu pengamatan terjadi kegagalan) maka untuk menggambarkan data ini kedalam distribusi eksponensial berarti sebagai berikut:

$$x_i = t_i$$

$$y_i = ln\left(\frac{1}{1 - F(t_i)}\right)$$

Pada persamaan regresi untuk data berdistribusi eksponensial $x = t_i$ dan $b = \lambda$ maka persamaan regresi data tahan hidup berdistribusi eksponensial pada data umur lampu yaitu:

$$\hat{Y} = 0{,}0125 t_i$$

4.6. MTTF (*Mean Time To Failure*)

MTTF atau rata-rata waktu kegagalan ini menggambarkan nilai harapan variabel acak waktu gagal. Rata-rata waktu kegagalan ini digunakan untuk mengukur reliabilitas untuk suatu produk yang tidak bisa diperbaiki lagi yaitu seperti bohlam lampu, micro-chip, atau berhubungan dengan komponen listrik (Kumar,2006). Secara matematik MTTF (*Mean Time To Failure*) didefinisikan sebagai berikut :

$$MTTF = \int_0^\infty t f(t) dt = \int_0^\infty R(t) dt$$

Jadi, MTTF untuk distribusi eksponensial adalah:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Pada kasus penulisan skripsi ini nilai MTTF atau rata-rata kegagalan umur lampu selama 200 hari dari 30 buah lampu yaitu 80 hari. Dengan kata lain, rata-rata lampu yang mati yaitu pada hari ke-80.

4.7. Hubungan Antara MTTF dan Sigma Level

Menurut Kumar (2006) jika ada $MTTF_t$ (*Mean Time To Failure target*)/ Rata-rata waktu kegagalan yang ditargetkan dan $MTTF_a$ (*Mean Time To Failure achieved*)/ Rata-rata waktu kegagalan yang dicapai atau faktanya, maka dalam six sigma dapat dihitung sebagai berikut:

$$DPU = \left[\frac{1}{MTTF_a} - \frac{1}{MTTF_t}\right] \text{ , } MTTF_a < MTTF_t$$

$$DPMO = \left[\frac{1}{MTTF_a} - \frac{1}{MTTF_t}\right] \times 10^6$$

Untuk mengetahui tingkat sigmanya dapat menggunakan rumus sebagai berikut:

$$Sigma\ level = 1.5 + \left(P - \frac{C_0 + C_1P + C_2P^2}{1 + d_1P + d_2P^2 + d_3P^3}\right)$$

dengan,

C_0= 2,515517	C_1= 0,802853	C_2= 0,010328
d_1= 1,432788	d_2= 0,189269	d_3= 0,001308

$$P = \sqrt{ln\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{MTTF_a} - \frac{1}{MTTF_t}\right)^2}\right)}$$

atau dengan menggunakan rumus pada *Microsoft Excel* yaitu:

$$NORMINV\left(1 - \left(\frac{1}{MTTF_a} - \frac{1}{MTTF_t}\right), 1.5, 1\right)$$

Pada kasus penelitian ini produk lampu mempunyai rata-rata waktu gagal yang ditargetkan ($MTTF_t$) dalam produksi yaitu 100 hari. Namun pada kenyataannya rata-rata waktu gagal yang didapat adalah 80 hari. Jadi, DPMO lampu tersebut sebesar 2500 artinya setiap satu juta kesempatan akan terdapat kemungkinan 2500 ketidaksesuaian yang dihasilkan atau akan mengalami cacat atau kerusakan dan sigma level untuk produk lampu tersebut adalah 4,3. Ini menunjukkan bahwa produk tersebut tidak mendekati six sigma atau dengan kata lain masih banyak produk lampuyang cacat/ mati.

4.8. Hubungan Antara Fungsi Reliabilitas dan Sigma Level

Tingkat sigma dari proses yang sesuai untuk memenuhi target reliabilitas dapat didapatkan dengan cara menghitung perbedaan antara reliabilitas target $R_g(t)$dan reliabilitas yang tercapai$R_a(t)$ (Kumar, 2006). Untuk mengetahui tingkat sigmanya dapat menggunakan rumus *sigma level* sebagai berikut:

$$DPU\ (Cacat\ per\ Unit) = R_g(t) - R_a(t), R_a(t) < R_g(t)$$

$$DPMO = \left[R_g(t) - R_a(t)\right] \times 10^6$$

$$Sigma\ level = 1.5 + \left(P - \frac{C_0 + C_1P + C_2P^2}{1 + d_1P + d_2P^2 + d_3P^3}\right)$$

dengan,

C_0= 2,515517	C_1= 0,802853	C_2= 0,010328
d_1= 1,432788	d_2= 0,189269	d_3= 0,001308

$$P = \sqrt{ln\left(\frac{1}{\left[R_g(t) - R_a(t)\right]^2}\right)}$$

atau dengan menggunakan rumus pada *Microsoft Excel* yaitu:

$$NORMINV\left(1 - \left[R_g(t) - R_a(t)\right], 1.5, 1\right)$$

Pada kasus penelitian ini produk lampu dengan reliabilitas yang ditargetkan sebesar 0,91 dan reliabilitas faktanya yaitu 0,9048 yang telah diuji sampai 199 hari. DPMO produk tersebut didapat sebesar 5200 artinya setiap satu juta kesempatan akan terdapat kemungkinan 5200 ketidaksesuaian yang dihasilkan atau mengalami cacat/ mati dan sigma level untuk produk tersebut adalah 4,1. Semakin besar nilai DPMO yang dihasilkan maka tingkat sigma akan semakin jauh dari angka six sigma atau kesempurnaan sebuah produk/ barang yang kemungkinan mati menjadi lebih besar.

5. KESIMPULAN

Untuk mengetahui distribusi eksponensial maka diperlukan estimasi parameter λ. Pada data umur lampu nilai λ yang didapat yaitu sebesar 0,0125. Regresi linear variabel acak berdistribusi eksponensial adalah $\hat{Y} = \lambda t$. Dari contoh penerapan kasus umur lampu diperoleh taksiran model yaitu:

$$\hat{Y} = 0{,}0125t$$

Tingkat sigma dapat dicari dengan menggunakan *Mean Time To Failure* (MTTF) atau pun fungsi Reliabilitas. Semakin kecil nilai DPMO yang didapat maka semakin besar nilai tingkat sigma pada sebuah produk untuk mencapai kesempurnaan mutu.

6. DAFTAR PUSTAKA

Daniel, W. 1978. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Gramedia, Jakarta

Kumar, U.D, et al. 2006. *Reliability and Six Sigma*. Springer Science+Business Media Inc, New York

Lawless, J.F. 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. John Wiley & Sons Inc, Canada

Lee, E.T. 1992. *Statistical Methods for Survival Data Analysis 2nd Edition*. John Wiley & Sons Inc, Canada

Lee, E.T. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis 3rd Edition*. John Wiley & Sons Inc, Canada

Santosa, B. 2008. *Matlab Untuk Statistika & Teknik Optimasi*. Edisi ke-1. Graha Ilmu, Yogyakarta

Walpole, R.E. dan Myers, R. 2007. *Probability and Statistic for Engineers and Scientist*. Prentice Hall International, New Jersey

Wibisono, Y. 2005. *Metode Statistik*. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta