

# JURNAL TEKNIK SIPIL

Jurnal Teoretis dan Terapan Bidang Rekayasa Sipil

## Metode Memperkirakan Debit Air yang Masuk ke Waduk dengan Metode Stokastik Chain Markov (Contoh Kasus: Pengoperasian Waduk Air Saguling)

**Yeni Nuraeni**

Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Ilmu dan Rekayasa, Universitas Paramadina  
Jl. Gatot Subroto Kav 97-99 Jakarta Selatan  
e-mail: yeninur@hotmail.com

### Abstrak

Salah satu usaha yang dapat ditempuh untuk mengoptimasi penggunaan sumber daya air, terutama untuk menghasilkan energi, ialah dengan melakukan optimasi terhadap pengelolaan suatu waduk. Masalah yang tersulit dalam memanfaatkan kelebihan debit dan mengoptimalkan pengelolaan waduk terletak pada ketidakmampuan untuk mengantisipasi besarnya debit air pada masa yang akan datang, maka perlu dibuat model untuk memperkirakan debit inflow dengan menggunakan model "Kontinu Hujan Debit Regresi Linier Ganda" dan "Model Diskrit Chain Markov". Hasil dari kedua model selanjutnya dapat digunakan pada model optimasi waduk dengan Program Dinamik Bellman. Dalam model Chain Markov dilakukan penyederhanaan besaran debit air yang masuk waduk dengan membaginya menjadi 3 klas yang digunakan untuk menelusuri runtun kejadian debit air pencatatan historik. Dari hasil proses komputerisasi yang didasarkan pengujian sensitifitas model optimasi Bellman terhadap debit sintetis hasil model kontinu Regresi Linier Ganda dan Diskrit Chain Markov, maka trayek optimum yang paling aman dipergunakan adalah trayek optimum pada kondisi ekstrim kering (klas 0), karena dengan menggunakan trayek tersebut dapat mengatasi kondisi waduk dalam keadaan kritis (defisit air), sedangkan trayek optimal pada kondisi debit normal dan debit ekstrim basah tidak dapat mengatasi kondisi waduk dalam keadaan kritis

**Kata-kata Kunci:** Stokastik, chain markov, optimasi waduk.

### Abstract

One way reached is to determine mulberry of water volume in reservoir, especially to produce energy, by accomplishing optimization to manage reservoir. Difficult problem to utilize flow surplus and optimal to manage water reservoir is placed in uncapability to anticipate mulberry of water discharge in future. Remember such problem it can made prediction model of flow of water using "Flow of Water Rain Continue of Multiple Linear Regression model and "Discret Chain Markov Model", so it can predict flow of water that enter Saguling Reservoir in next month based on data of hydrology and unit previously. Result from both model is examined to optimization model of Bellman Dynamic Program. In Chain Markov model is performed simplicity mulberry of water debit which enter to reservoir and divide it become 3 class. From result of computerization proses based on sensitivirty testing using Bellman Optimization model to synthesis flow of water by continue model of Linear Regression and Discret Chain Markov model, so the protected optimum route that using is the optimum route in extreme dry condition (Class 0), because by using such route can undertake critical reservoir condition (water deficit), whereas the optimal route in normal flow of water condition and extreme wet flow of water condition is not finish a critical reservoir condition.

**Keyword:** Stochastic, chain markov, optimisation of reservoir.

## 1. Pendahuluan

Tujuan dibangunnya sebuah waduk akan sangat mempengaruhi dalam menentukan strategi pengoperasiannya, misalnya sebuah waduk dapat berfungsi untuk menghasilkan energi, mensuplai kebutuhan irigasi serta pengendalian banjir maupun kebutuhan lainnya. Untuk waduk yang serba guna tentunya akan membutuhkan strategi pengoperasian yang berbeda dengan waduk yang bertujuan misalnya hanya untuk menghasilkan energi listrik.

Analisis untuk menentukan strategi pengoperasian suatu sistem sumber daya air berupa waduk melibatkan storage yang bervariasi dan pengaturan distribusi suplai air dengan tujuan utama agar dapat memenuhi kebutuhan yang telah ditetapkan. Fakta yang ada menyatakan bahwa keoptimalan suatu waduk dapat dicapai apabila dalam analisisnya memperhitungkan keseimbangan antara storage dan release, artinya harus diusahakan sedapat mungkin agar besarnya sumberdaya air yang ada dapat dimanfaatkan semaksimal mungkin. Namun pada kenyataannya hal tersebut sukar tercapai karena faktor ketidakseragaman inflow setiap bulan serta faktor batasan fisik waduk, sehingga timbul persoalan bagaimana strategi pengoperasian waduk dapat mengakomodasi hal-hal tersebut di atas sesuai dengan tujuan pembangunannya.

Pengeluaran air dalam pengoperasian sebuah waduk dipengaruhi oleh inflow yang masuk ke dalam waduk. Data mengenai besarnya aliran di masa lalu merupakan satu-satunya informasi yang tersedia untuk memperkirakan pemberian air di masa yang akan datang. Sampai saat ini secara praktis data historis digunakan untuk mendefinisikan masa-masa kritis dimana inflow yang masuk amat sedikit, dan selanjutnya masa-masa kritis tersebut digunakan untuk mempelajari keadaan sistem yang ada di masa mendatang. Salah satu strategi yang dapat dilakukan adalah menentukan harga pasti inflow berdasarkan data-data yang telah dicatat di masa lalu. Tetapi hampir seluruh proses hidrologi adalah stokastik (tidak pasti), atau sekurang-kurangnya merupakan kombinasi antara proses deterministik dan stokastik, karenanya setiap studi penentuan pengoperasian waduk yang realistik harus memperhitungkan aspek stokastik dari inflow di masa mendatang.

Dengan mengetahui berapa besar inflow yang masuk maka *release* dapat diatur dan kondisi storage sedapat mungkin disesuaikan dengan pedoman yang telah ditetapkan. Pengeluaran air harus dilakukan sedemikian rupa sehingga storage waduk setiap saat dapat mendekati pedoman pengoperasian yang ada. Kondisi yang mutlak harus dihindari adalah storage waduk pada akhir suatu periode pengoperasian misalnya setelah satu tahun, ternyata berada di bawah garis pedoman, atau dengan kata lain tidak dapat terisi kembali seperti yang diinginkan.

Tujuan dari penelitian ini adalah membangun suatu model hidrologi untuk dapat memperkirakan atau mengantisipasi debit air yang masuk ke sebuah waduk sehingga dapat digunakan sebagai input dalam manajemen pengoperasiannya serta melakukan optimasi terhadap pemakaian air di waduk dengan menggunakan model diksrit Chain Markov dan hasilnya dibandingkan dengan model kontinu hujan debit menggunakan metode regresi linier ganda.

## 2. Studi Literatur

### 2.1 Proses hidrologi dan klasifikasi hidrologi

Proses adalah gambaran fenomena yang mengalami perubahan terus-menerus terutama terhadap waktu. Karena semua fenomena hidrologi berubah menurut waktu, maka hal itu disebut proses hidrologi. Jika perubahan variabel selama proses dibarengi dengan hukum kepastian proses tersebut tidak tergantung kepada peluang, maka dinamakan proses deterministic (Besag, 2006). Proses deterministik juga merupakan proses yang tidak berubah karena waktu. Tetapi jika perubahan variabel merupakan faktor peluang, prosesnya dinamakan stokastik atau probabilistic (Haan, 2006)

Umumnya proses stokastik dipandang sebagai proses yang tergantung pada waktu sedangkan proses probabilistik adalah proses yang tidak tergantung pada waktu. Kebanyakan proses hidrologi termasuk proses stokastik (Yevjevich, 2005). Sebenarnya proses hidrologi terdiri atas komponen-komponen deterministik dan stokastik. Besarnya kadar masing-masing komponen menentukan apakah proses tersebut dapat diselesaikan secara deterministik atau stokastik.

### 2.2 Model hidrologi matematik dan simulasi

Dalam pengertian matematis, kata model menggambarkan suatu sistem pemisalan, persamaan-persamaan, dan cara-cara untuk melukiskan unjuk kerja suatu sistem prototip (Hall dan Nathan, 2005). Dengan munculnya komputer digital, maka istilah model hidrologi dipakai kembali untuk memberikan gambaran matematis yang relatif kompleks tentang siklus hidrologi, yang penyelesaiannya didesain pada sebuah komputer. Model-model matematik dalam ilmu hidrologi pada dasarnya dapat dibagi menjadi dua kelompok (Haan, 2006) besar yaitu:

- Deterministik
- Stokastik

Jika ada diantara variabel-variabel acak (random) yang mempunyai distribusi dan probabilitas maka dinamakan model stokastik (Li, 2007), dalam kelompok stokastik variabel-variabel hidrologi yang digunakan lebih ditekankan ketergantungannya kepada waktu. Jika variabel-variabelnya bebas dan

keragaman acak, sehingga tidak ada yang mempunyai distribusi dalam probabilitas, maka model tersebut dipandang sebagai model deterministic (Li, 2007).

Model hidrologi berusaha untuk menggambarkan proses-proses fisis yang sesungguhnya dari siklus hidrologi, dengan cara menirukan (simulasi) peristiwa-peristiwa hidrologi yang terjadi, misalnya dengan membuat transformasi dari serangkaian masukan curah hujan ke hidrograf aliran yang dihasilkannya. Model-model ini dilukiskan sebagai deterministik, didasarkan pada sifat fisisnya, dan konseptual. Golongan lain dari model-model hidrologi yaitu model stokastik berusaha mengungkapkan kembali perilaku statistik dari serangkaian waktu hidrologi tanpa memperhatikan kejadian yang sebenarnya.

Dibandingkan dengan pengumpulan data debit, pengumpulan data curah hujan pada umumnya jauh lebih mudah. Jika data curah harian yang tersedia cukup panjang, meskipun deret data debit harian hanya pendek, misalnya 3 tahun, maka deret data debit harian tersebut dapat direntang sepanjang deret data curah hujan harian. Hal ini dapat ditempuh dengan cara simulasi yang menggunakan model-model matematik. Dengan cara tersebut bahkan dapat meramal kedepan dalam hal deret data debit bulanan berdasarkan deret data debit bulanan masa lampau. Peramalan debit diperlukan misalnya untuk membuat pola eksplorasi waduk untuk tahun berikutnya (Wurbs, 2006).

### 2.3 Hidrologi stokastik

Dalam ilmu pengetahuan statistik, kata stokastik sinonim dengan acak, namun dalam hidrologi, kata itu dipakai secara khusus yang menunjuk pada suatu rangkaian waktu, di mana didalamnya hanya sebagian saja yang bersifat acak (Ross, 2005). Hidrologi stokastik mampu mengisi kekosongan yang ada di antara metode-metode deterministik, dan hidrologi probabilistic (Weibull, 2005). Dalam hidrologi deterministik, variabilitas waktu dianggap terjelaskan seluruhnya oleh variabel-variabel lain dalam penerapan model yang tepat. Dalam hidrologi probabilistik, tidak diperhatikan urutan-urutan waktu, yang diperhatikan hanyalah probabilitas atau peluang disamai atau dilampauinya suatu kejadian. Sedangkan dalam hidrologi stokastik urutan-unitan waktu mutlak penting, penyajian stokastik mempertahankan sifat-sifat peluang yang berhubungan dengan urutan-urutan kejadiannya.

Metode-metode stokastik pertama kali diperkenalkan dalam hidrologi untuk mengatasi masalah desain waduk. Kapasitas yang dibutuhkan waduk tergantung pada urutan-urutan aliran, terutama urutan-urutan aliran rendah. Jika suatu waduk beroperasi pada suatu alur kering seluruhnya, maka keterandalan waduk dapat dimiliki, yaitu probabilitas bahwa waduk akan mampu memberikan hasilnya seperti yang direncanakan setiap

tahun berdasarkan suatu analisis data aliran yang pernah terjadi, asalkan data ini cukup panjang. Bila dalam operasinya waduk mengambil simpanan untuk memenuhi kebutuhan yang diperlukan pada tahun-tahun yang kering, maka data historiknya mungkin tak dapat memberikan informasi yang memadai tentang keterandalan.

Data itu umumnya terlalu singkat untuk dapat menetapkan probabilitas rangkaian tahun yang berada di bawah normal. Metode stokastik menyediakan suatu cara untuk memperkirakan probabilitas urutan-urutan tahun kering selama periode yang diinginkan pada masa mendatang. Bahkan bila catatan historiknya menyarankan agar waduk itu beroperasi pada suatu daur tahunan sekalipun, tetapi ada suatu kemungkinan terjadinya dua atau lebih tahun kering di dalam urutan-urutannya, maka analisis stokastik harus menjadi bagian dari studi hidrologi pada semua waduk yang tergantung pada aliran sungai alamiah.

### 2.4 Penerapan statistik dalam model hidrologi stokastik

Karakteristik-karakteristik dan urutan aliran di masa lampau memberikan pertanda untuk aliran dimasa datang. Jika aliran tahun ini kecil, meskipun belum pasti, mungkin aliran tahun berikutnya akan lebih kecil daripada nilai tengahnya. Demikian pula aliran besar cenderung mengikuti aliran-aliran besar. Oleh karena itu sejarah dari suatu aliran memberikan informasi yang berharga tentang aliran yang mungkin terjadi dimasa mendatang. Model untuk meregenerasi haruslah menggunakan informasi tersebut meskipun pada waktu yang bersamaan harus dimasukkan komponen acak untuk menggambarkan ketidakmampuan meramal urutan aliran di masa datang secara eksak.

#### 2.4.1 Komponen acak

Suatu himpunan aliran historis atau sintetik dari suatu sungai adalah merupakan urutan angka-angka atau nilai-nilai yang dihasilkan oleh proses acak dalam urutan interval waktu secara bergantian, urutan tersebut dinamakan deret waktu yang ditulis dengan  $x_i$ , yang merupakan penjumlahan dua buah komponen yaitu:

$$x_i = d_i + e_i \quad (1)$$

dimana :

$d_i$  = Komponen deterministik, suatu angka yang ditentukan oleh suatu fungsi yang eksak, yang dibentuk oleh parameter-parameter dan nilai-nilai terdahulu dari proses.  $d_i$  dapat berupa fungsi dari nilai tengah debit, keragaman aliran yang diukur dan standard deviasinya dan dari debit-debit masa lampau, seperti  $x_{i-1}, x_{i-2}$

$e_i$  = Komponen acak dan model.  $e_i$  merupakan angka acak yang diambil atau hasil sampling dari himpunan angka-angka acak yang mempunyai distribusi atau pola probabilitas tertentu.

#### 2.4.2 Nilai tengah dan standard deviasi

Urutan debit historis ditandai oleh adanya persistensi. Sebagai contoh, aliran kecil lebih besar peluangnya diikuti oleh aliran kecil dibandingkan diikuti oleh aliran besar, dan begitu pula aliran besar lebih besar peluangnya diikuti oleh aliran besar lainnya. Uraian secara statistik mengenai gejala tersebut adalah bahwa aliran-aliran yang berurutan itu dikorelasikan secara positif. Persistensi yang demikian itu memberikan informasi yang benar mengenai nilai tengah populasi yang dikandung oleh sample dengan panjang tertentu.

Karakteristik penting kedua dari data historik adalah keragaman (variasi) atau penyebarannya data, yang diukur dengan keragaman dan standard deviasinya. Definisi keragaman atau standard deviasi adalah nilai yang diduga dan kuadrat beda nilai yang ditarik secara acak dari populasi dengan nilai tengah populasi tersebut. Bila  $E$  merupakan operator duga, maka keragaman  $\sigma^2$  dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$s^2 = E[(x - \mu)^2] \quad (2)$$

Sedangkan standar deviasi merupakan akar kuadrat dari keragaman. Unsur-unsur deret waktu dapat dengan mudah ditransformasikan ke dalam deret lain dengan nilai tengah dan standard deviasi tertentu. Jika  $t_i$  merupakan variabel acak dengan nilai tengah 0 dan keragaman  $i$ , maka variabel acak yang ditransformasikan dapat dituliskan sebagai berikut :

$$W_i = \sigma^2 t_i + \mu \quad (3)$$

yang akan distribusikan secara umum seperti  $t$ , tetapi dengan nilai tengah  $\mu$  dan keragaman  $\sigma^2$ .

#### 2.4.3 Koefisien Korelasi

Dalam studi-studi yang meninjau persistensi debit, yang khas berhubungan dengan musim hujan dan kemarau, diperlukan model-model yang lebih terinci. Statistik sample aliran historik berikutnya yang dapat digabungkan dalam model adalah koefisien korelasi serial lag satu. Definisi dari besaran tersebut yang mendasari model aliran adalah:

$$rl = \{E[(x_i - \mu)(x_{i+1} - \mu)]\} / \sigma^2 \text{ dimana:} \quad (4)$$

$m$  = nilai tengah populasi

$s$  = keragaman populasi debit  $x \sim$

$rl$  = ukuran besarnya rentangan terhadap mana suatu debit cenderung untuk menentukan aliran berikutnya.

Koefisien korelasi dengan orde yang lebih tinggi dapat dirumuskan jika dikehendaki. Adalah beralasan untuk menduga adanya debit tahun ini yang bergantung kepada debit tahun yang lalu, dan juga debit dua tahun sebelumnya atau barangkali debit tahun-tahun sebelumnya itu. Untuk koefisien korelasi serial lag  $-k$  dirumuskan sebagai berikut:

$$rk = \{E[(x_i - \mu)(x_{i+k} - \mu)]\} / \sigma^2 \quad (5)$$

#### 2.4.4 Model Markov

Setelah parameter-parameter aliran ditentukan dan setelah distribusinya dipilih, maka selanjutnya dilakukan proses pemilihan model untuk aliran sintetik. Dalam hal ini akan dijelaskan salah satu model yaitu model Markov. Model Markov mempunyai bentuk (Descombes dan Berthod, 2006) sebagai berikut :

$$q_i = d_i + e_i \quad (6)$$

dimana:

$d_i$  = komponen deterministik

$e_i$  = komponen acak

Komponen deterministiknya mempunyai bentuk otoregresip linier sbb:

$$d_i = \beta_0 + \beta_1 q_{i-1} + \beta_2 q_{i-2} + \dots + \beta_m q_{i-m} \quad (7)$$

dimana  $d_i$  merupakan kombinasi linier dari  $m$  buah aliran sebelumnya, untuk suatu  $m$  terbatas. Model yang paling sederhana mempunyai bentuk sbb:

$$d_i = \beta_0 + \beta_1 q_{i-1} + e_i \quad (8)$$

Dalam model di atas dianggap bahwa seluruh pengaruh sebelumnya terhadap aliran sekarang direfleksikan dalam nilai aliran yang terdahulu. Selanjutnya dalam model lag satu kita tentukan besarnya konstanta  $\beta_0$  dan  $\beta_1$  dan bentuk eksak  $e_i$  atau suku sesatannya. Pertama kali dianggap bahwa aliran mengikuti distribusi nonnal. Jika  $\mu$  merupakan nilai tengah aliran,  $\rho$  adalah koefisien korelasi serial lag satu dan  $\sigma$  keragaman aliran, maka didapat bentuk persamaan sebagai berikut :

$$q_i = \mu + \rho (q_{i-1} - \mu) + e_i \quad (9)$$

Di sini dianggap bahwa aliran  $q_i$  merupakan penjumlahan dari nilai tengah, sebagian dari perbedaan aliran sebelumnya  $q_{i-1}$  dengan nilai tengah dan komponen acak  $e_i$ . Jika  $q_i$  mempunyai distribusi normal, maka  $e_i$  harus mempunyai distribusi normal juga. Aliran  $q_i$  mempunyai nilai tengah  $\mu$ , sehingga bentuk yang disarankan akan memberi nilai tengah yang dikehendaki. Aliran  $q_i$  mempunyai keragaman :

$$E[\mu + (q_{i-1} - \mu) + e_i]^2 - \mu^2 = \sigma^2 \rho^2 + \sigma_e^2 \quad (10)$$

dimana  $\sigma_e^2$  merupakan keragaman komponen acak  $e_i$ . Keragaman  $q_i$  mempunyai hubungan dengan  $\sigma_e^2$  yang dinyatakan dalam rumus berikut:

$$s_e^2 = \sigma^2 (1 - \rho^2) \quad (11)$$

Jika  $t_i$  merupakan variabel acak yang mempunyai distribusi normal, tidak bergantung secara serial bernilai tengah nol dan berstandard deviasi satu maka

$$t_i \sigma ((1 - \rho^2))^{0.5} \quad (12)$$

juga merupakan variabel yang berdistribusi normal, tidak tergantung secara serial, bernilai tengah nol dan bervariance  $\sigma^2 (1 - \rho^2)$ . Dengan demikian bentuk model menjadi sbb:

$$q_i = \mu + \rho (q_{i-1} - \mu) + t_i \sigma ((1 - \rho^2))^{0.5} \quad (13)$$

### 3. Metode

#### 3.1 Analisis sistem sumber daya air

Perencanaan pengembangan sumber daya air pada umumnya berkisar pada masalah pengaturan "Waktu" dan "Tempat" sumber daya air yang tersedia untuk satu atau beberapa kegunaan sekaligus. Untuk itu perlu dilakukan analisis sistem sumber daya air yang cermat berdasarkan kondisi yang ada dan kondisi yang diinginkan.

Untuk dapat mengantisipasi debit inflow, maka dibangun suatu model kontinu hujan-debit dengan metode regresi linier ganda untuk menelusuri kejadian hujan dan kontribusinya terhadap debit air Waduk Saguling. Selain model kontinu hujan debit dibangun pula model diskrit debit-debit dengan metode Chain Markov yang dapat memperkirakan debit air yang masuk ke Waduk Saguling pada bulan berikutnya ( $t_n$ ) berdasarkan data hidrologi debit air n satuan waktu sebelumnya ( $t_{n-m}$ ). Hasil kedua model ini selanjutnya dapat diujikan terhadap model optimasi pengoperasian waduk misalnya menggunakan program dinamik Bellman.

#### 3.2 Perkiraan stokastik debit air model kontinu hujan-debit dan debit-debit dengan metode regresi linier ganda

Tujuan dan pembuatan model kontinu hujan-debit dan debit-debit ini adalah untuk dapat melakukan analisis korelasi linier ganda untuk melihat keterkaitan antar stasiun-stasiun pengukur hujan. Untuk mendapatkan model yang terbaik, maka dipilih tiga cara penggerjaan untuk memperoleh nilai koefisien korelasi yang terbesar yang dapat dijadikan penilaian seberapa eratnya hubungan antara variabel-variabel yang dipilih dalam persamaan regresi yang dibentuk. Hasil dari model terbaik ketiga cara ini kemudian akan diujikan

terhadap model optimasi Program Dinamik Bellman. Adapun ketiga cara tersebut adalah :

##### 3.2.1 Analisis korelasi dan regresi dengan 2, 3, dan 4 variabel

Pada cara penggerjaan pertama ini, akan dilakukan analisis korelasi dan regresi terhadap model persamaan regresi linier mulai dari 2 variabel sampai 4 variabel. Pada cara pertama ini model hujan-debit dibagi menjadi 2 model yaitu model homogen dan model heterogen. Sedangkan jenis model yang diperbandingkan untuk dapat memprediksi debit secara tepat dapat digolongkan menjadi 4 jenis model yaitu:

1. model hujan-debit homogen
2. model hujan-debit heterogen
3. model hujan wilayah-debit
4. model debit-debit

Pada tahap akhir analisis akan dipilih model terbaik yaitu model yang mempunyai koefisien korelasi rata-rata yang terbesar.

##### 3.2.2 Analisis korelasi dan regresi dengan step regresi eleminasi kebelakang 4 variabel

Analisis cara kedua ini dilakukan dengan menggunakan program komputer di mana prosedurnya dimulai dengan menggunakan seluruh calon variabel bebas dalam model, kemudian variabel dengan statistik F parsial yang paling kecil dihilangkan sampai hanya tersisa 3 variabel bebas dalam persamaan regresi linier. Hasil akhir analisis cara kedua ini akan diperoleh model regresi linier 4 variabel dengan koefisien korelasi terbesar.

##### 3.2.3 Analisis korelasi dan regresi dengan step regresi eleminasi ke belakang terhadap jumlah variabel optimum

Cara ketiga ini prosedurnya sama dengan cara kedua tetapi jumlah variabel bebas yang digunakan pada model tidak dibatasi hanya 3 variabel saja, tetapi di sini dicari jumlah variabel yang paling optimum.

Hasil-hasil model regresi linier terbaik dari ketiga cara yang digunakan tersebut kemudian akan dipergunakan sebagai debit input pada model optimasi waduk dengan menggunakan program dinamik Bellman.

#### 3.3 Perkiraan stokastik debit air model diskrit chain markov debit air

Dalam model Chain Markov ini dilakukan penyederhanaan besaran debit air yang masuk waduk dengan membaginya menjadi 3 klas. Berdasarkan pembagian klas debit air dicoba untuk menelusuri memoir/runtun kejadian debit air pencatatan historik, sehingga setiap bulannya dapat dibuat matrik stokastik yang membagi

klas debit air yang masuk waduk air dalam 3 klas, adapun tahapan pengerjaan Chain Markov debit-debit ini adalah sebagai berikut :

### 3.3.1 Analisis distribusi frekuensi

Pada prosedur pembuatan model Chain Markov tersebut pertama-tama terlebih dahulu dilakukan analisis frekuensi distribusi debit air tiap bulan terhadap data selama 61 tahun, kemudian terhadap distribusi frekuensi data historis dilakukan pencocokan dengan dua model distribusi frekuensi yaitu distribusi Normal dan distribusi Log Normal. Setiap bulan dipilih sebaran distribusi yang paling cocok dari 2 alternatif jenis distribusi tersebut. Penilaian kecocokan distribusi data historik dengan distribusi normal dan log normal dapat dilihat dari plot kurva data historis terhadap masing-masing alternatif jenis distribusi dan dapat dilihat dari taraf nyata yang diperoleh.

### 3.3.2 Pembagian Klas

Tahap kedua setelah pemilihan distribusi frekuensi adalah pembagian kelas debit air. Dalam penelitian ini proses yang diteliti adalah orde satu untuk tiga klas. Untuk itu besaran debit dibagi menjadi tiga klas sebagai berikut :

1. Debit kering (yang dinyatakan dengan 0)
2. Debit nornal (yang dinyatakan dengan 1)
3. Debit basah (yang dinyatakan dengan 2)

Penentuan interval kelas untuk tiap pembagian kelas diperoleh dengan membagi kurva probabilitas dari distribusi populasi terpilih menjadi 3 bagian yang sama yaitu 0.333, 0.6667, dan 1. Besar nilai umtuk masing-masing klas adalah nilai tengah dari tiap-tiap klas yaitu pada kurva probabilitas 0.1667, 0.5, dan 0.8333.

### 3.3.3 Pembentukan matrik transisi

Prosedur perolehan matrik transisi adalah sbb:

1. Menentukan banyaknya pembagian klas (n)
2. Memasukkan data historik ke dalam pembagian klas sesuai dengan batas kelas yang telah ditentukan sebelumnya.
3. Mencari nilai probabilitas kejadian  $j$  pada waktu  $t_n$  terjadi bila kejadian  $i$  terjadi pada waktu  $t_{n-1}$  dengan selang waktu ketergantungan satu satuan waktu
4. Membangun matriks transisi dengan elemen tiap baris dan kolomnya hasil perhitungan probabilitas transisi pada waktu yang ditinjau.

### 3.3.4 Simulasi

Prosedur terakhir dari pembuatan model diskrit Chain Markov debit air adalah melakukan simulasi. Proses simulasi ini dilakukan berdasarkan proses dua tahap yaitu:

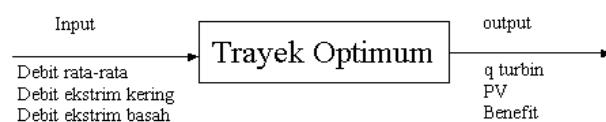
1. Tahap pertama: Tarikan bilangan acak dalam rangka menentukan klas dan debit air pada waktu  $t$  dengan menggunakan fungsi distribusi debit air historik.

2. Tahap kedua: Menentukan besaran debit air pada waktu  $t+1$  dengan menggunakan matrik stokastik.

Hasil model diskrit Chain Markov ini kemudian akan diujikan pada model optimasi program dinamik Bellman untuk melihat tingkat sensitifitasnya terhadap model optimasi.

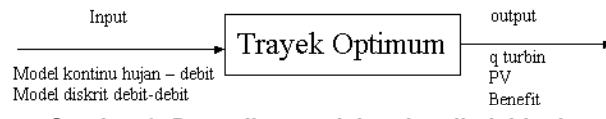
### 3.4 Pembentukan trayek optimum bellman

Untuk pengujian terhadap model kontinu hujan debit, maka dilakukan pencarian trayek optimum dengan menggunakan input debit air rata-rata, debit air ekstrim kering dan debit air ekstrim basah, sedangkan untuk pengujian model diskrit trayek optimum dibuat berdasarkan input debit yang telah didistribusikan ke dalam 3 klas. Adapun sebagai outputnya adalah berupa besaran-besaran debit yang digunakan untuk menggerakkan turbin, produksi listrik yang diperoleh dan benefit yang dihasilkan dapat dilihat pada **Gambar 1**



**Gambar 1. Pembuatan trayek optimum**

Debit sintetis yang dihasilkan dari model stokastik kontinu hujan debit dan model diskrit Chain Markov debit-debit kemudian akan digunakan sebagai input bagi trayek optimum yang dihasilkan oleh model optimasi Program Dinamik Bellman dengan metode forward. Di sini akan dilihat tingkat sensitifitas masing-masing model stokastik debit air tersebut terhadap model optimasi Bellman dapat dilihat pada **Gambar 2**.



**Gambar 2. Pengujian model stokastik debit air**

Untuk pengujian terhadap debit input hasil perhitungan model kontinu hujan debit metode regresi linier ganda, dibuat trayek volume waduk optimum dengan menggunakan debit ekstrim kering dan debit ekstrim basah. Jalur optimum yang terbentuk dipertahankan untuk diuji sensitifitasnya terhadap debit inflow sintetis hasil model kontinu hujan debit.

Untuk pengujian terhadap debit input hasil perhitungan model diskrit debit-debit metode Chain Markov 3 klas orde satu, dibuat trayek volume waduk optimum dengan menggunakan distribusi debit Saguling ke dalam 3 klas. Jalur optimum yang terbentuk dipertahankan untuk diuji sensitifitasnya terhadap debit inflow sentetis hasil model diskrit debit-debit.

### 3.5 Data hidrologi yang digunakan

Data curah hujan harian yang digunakan yang tersedia cukup panjang di DAS Citarum – Saguling terdiri dari 9 stasiun pengukur hujan yang tersebar di DAS. Untuk pembuatan model regresi linier ganda data hidrologi yang digunakan adalah data curah hujan bulanan (mm) dan data debit air rata-rata bulanan ( $m^3/detik$ ) selama 30 tahun dapat dilihat pada **Tabel 1**. Sedangkan untuk debit digunakan data debit hasil ekstrapolasi yang dilakukan oleh proyek Induk Pembangkit Listrik Tenaga Hidro (Pikildro) Jawa Barat. Untuk pembuatan model Chain Markov digunakan debit air bulanan ( $m^3/detik$ ) yang masuk ke Waduk Saguling yang merupakan data hasil ekstrapolasi yang dilakukan oleh Pikildro selama 60 tahun dapat dilihat pada **Tabel 2**.

### 3.6 Penyesuaian jumlah hari per bulan

Pada umumnya, setahun dianggap memiliki 365 hari. Meskipun satu tahun terdiri dari 12 bulan setiap bulan dapat memiliki jumlah hari yang berbeda dan bervariasi antara 28 sampai dengan 31 hari. Sebelum data mentah curah hujan dan debit air digunakan, terlebih dahulu dilakukan penyesuaian terhadap jumlah hari dalam bulan. Penyesuaian dilakukan dengan jalan membagi data bulanan dengan jumlah hari dalam 1 bulan yang bersangkutan agar memperoleh data per hari. Bila diinginkan angka-angka tersebut tidak berubah, maka

angka harian yang diperoleh harus dikalikan dengan jumlah hari rata-rata perbulan sebanyak  $365/12 = 30,4167$ .

Data debit air bulanan dan data curah hujan bulanan disesuaikan sehingga tiap bulannya memiliki jumlah hari yang sama (30,4167). Data debit air dan curah hujan bulan yang telah disesuaikan diperoleh dengan menggunakan **Persamaan (14)** sebagai berikut :

$$D = d * (30,4167/X) \quad (14)$$

d = data debit air yang belum disesuaikan,

X = jumlah hari dalam bulan yang bersangkutan

### 3.7 Perhitungan hujan wilayah

Untuk perhitungan hujan wilayah digunakan 2 metode yaitu metode Poligon Thiessen dan Metode Anitmetika.

#### 3.7.1 Metode Poligon Thiessen

Hujan wilayah metode poligon Thiessen didapat dengan mengalikan data hujan di setiap stasiun dengan persentase luas DAS Citarum-Saguling yang dipengaruhi stasiun pengukur hujan tersebut, kemudian dijumlahkan seluruhnya. Persentase luas tersebut merupakan faktor pembobot bagi setiap stasiun dan didapat dengan membandingkan luas daerah yang dibatasi oleh poligon dengan luas DAS seluruhnya. Gambar pembagian DAS Citarum dan persentase luasnya dapat dilihat pada **Gambar 4**.

**Tabel 1. Debit Input rata-rata bulanan DAS Saguling ( $m^3/det$ )**

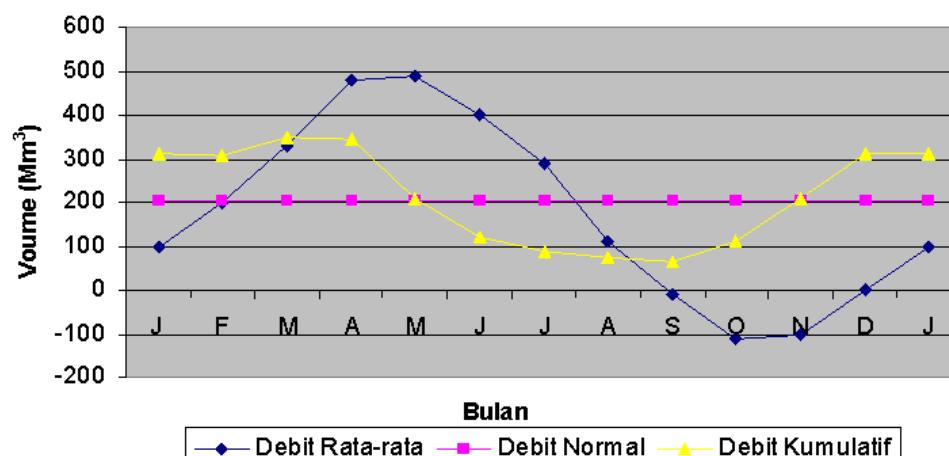
Jan	Peb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agt	Sep	Okt	Nop	Des	Rata-Rata
120	118	133	131	89	50	33	25	23	44	88	123	81,4

Sumber: Pilildro, PLN Jabar

**Tabel 2. Debit Input rata-rata bulanan DAS Saguling ( $hm^3/det$ )**

Jan	Peb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agt	Sep	Okt	Nop	Des	Rata-Rata
315	310	350	344	234	131	87	66	60	116	231	323	2,567

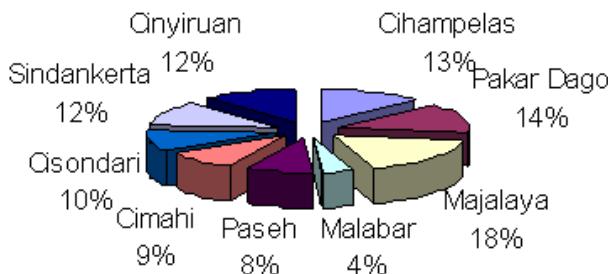
Sumber: Pilildro, PLN Jabar



**Gambar 3. Kapasitas tampungan waduk saguling**

Sumber: Pilildro Jabar

### Luas DAS Citarum



**Gambar 4. Persentase Luas DAS yang dipengaruhi tiap stasiun pengukur hujan**  
(Sumber: Hasil Perhitungan)

#### 3.7.2 Metode Aritmetika

Perhitungan hujan wilayah dengan metode aritmetika dilakukan dengan cara membagi rata-rata pengukuran pada semua pos hujan terhadap jumlah stasiun dalam daerah aliran yang bersangkutan. Rumus perhitungan hujan wilayah metode aritmetika ini dengan menggunakan data curah hujan kesembilan stasiun pengamat adalah sebagai berikut:

$$Pr = \frac{P100 + P200 + \dots + P900}{9} \quad (15)$$

dimana P100, P200, ..., P900 adalah tinggi hujan pada stasiun-stasiun pengamat 100, 200, ..., 900.

#### 3.8 Perhitungan dispersi debit air Waduk Saguling

Untuk memperoleh debit ekstrim kering dan debit ekstrim basah digunakan distribusi frekuensi log normal. Adapun rumus-rumus yang digunakan pada distribusi log normal 2 parameter adalah sebagai berikut :

Persamaan Transformasi

$$Y = \frac{\ln x - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}} \quad (16)$$

Sehingga rumus yang dipakai untuk memperkirakan debit ekstrim kering dan basah adalah sebagai berikut :

$$\ln x = \mu_n \pm y\sigma_n, \text{ atau} \quad (17)$$

$$\log x = \mu_n \pm y\sigma_n \quad (18)$$

dimana:

$m_n$  = nilai rata-rata hitung dan populasi atau sampel nilai logaritmik ( $\ln x$  atau  $\log x$ )

$s_n$  = simpangan baku dan populasi atau sampel nilai logaritmik ( $\ln x$  atau  $\log x$ )

$Y$  = Karakteristik dan disiribusi log normal. Bisa di-

dapat dari tabel yang merupakan fungsi probabilitas kumulatif dan koefisien variasi  $Cv$

Adapun parameter distribusi log normal dua parameter adalah sebagai berikut :

- Momen pangkat 1 dari  $x$  terhadap titik pusat

$$\mu = mi = e^{\mu n + \sigma n^2 / 2} \quad (19)$$

$$\text{Variasi } x = \sigma^2 = \mu^2 x \left( e^{\sigma n^2} - 1 \right) \quad (20)$$

$$\text{Koefisien variasi } Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \left( e^{\sigma n^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (21)$$

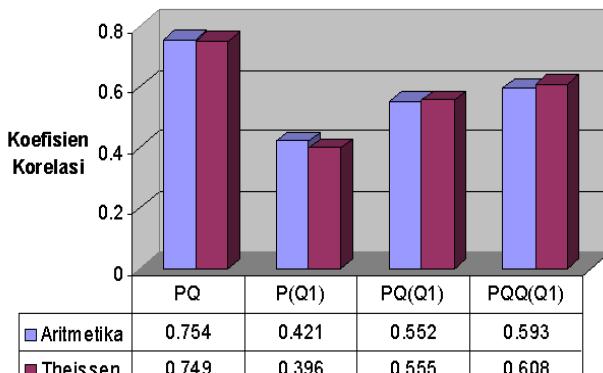
### 4. Hasil dan Pembahasan

#### 4.1 Model kontinu hujan-debit dengan metode regresi linier ganda

##### 4.1.1 Analisis korelasi dan regresi dengan 2, 3, dan 4 variabel

###### 4.1.1.1 Koefisien korelasi hujan wilayah-debit metode thiessen dan aritmetika

Koefisien korelasi antara debit dengan hujan wilayah metode Thiessen dan aritmetika tidak terdapat perbedaan yang menyolok, rata-rata koefisien korelasi kedua metode ini hampir sama. Untuk persamaan regresi linier dengan 2 dan 3 variabel metode aritmetika mempunyai nilai koefisien korelasi yang lebih besar, sedangkan untuk persamaan regresi 3 dan 4 variabel metoda poligon Thiessen yang mempunyai koefisien korelasi yang lebih tinggi. Dengan melihat besarnya koefisien korelasi antara kedua metode penentuan hujan wilayah tersebut yang hampir sama, dengan demikian kedua metode ini dapat dipergunakan untuk memperkirakan hujan wilayah di DAS Citarum Saguling



**Gambar 5. Perbandingan Rata-rata koefisien korelasi hujan wilayah debit Metode Thiessen vs Aritmetika**

#### 4.1.1.2 Koefisien Korelasi Hujan Bulan n - Debit Bulan n+1 Masing-masing Stasiun

Untuk mengetahui stasiun mana yang paling erat hubungannya dalam memperkirakan debit pada bulan berikutnya maka dilakukan analisis terhadap koefisien korelasi antara curah hujan pada masing-masing stasiun pengukur hujan dengan bulan berikutnya untuk setiap bulannya. Dan hasil analisis ini akan dipilih 3 stasiun yang paling besar koefisien korelasinya setiap bulannya. Data dari ketiga stasiun pengukur ini akan dipergunakan sebagai variabel bebas pada model hujan-debit heterogen. Jadi pada model hujan-debit heterogen, stasiun pengukur yang dipergunakan berbeda-beda setiap bulannya, sedangkan pada model hujan-debit homogen akan dipergunakan 3 stasiun pengukur yang sama setiap bulannya.

Untuk memilih 3 stasiun pengukur pada model hujan-debit homogen dipilih pengukur yang paling sering muncul setiap bulannya sebagai stasiun yang besar koefisien korelasinya. Dan hasil perhitungan didapatkan stasiun pengukur Cinyiruan muncul sebanyak 8 kali sebagai stasiun yang paling besar koefisien korelasinya, sedangkan stasiun Malabar dan Majalaya muncul sebanyak 5, maka ketiga stasiun inilah yang akan dipergunakan pada model hujan-debit homogen

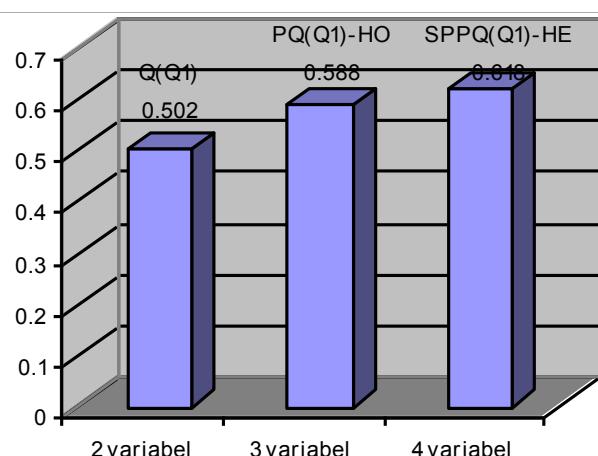
#### 4.1.1.3 Hasil perbandingan koefisien berbagai model regresi linier ganda

Dari hasil perbandingan berbagai model regresi linier yang digunakan, persamaan regresi linier ganda dengan 4 variabel mempunyai rata-rata koefisien korelasi yang terbesar, dan pada berbagai macam persamaan regresi linier ganda dengan 4 variabel ini nilai koefisien korelasi terbesar diperoleh pada model hujan-debit heterogen yaitu sebesar 0,618 sedangkan urutan kedua adalah model hujan-debit homogen sebesar 0,612, kedua model inilah yang dipilih sebagai model terbaik yang akan dipergunakan untuk mengantisipasi debit air yang masuk ke waduk Saguling, dan akan diuji bagaimana

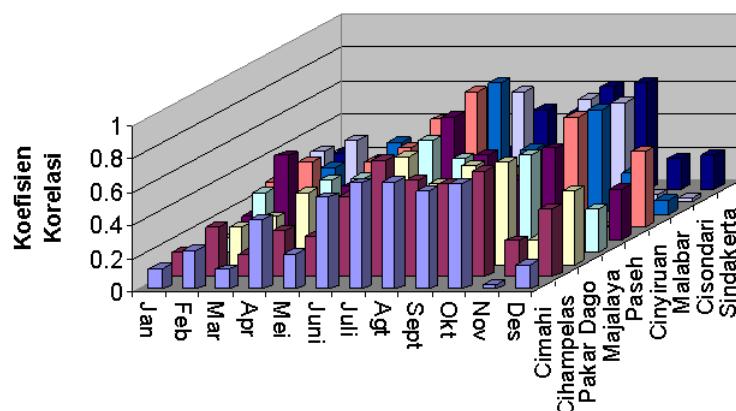
sensitifitas kedua model terhadap model optimasi program dinamik Bellman yang akan dibentuk untuk pengoptimasi pengoperasian waduk air Saguling.

#### 4.1.2 Analisis korelasi dan regresi dengan step regresi eleminasi kebelakang 4 variabel

Pada cara kedua ini langsung dipilih regresi linier ganda 4 variabel model hujan-debit heterogen, perbedaannya ialah dalam pemilihan stasiun optimum setiap bulannya. Pada cara penggeraan step regresi ini pertama-tama dipilih semua calon variabel bebas untuk model regresi linier ganda yang akan dibentuk. Di sini calon variabel bebas yang dipilih ialah data curah hujan dari 9 stasiun pengukur ditambah data debit pada 2 bulan sebelumnya dan data debit satu bulan sebelumnya. Pada akhir penyelesaian step regresi ini akan dibatasi hanya 3 variabel bebas yang membentuk persamaan regresi linier ganda yang memberikan koefisien korelasi yang terbesar. Hasil persamaan regresi linier ganda ini dapat dilihat pada **Tabel 3**.



**Gambar 7. Perbandingan koefisien korelasi maksimum 2, 3, dan 4 variabel**



**Gambar 6. Koefisien Korelasi Hujan Bulan n- debit bulan n+1 Masing-masing stasiun**

Tabel 3. Model terbaik hasil regresi bertahap empat variabel

Bulan	Persamaan	Taraf Nyata	Sdt Error	R <sup>2</sup>	r
Januari	71,83 + 0,12 P200 + 0,17 P600 - 0,13 P700	0,0059	28,6414	0,376145	0,6133
Februari	62,2 + 1,3 Q1 - 0,12 P300 - 0,2 P700	0,003	39,7832	0,409873	0,6402
Maret	54,12 + 0,14 Q2 + 0,1 P400 + 0,12 P800	0,0508	34,816	0,254586	0,5046
April	130,5 + 0,44 Q1 - 0,18 P300 - 0,11 P800	0,1844	40,882	0,166809	0,4084
Mei	-17,16 + 0,39 Q1 + 0,29 Q2 + 0,06 P700	0,004	25,9226	0,496655	0,7047
Juni	17,89 + 0,22 Q1 + 0,03 P100 + 0,05 P500	0,051	22,5252	0,254326	0,5043
Juli	15,17 + 0,19 P100 - 0,15 P600 + 0,28 P400	0,0003	19,8752	0,505829	0,7112
Agustus	4,07 + 0,69 Q1 + 0,03 P700 - 0,07 P900	0	10,5549	0,790128	0,8889
September	5,2 + 0,84 Q1 + 0,15 P200 - 0,18 P300	0	11,1422	0,73511	0,8574
Oktober	10,04 - 0,29 P600 + 0,29 P700 + 0,1 P900	0,002	24,833	0,51854	0,7201
November	35,66 + 0,59 Q1 + 0,19 P100 + 0,1 P600	0	29,8273	0,596771	0,7725
Desember	104,51 + 0,29 P200 - 0,33 P300 + 0,09 P700	0,0457	43,2146	0,291127	0,511

#### 4.1.3 Analisis korelasi dan regresi dengan step regresi eleminasi kebelakang terhadap jumlah variabel optimum

Terhadap Jumlah Variabel Optimum, pada metode penggerjaan yang ketiga ini tidak ada pembatasan terhadap jumlah variabel bebas yang akan membentuk persamaan regresi linier ganda, tetapi disini dicari jumlah optimum variabel bebas yang akan membentuk model. Kriteria yang dipergunakan untuk mencari jumlah variabel optimum ialah dilihat dari pertambahan koefisien determinasinya. Pada setiap penambahan jumlah variabel akan terjadi penambahan koefisien determinasi, tetapi pada suatu saat akan terlihat dengan penambahan jumlah variabel bebas tidak akan memberikan lagi kenaikan koefisien determinasi yang berarti, hal ini berarti bahwa penambahan jumlah variabel bebas tidak efektif lagi. Kriteria kedua yang digunakan adalah nilai rata-rata error kuadrat atau MSE. Secara umum MSE menurun jika jumlah variabel bebas ditambah, tetapi hal ini tidak akan selalu terjadi demikian. Penentuan jumlah variabel bebas optimum dapat ditentukan dengan melihat nilai MSE yang terkecil, pada grafik hasil perhitungan dapat dilihat bahwa umumnya pada nilai MSE yang terkecil akan terlihat nilai koefisien determinasi sudah mendekati konstan. Pada titik inilah dipilih persamaan regresi yang terbaik dapat dilihat pada **Gambar 8**.

#### 4.2 Model diskrit chain markov debit air

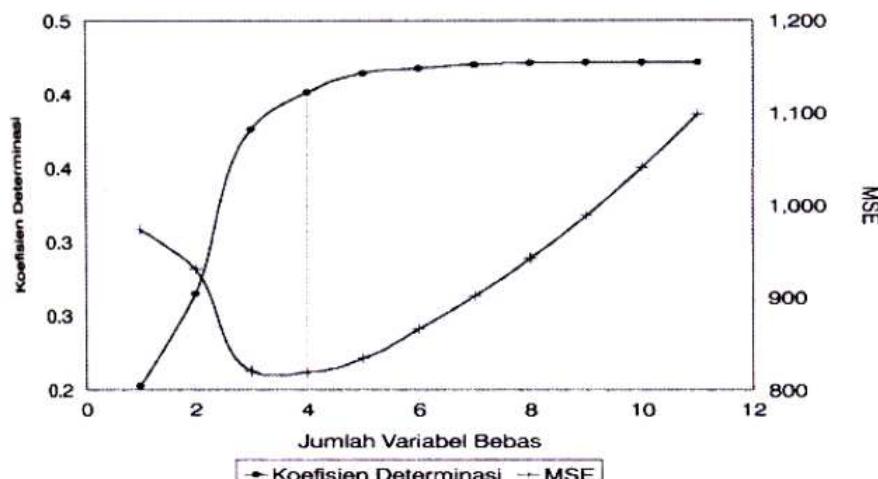
##### 4.2.1 a. Prosesus chain markov

Analisis debit bulanan dalam fungsi waktu umumnya muncul eksistensi ketergantungan stokastik, yaitu ketergantungan untuk mempertahankan sifat-sifat peluang yang berhubungan dengan urutan-urutan kejadianya. Proses Markov adalah sistem stokastik yang mempunyai karakter bahwa terjadinya suatu keadaan (state) pada suatu saat bergantung pada dan hanya pada keadaan (state) sebelumnya. Maka apabila  $t_0 < t_1 < \dots < t_n (n = 0, 1, \dots)$  yang menyatakan titik-titik waktu, kumpulan variabel random  $\{X(t_n)\}$  adalah suatu proses Markov jika memenuhi sifat berikut ini :

$$P \{X(T_n) = X_n | X(t_{n-1}) = X_{n-1}, \dots, X(t_0) = X_0\} = P \{X(t_n) = X_n | X(t_{n-1}) = X_{n-1}\} \text{ untuk seluruh harga } X(t_0), X(t_1), \dots, X(t_n) \quad (22)$$

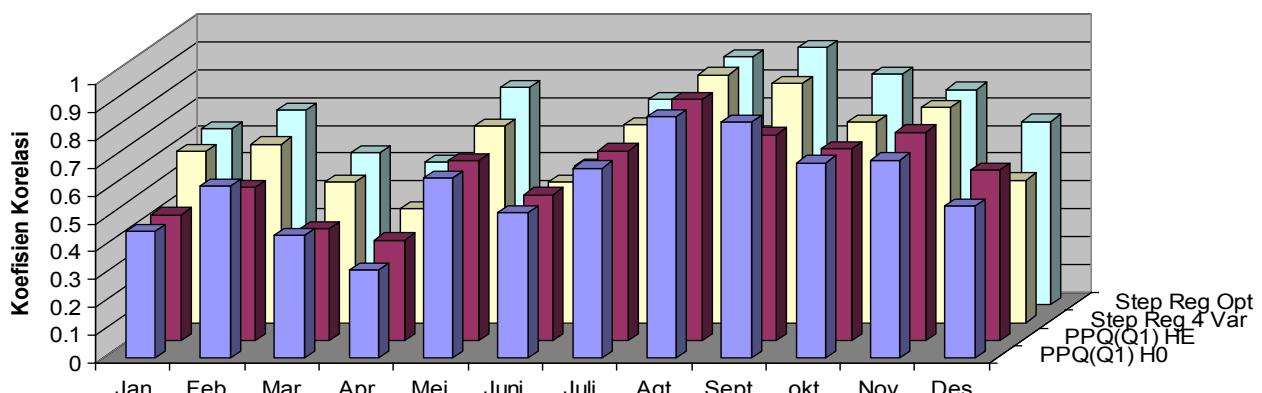
$$\text{Probabilitas } P_{x_{n-1}, x_n} = P \{X(t_n) = X_n | X(t_{n-1}) = X_{n-1}\} \text{ atau } P_{ij} = P \{X(t_n) = j | X(t_{n-1}) = i\} \quad (23)$$

disebut sebagai probabilitas transisi. Yang menyatakan probabilitas bersyarat dari sistem pada keadaan (j) pada saat  $t_{n-1}$  jika diketahui bahwa sistem ini berada dalam keadaan (i) pada saat  $t_{n-1}$  dan diasumsikan probabilitas ini tetap sepanjang waktu, atau peluang kejadian j terjadi bila diketahui kejadian i terjadi.

Gambar 8. Plot R<sup>2</sup> dan MSE terhadap jumlah variable bebas bulan Januari

Tabel 4. Model terbaik hasil regresi bertahap metode eleminasi ke belakang

Bulan	Persamaan	Jumlah Variabel Bebas	Std Error	R <sup>2</sup>	r	Taraf Nyata
Januari	68,21 + 0,15 P200 - 0,08 P400 + 0,2 P600 - 0,11 P700	4	26,61	0,4	0,63	0,0099
Februari	39,63 + 1,32 Q1 + 0,12 P100 - 0,17 P300 - 0,15 P500 + 0,12 P600 - 0,2 P700	6	39,44	0,49	0,7	0,011
Maret	18,81 - 0,6 Q1 + 0,49 Q2 + 0,09 P100 + 0,19 P400 + 0,08 P600 - 0,08 P700 + 0,23 P800	7	34,62	0,3	0,54	0,1189
April	180,70 + 0,85 Q1 - 0,33 Q2 + 0,14 P100 - 0,13 P200 - 0,13 P300 - 0,09 P700 - 0,15 P800 - 0,11 P900	8	40,84	0,23	0,51	0,3043
Mei	-2,3 + 0,47 Q1 + 0,26 Q2 + 0,12 P700 - 0,25 P200 + 0,1 P300 + 0,08 P700	6	24,38	0,61	0,78	0,0008
Juni	22,74 + 0,22 Q1 + 0,6 P100 - 0,08 P200 + 0,06 P300 + 0,04 P500 + 0,07 P600 - 0,04 P700 + 0,07 P900 - 1,0 + 0,2 Q2 + 0,25 P100 - 0,14 P300 - 0,22 P400 +	5	23,91	0,25	0,5	0,324
Juli	0,15 P500 + 0,32 P600 - 0,14 P700	7	19	0,54	0,73	0,0015
Agustus	4,07 + 0,68 Q1 + 0,06 P700 - 0,07 P900	3	10,55	0,79	0,9	0
September	6,47 + 1,67 Q1 - 0,63 Q2 + 0,23 P200 - 0,21 P300 - 0,15 P300 - 0,15 P500 - 0,11 P800 + 0,09 P900	4	914	0,85	0,92	0
Oktober	0,59 + 0,24 Q2 + 0,11 P200 + 0,21 P400 - 0,42 P600 + 0,24 P800 + 0,33 P700	6	21,46	0,68	0,83	0,0001
November	35,66 + 0,6 Q2 + 0,19 P100 + 0,1 P600	3	29,83	0,3	0,77	0
Desember	102,2 + 0,34 Q2 + 0,3 P200 - 0,26 P300 - 0,19 P600 - 0,06 P600 - 0,06 P800 + 0,25 P700	6	40,26	0,43	0,66	0,0287



Gambar 9. Perbandingan koefisien korelasi model regresi linier ganda

Untuk suatu Chain Markov dengan N keadaan, maka probabilitas transisi dari keadaaan  $X_{n-1}$ , atau (i) ke keadaaan  $X_n$  atau (j) ini akan lebih mudah disusun dalam bentuk matriks P berukuran  $N \times N$ , dengan  $N = n^m$  di mana n adalah banyaknya keadaan (klas) dan m adalah ketergantungan Chain Markov dalam m- selang waktu.

#### 4.2.2 Prosesus multiklas orde satu

Multiklas adalah bila sistem mengandung n-keadaan (klas) yang berbeda di mana n lebih besar dari dua. Jika keadaan debit bulan  $t_n$  hanya tergantung pada keadaan debit satu satuan waktu sebelumnya ( $t_{n-1}$ ) maka prosesus disebut prosesus orde satu, sehingga akan diperoleh matrik transisi berukuran  $N \times N$  yang dapat digambarkan sebagai berikut :

Tabel 5. Matrik transisi orde satu

Keadaan Debit Waktu $t_{n-1}$	Keadaan Debit Waktu $t_n$				N
	0	1	2	...	
0	P00	P01	P02	....	P0N
1	P10	P11	P12	....	P1N
2	P20	P21	P22	....	P2N
....	....	....	....	....	....
N	PN0	PN1	PN2	PN...	PNN

Dimana :  $P_{ij} = \text{Prob} \{X_{t_n} = j / X_{t_{n-1}} = i\}$  (24)

$P_{ij}$  menyatakan probabilitas transisi keadaan debit j pada waktu  $t_n$ , dengan mengetahui bahwa keadaan debit i telah direalisasikan pada waktu  $t_{n-1}$  maka :

$$\sum_{j=0}^N P_{ij} = 1 \quad (25)$$

**Tabel 6. Matrik transisi tiga klas orde satu**

Keadaan Debit		Keadaan Debit Waktu $t_n$				
Waktu $t_{n-1}$	0	1	2	...	N	
0	P00	P01	P02	....	P0N	
1	P10	P11	P12	....	P1N	
2	P20	P21	P22	....	P2N	
....	....	....	....	....	....	
N	PN0	PN1	PN2	PN	PN	

Matrik Transisi orde satu memiliki sifat matrik stokastik dan mempunyai hubungan sebagai berikut :

$$Ai0 + Ai1 + Ai2 = 1 \text{ dimana : } I = 0, 1 \text{ dan } 2$$

#### 4.2.3 Pemilihan distribusi frekuensi

Data debit air bistorik Waduk Saguling diplot terhadap 2 kemungkinan distribusi yang dipilih yaitu distribusi normal atau log normal. Dalam pemilihan distribusi yang paling mendekati sebaran data debit historis SPSS, dimana perangkat lunak ini akan memplot data historik terhadap distribusi yang dipilih sekaligus melakukan uji statistik berupa uji Chi Kuadrat, dan hasil uji statistik ini akan diperoleh besarnya taraf nyata ( $\alpha$ ) pada penerimaan distribusi yang dipilih. Model distribusi frekuensi yang mempunyai taraf nyata yang terkecil yang dipilih sebagai distribusi frekuensi yang paling mendekati sebaran distribusi normal. Selain pemilihan distribusi frekuensi perangkat lunak SPSS dapat digunakan untuk menentukan besarnya debit air yang didistribusikan ke dalam 3 klas.

#### 4.2.4 Pembentukan matrik transisi

Setelah dilakukan distribusi debit menjadi tiga klas maka dapat dibentuk matrik transisi tiga klas orde satu. Hasil perhitungan matrik transisi dapat dilihat pada **Tabel 7**.

#### 4.2.5 e. Simulasi

Pada proses simulasi ini, inisial probabilitas untuk tiga klas orde satu diambil pada keadaan debit air basah. Contoh hasil simulasi dapat dilihat pada **Tabel 8**.

#### 4.3 Hasil pengujian sensitifitas model kontinu hujan debit dan model diskrit debit air terhadap trayek optimum bellman

Dari berbagai percobaan penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi debit input Waduk Saguling yang bervariasi mulai dari keadaan debit ekstrim kering, normal sampai debit ekstrim basah, ternyata hanya trayek volume waduk optimal pada kondisi debit ekstrim kering saja yang dapat dipergunakan untuk pengoperasian Waduk Saguling pada berbagai kondisi debit yang masuk waduk, karena penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi normal tidak dapat mengantisipasi lagi kondisi debit

input ekstrim kering, di sini akan terjadi defisit air pada bulan-bulan Mei sampai November di mana q turbin bernilai negatif. Begitu pula dalam penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi debit ekstrim basah akan terjadi defisit air bila debit input yang datang pada kondisi ekstrim kering maupun normal.

Kondisi yang sama terjadi pada pengujian sensitifitas model stokastik debit air metode regresi linier ganda maupun metode Chain Markov. Pada pengujian model-model terbaik regresi linier ganda terhadap trayek volume waduk optimal debit ekstrim kering tidak terjadi defisit air, hal ini berarti bahwa trayek optimal debit ekstrim kering dapat dioperasikan untuk berbagai kondisi debit input Waduk Saguling yang diramalkan oleh keempat regresi linier ganda yang digunakan.

Dari keempat model regresi linier ganda yang dipergunakan terlihat bahwa model regresi yang memberikan nilai profit yang paling kecil ialah model PPQ(Q1)-Heterogen dan nilai profit yang paling besar diperoleh pada model step regresi dengan jumlah variabel bebas yang optimal. Deviasi dari perbedaan nilai profit optimal ini adalah sebesar 13,05%.

Pada penggunaan trayek volume waduk optimal debit normal, ternyata hanya pada penggunaan model step regresi dengan jumlah variabel optimal saja yang tidak terjadi defisit air, sedangkan penggunaan model regresi linier dengan 4 variabel mengalami defisit air pada bulan Juni. Untuk trayek volume waduk optimum debit ekstrim basah tidak dapat diterapkan untuk semua model regresi linier ganda yang digunakan karena akan terjadi defisit air pada bulan Juni sampai September.

Hal yang sama terjadi pula pada pengujian model stokastik debit air Chain Markov. Hanya pada penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi debit kelas 0 saja tidak terjadi defisit air, sedangkan dalam penggunaan trayek volume waduk pada kondisi debit kelas 1 dan kelas 2 terjadi defisit air pada bulan Mei sampai November.

Pada pengujian sensitifitas model stokastik debit air metode regresi linier ganda maupun metode Chain Markov, diperoleh model-model terbaik regresi linier ganda terhadap trayek volume waduk optimal debit ekstrim kering tidak terjadi defisit air, hal ini berarti bahwa trayek optimal debit ekstrim kering dapat dioperasikan untuk berbagai kondisi debit input Waduk Saguling yang diramalkan oleh ke empat model regresi linier ganda yang digunakan.

Pada penggunaan trayek volume waduk optimal debit normal, ternyata hanya pada penggunaan model step regresi dengan jumlah variabel optimal saja yang tidak terjadi defisit air, sedangkan penggunaan model regresi linier dengan 4 variabel mengalami defisit air pada bulan Juni. Untuk trayek volume waduk optimal debit

**Tabel 7. Matrik transisi 3 klas orde satu**

Januari			Februari			Maret			April		
Desember	0	1	2	Januari	0	1	2	Februari	0	1	2
0	0,35	0,4	0,25	0	0,35	0,35	0,3	0	0,471	0,294	0,235
% Kum	0,35	0,75	1	% Kum	0,35	0,7	1	% Kum	0,471	0,765	1
1	0,33	0,2869	0,381	1	0,33	0,381	0,286	1	0,24	0,44	0,32
% Kum	0,33	0,519	1	% Kum	0,33	0,714	1	% Kum	0,24	0,68	1
2	0,3	0,35	0,35	2	0,143	0,475	0,381	2	0,316	0,21	0,474
% Kum	0,3	0,65	1	% Kum	0,143	0,619	1	% Kum	0,316	0,526	1
Mei			Juni			Juli			agustus		
April	0	1	2	Mei	0	1	2	Juni	0	1	2
0	0,55	0,3	0,15	0	0,55	0,35	0,1	0	0,75	0,15	0,1
% Kum	0,55	0,85	1	% Kum	0,55	0,9	1	% Kum	0,75	0,9	1
1	0,32	0,409	0,273	1	0,333	0,381	0,286	1	0,19	0,476	0,333
% Kum	0,32	0,727	1	% Kum	0,333	0,714	1	% Kum	0,19	0,666	1
2	0,11	0,316	0,579	2	0,15	0,3	0,55	2	0	0,45	0,55
% Kum	0,11	0,421	1	% Kum	0,15	0,45	1	% Kum	0	0,45	1
September			Oktober			November			Desember		
Agustus	0	1	2	September	0	1	2	Oktober	0	1	2
0	0,59	0,353	0,059	0	0,667	0,333	0	0	0,65	0,2	0,15
% Kum	0,59	0,941	1	% Kum	0,667	1	1	% Kum	0,65	0,85	1
1	0,29	0,375	0,33	1	0,348	0,348	0,04	1	0,3	0,5	0,2
% Kum	0,29	0,667	1	% Kum	0,348	0,696	1	% Kum	0,3	0,8	1
2	0,06	0,4	0,55	2	0	0,3	0,7	2	0,048	0,333	0,69
% Kum	0,06	0,45	1	% Kum	0	0,3	1	% Kum	0,048	0,381	1

**Tabel 8. Hasil simulasi tiga klas orde satu pada keadaan debit air basah**

Tahun ke -1

Bulan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Random	0	0,03	0,86	0,2	0,27	0,67	0,32	0,16	0,37	0,43	0,08	0,47
Kondisi	0	0	2	0	0	2	0	0	1	1	0	1
Matrik	0,3	0,35	1	0,24	0,55	1	0	0,63	0,67	0,3	0,65	0,62
Kondisi	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	1
Debit	81,8	119,6	177,7	82,7	87,4	76,2	9,5	24,2	41,9	11,7	73,7	111,5

ekstrim basah tidak dapat diterapkan untuk semua model regresi linier ganda karena akan terjadi defisit air pada bulan Juni sampai September.

Hal yang sama terjadi pula pada pengujian model stokastik debit air Chain Markov, hanya pada penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi debit kelas 0 saja tidak terjadi defisit air, sedangkan dalam penggunaan trayek volume waduk pada kondisi debit kelas 1 dan kelas 2 terjadi defisit air pada bulan-bulan Mei sampai November.

## 5. Kesimpulan

1. Dari berbagai hasil pengujian model stokastik debit air model kontinu hujan debit metode regresi linier ganda dan model Chain Markov debit-debit, diperoleh suatu kesimpulan bahwa dalam pengoperasian Waduk Saguling dengan menggunakan model optimasi Dinamik Bellman yang paling aman adalah penggunaan trayek volume waduk optimal pada kondisi ekstrim kering karena dengan menggunakan trayek tersebut dapat mengatasi kondisi waduk dalam keadaan kritis yaitu terutama pada bulan-bulan Mei sampai November

dimana pada bulan-bulan tersebut akan terjadi defisit air dengan melihat debit turbin yang bernilai negatif.

2. Untuk pengembangan model hidrologi dapat digunakan model diskrit lebih dari orde 1 dengan menggunakan model Markov Terner Mobil. Karena Waduk Saguling merupakan waduk yang bersifat seri, maka diperlukan studi optimasi terhadap sistem multi waduk.

## Daftar Pustaka

- Besag, J., 2006, Spatial Interaction and the Statistical Analysis of Lattice Systems, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, pp. 192-236.
- Descombes, X., Morris, R.D., Zerubia, J., and Berthod, M., 2006, Estimation of Markov Random Field Prior Parameters Using Markov Chain Monte Carlo Maximum Likelihood, *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol 8. No.7, July.
- Hall, W.A., and Nathan, B., 2005, The Dynamic Programming Approach to Water Resources Development, *J. Geophys*, Res.66 (2) : 517-520.

Haan, C.T., 2006, *Statistical Methods in Hydrology*.  
Iowa: The Iowa State Univ. Press.

Li, S.Z., 2007, *Markov Random Field Modelling in Computer Vision*, Springer-Verlag, Berlin. Pa-  
get, R.

Ross, S.M., 2005, *Stochastic Processes*, John Wiley and Sons. Inc Canada.

Weibull, 2005, *A-Statistical theory of the strength of material. Ing. Vetenskaps Akad. Handl. 151, 15*, Stockholm.

Wurbs, R.A., 2006, *Modeling and Analysis of Reservoir System Operations*. USA: Prentice Hall.

Yevjevich, V., 2005. *Probability and Statistics in Hydrology*. Colorado, USA: Water Resources Publications.

**Tabel 9. Penggunaan lintasan debit ekstrim kering pada debit hasil regresi linier ganda**

Bulan	Januari	Februari	Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September	Okttober	November	Desember	Januari	Total	Deviasi (
Q (Klas 0)	21,5	21,7	21,8	21,7	12,3	6,6	2,5	1,7	1,6	3,1	9,8	19,8	21,5	144,1	
Q (Klas 1)	29,4	31,4	31,9	32,3	23	13,3	8,6	6,4	6,3	11,3	19,4	29,3	29,4	242,6	
Q (Klas 2)	40,3	45,6	46,7	48	33,6	20	14,8	11,1	11	19,6	38,3	43,4	40,3	372,4	
Q (3KO1)	21,5	45,6	46,7	32,3	33,6	20	14,8	11,1	1,6	3,1	9,8	29,3	21,5	269,4	
Vt	60	45	20	5	25	35	40	40	40	40	40	45	60		
qt (klas 0)	36,5	46,7	36,8	1,7	2,3	1,6	2,5	1,7	1,6	3,1	4,8	4,8		144,1	
qt (klas 1)	44,4	56,4	46,9	12,3	13	8,3	8,6	6,4	6,3	11,3	14,4	14,3		242,6	
qt (klas 2)	55,3	70,6	61,7	28	23,6	15	14,8	11,1	11	19,6	33,3	28,4		372,4	
qt (3KO1)	36,5	70,6	61,7	12,3	23,6	15	14,8	11,1	1,6	3,1	4,8	14,3		269,4	
NP	9	10	9	8	7	5	4	4	4	6	7	8	9		
B (Klas 0)	299,7	425,9	302,3	12,7	14,5	7,4	98,1	6	5,8	19,9	30,7	34,7		1257,7	
B (Klas 1)	365	514,9	385,3	90	82,8	38	31,6	23,2	23	62,1	91,8	104,4		1812,1	55
B (Klas 2)	454,4	644	506,8	204,7	151	68,6	54	40,4	40,2	107,2	212,6	207,7		2691,6	130
B (3KO1)	299,7	644	506,8	90	151	68,6	54	40,4	5,8	16,9	30,7	104,4		2012,3	7
PV (Klas 0)	33,3	42,6	33,6	1,6	2,1	1,5	2,3	1,5	1,5	2,8	4,4	4,3		131,5	
PV (Klas 1)	40,6	51,5	42,8	11,2	11,8	7,6	7,9	5,8	5,7	10,3	13,1	13		221,3	68
PV (Klas 2)	50,5	64,4	56,3	25,6	21,6	13,7	13,5	10,1	10	17,9	30,4	26		340	158
PV (3KO1)	33,3	64,4	56,3	11,2	21,6	13,7	13,5	10,1	1,5	2,8	4,4	13		245,8	

**Tabel 10. Penggunaan trayek debit kering chain markov kelas 0**

Bulan	Januari	Februari	Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September	Okttober	November	Desember	Januari	Total	Deviasi
Q Model 1	36,1	36,2	24,1	33,6	24,5	8,8	7	6,2	12,1	23,3	25,9	48,3	36,1	286,1	
Q Model 2	35,5	31,5	28,7	28	25,1	9,1	5,6	6,2	11,6	15,8	31,3	38,7	35,5	267,1	
Q Model 3	44,2	36,4	25	28,9	22,1	9,7	6,4	5,4	12,2	33,7	30,9	39,4	44,2	294,3	
Q Model 4	44,9	26,3	20,1	41,4	21,3	12	5,8	5,4	14,9	33,9	27,3	55,4	44,9	308,6	
Vt	60	60	35	30	40	45	45	45	45	45	45	50	60		
qt Model 1	36,1	61,2	29,1	23,6	19,5	8,8	7	6,2	12,1	23,3	20,9	38,3		286,1	
qt Model 2	35,5	56,5	33,7	18	20,1	9,1	5,6	6,2	11,6	15,8	26,3	28,7		267,1	
qt Model 3	44,2	61,4	30	18,9	17,1	9,7	6,4	5,4	12,2	33,7	25,9	29,4		294,3	
qt Model 4	44,9	51,3	25,1	31,4	16,3	12	5,8	5,4	14,9	33,9	22,3	45,4		308,6	
NP	9	10	9	8	7	5	4	4	4	6	7	8			
B Model 1	296,1	558,4	238,8	172,4	125	40	26	22,6	44,3	127,3	133,3	279,4		2063	
B Model 2	291,2	515,2	276,8	131,5	129	42	20	22,6	42,3	86,3	168	209,4		1934	
B Model 3	363	560,1	246,3	137,8	109	44	24	19,8	44,6	184,6	165,3	214,4		2113	
B Model 4	368,7	468,2	206,4	229,6	104	54	21	19,8	54,3	185,8	142,3	331,2		2186	
PV Model 1	32,9	55,8	26,5	21,5	17,8	8	6,4	5,7	11,1	21,2	19	34,9		260,8	
PV Model 2	32,4	51,5	30,8	16,4	18,4	8,3	5,1	5,7	10,6	14,4	24	26,2		243,8	
PV Model 3	40,3	56	27,4	17,2	15,6	8,9	5,9	4,9	11,2	30,8	23,6	26,8		268,6	
PV Model 4	41	46,8	22,9	28,7	14,9	11	5,3	4,9	13,6	31	20,3	41,4		281,7	