

Penggunaan Analisis Dimensi untuk Mencari Korelasi Antar Variabel pada Uji Model Hidrolik

Pranoto Samto Atmojo

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Diponegoro
Jl. Prof. Soedarto, SH-Tembalang-Semarang
E-mail: pranotosa2001@yahoo.com

Sri Sangkawati Sachro

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Diponegoro
Jl. Prof. Soedarto, SH-Tembalang-Semarang
E-mail: srisangkawati@gmail.com

Hary Budienny

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Diponegoro
Jl. Prof. Soedarto, SH-Tembalang-Semarang
E-mail: harybudienny@yahoo.com

Abstrak

Dalam penelitian pemodelan, perumusan korelasi antara satu variabel dengan kelompok variabel lain dapat diselesaikan dengan analisis dimensi atau statistik. Analisis dimensi dalam hal tertentu akan lebih mudah dan relatif cepat untuk mengetahui hasilnya. Ada beberapa metode analisis dimensi yang sering digunakan, antara lain Metode Buckingham, Indicial, dan matrix. Tulisan berikut akan menggunakan analisis dimensi metoda Buckingham's untuk menentukan korelasi konsentrasi sedimen yang tergerus (C) dan kelompok variabel lain ($H_w, g, \rho_w, Q_w, H_s, d_s, \rho_s, \nu$) pada model penggelontoran sedimen. Berikutnya akan dapat diketahui korelasi konsentrasi sedimen maksimum hasil penggelontoran terhadap tinggi muka air hulu pada setiap tebal sedimen (d) yang telah mengendap. Pemodelan dengan skala 1:66,67, menggunakan sedimen tiruan serbuk batubara. Tebal sedimen yang mengendap diasumsikan 1,5; 2,25; 3,00; 3,75; 4,50 cm. Pengukuran konsentrasi yang tergelontor pada saat setiap muka air turun 1,50 cm dari tinggi muka air awal 13,90 cm. Hasil analisis didapat korelasi: $C/\rho_s = f(Q_w \cdot \nu / H_w^3 \cdot g)$, dan konsentrasi sedimen maksimum hasil penggelontoran setiap tebal endapan didapat pada ketinggian muka air: $H_w = 10,58 H_s^{-0,12} H_w$

Kata-kata Kunci: Analisis dimensi, Buckingham, Korelasi antara variabel, Konsentrasi sedimen.

Abstract

In the modeling research, the correlation formulation between one variable to a group of other variables can be solved by dimensional analysis or statistics. Dimensional analysis would be easy and relatively quick to obtain results in the certain cases. There are several methods of analysis dimensions that are often used, among other methods are Buckingham's, Indicial, and matrix. The following article will use the dimensional analysis Buckingham's method to determine the correlation of flushed sediment concentration (C) and a group of other variables ($H_w, g, \rho_w, Q_w, H_s, d_s, \rho_s, \nu$) in the flushed sediment modeling. The next step its will be known correlation maximum concentration of sediment flushed results against upstream water level at each sediment thickness (d) which has been deposited. Modeling scale of 1 : 66.67, use sediment artificial with coal dust. The thickness of sediment that settles at the assumed 1.5 ; 2.25 ; 3.00 ; 3.75 ; 4.50 cm. The flushed sediment concentration measurements were conducted during the upstream water level every drop of 1.50 cm, from the initial water level 13.90 cm. The results of the analysis correlation can be obtained : $C/\rho_s = f(Q_w \cdot \nu / H_w^3 \cdot g)$, and the maximum concentration of flushed every sediment thickness can be obtained at water level : $H_w = 10,58 H_s^{-0,12} H_w$

Keywords: Buckingham's, dimensional analysis, Correlation between variable, Sediment concentration.

1. Pendahuluan

Analisis dimensi adalah teknik matematik yang digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan beberapa permasalahan teknik. Setiap fenomena fisik dapat dinyatakan dalam persamaan, yang tersusun dari variabel-variabel baik berdimensi maupun tak berdimensi. Analisis dimensi membantu menentukan susunan secara sistematis variabel-variabel dalam hubungan fisik dan kombinasi variabel berdimensi menjadi parameter tak berdimensi. Pada pemodelan hidrolik khususnya, banyak variabel *dependent* dan *independent* yang kadang susah penetapannya, dan susah pula menentukan korelasinya. Dengan menggunakan analisis dimensi, akan memudahkan mencari dan menentukan korelasi antar variabel yang dikehendaki. Analisis dimensi baik digunakan pada penentuan korelasi antar variabel pada uji model hidrolik, sepanjang penggunaan data variabel akurat (Chadwick, 1994)

Disamping itu, analisis dimensi dapat digunakan antara lain:

1. Mengklasifikasi persamaan dan menguji homogenitas dimensi persamaan dan gene ralitas persamaan,
2. Mengkonversi persamaan atau data dari satu sistem satuan ke sistem satuan lainnya,
3. Mengembangkan persamaan dalam bentuk korelasi variabel,
4. Menurunkan persamaan yang dinyatakan dalam parameter tak berdimensi untuk memperlihatkan signifikansi relatif masing-masing parameter, dan
5. Perencanaan uji model dan memproses hasil eksperimen dalam bentuk parameter tak berdimensi yang sistematis.

Pemodelan uji hidrolik fisik berikut: “konsentrasi sedimen yang terbilas dalam operasi penggelontoran sedimen”, akan dianalisis dengan analisis dimensi Metode Buckingham π , untuk mengetahui korelasi konsentrasi sedimen terbilas maksimum (C) terhadap tinggi muka air hulu (H_w), pada setiap tebal endapan (d_s).

2. Kajian Pustaka

2.1 Prinsip analisis dimensi

Langkah awal adalah identifikasi variabel *independent* (tak-bergantung) yang penting. Tentukan variabel *dependent* (bergantung). Tentukan berapa banyak hasil variabel tak-bergantung nondimensional yang dibentuk dari variabel-variabel. Kurangi variabel sistem sampai jumlah variabel tak-bergantung nondimensional yang tepat (Kodoatie, 2002).

Dasar pertimbangan dalam pemilihan variabel dalam analisis dimensi:

1. Definisikan permasalahan dengan jelas dan tentukan variabel utama yang menjadi perhatian.
2. Pertimbangkan hukum dasar yang mempengaruhi proses fisik, walaupun hanya teori kasar yang dapat dirumuskan.
3. Bagi variabel menjadi 3 kelompok: geometris, sifat-sifat material, dan pengaruh luar.
4. Pertimbangkan variabel yang tidak termasuk ke dalam 3 kelompok.
5. Masukkan parameter fisik yang konstan, seperti percepatan gravitasi. Parameter ini sangat penting dalam pembentukan parameter tak-berdimensi.
6. Yakinkan bahwa semua variabel adalah tak-bergantung dengan melihat hubungan fungsional antar variabel. Misalnya berat jenis, percepatan gravitasi, dan rapat massa. Hanya dua dari tiga parameter tersebut yang tak-bergantung.

Pembentukan Variabel Tak Berdimensi:

1. Pembentukan variabel tak berdimensi mengurangi jumlah variabel yang harus di-investigasi, baik secara eksperimental, numerikal, atau pengukuran lapangan,
2. Grafik tak berdimensi memberikan lebih banyak informasi dibandingkan jika dimensi disertakan, karena mampu mencakup rentang variabel yang lebih luas,
3. Titik-titik dalam grafik tak berdimensi sering dapat diperoleh dari skala model,
4. Produk tak-berdimensi dapat dipakai sebagai dasar perencanaan skala model dan interpretasi hasil, dan
5. Hasil tak berdimensi dari model yang direncanakan dan interpretasi hasil pemodelan dalam bentuk yang padat dan sistematis.

Berbagai macam dimensi/kuantitas fisik dapat didiskripsikan kuantitas fundamental, yaitu:

Massa: M , Panjang: L , dan Waktu: T . Semua besaran yang lain merupakan turunan dari kuantitas fundamental tersebut.

2.2 Metode Buckingham π

Metode Buckingham adalah salah satu metode dalam menentukan bilangan tak berdimensi. Metode lain dapat juga digunakan, misalnya: Indicial, matrix (Chadwick, 1994), Raylligh's method, Stepwise procedure, dan Langhaar method (Langhaar, 1957).

Jika terdapat n variabel berdimensi dalam suatu fenomena, yang dapat dideskripsikan secara lengkap dengan m dimensi dasar, dan terkait dengan persamaan berdimensi homogen, maka hubungan antara n variabel selalu dapat diekspresikan dalam $(n-m)$ variabel tak berdimensi dan independen (π) (Vries, 1977).

Langkah Analisis Metode Buckingham π :

1. Mengidentifikasi semua variabel yang terlibat pada sistem yang dikaji,
2. Memilih 3 variabel berulang. Variabel harus berdimensi, tidak ada yang berdimensi sama, kombinasi ketiga variabel berisi ketiga dimensi utama, dan ketiga variabel tersebut tidak membentuk variabel tak berdimensi. Dalam hidraulika biasanya:
 - a. Karakteristik dimensi linier,
 - b. Karakteristik kecepatan, dan
 - c. Karakteristik rapat massa air
3. Menulis persamaan umum dalam variabel π . Variabel ini merupakan perkalian dari ketiga variabel berulang dengan eksponen tak diketahui dan salah satu variabel sisa,
4. Hitung nilai eksponen yang tidak diketahui dengan menyamakan eksponen dari 3 besaran pokok pada kedua belah sisi pada masing-masing persamaan dimensional,
5. Menulis hasil akhir persamaan umum fenomena dalam bentuk π ,
6. Untuk mendapatkan bentuk akhir, diperlukan langkah sbb.:
 - a. Variabel tak berdimensi, langsung sebagai π ,
 - b. Sembarang π dapat diganti dengan π tersebut pangkat sembarang. Misalnya π_1 diganti π_1^2 dll,
 - c. Sembarang π dapat diganti dengan mengalikan π tersebut dengan bilangan numerik sembarang. Misalnya π_1 diganti $3\pi_1$ dll, dan menambahkan atau mengurangi dengan π lain.
 - d. Sembarang π dapat diganti dengan π lainnya dengan
 - e. Sembarang π dapat diganti dengan mengalikan π tersebut dengan π lainnya. Misalnya π_1 diganti $\pi_1 \times \pi_2$ dll.

3. Pelaksanaan Pemodelan

3.1 Model uji fisik

Pemodelan penentuan korelasi konsentrasi sedimen tergelontor dan tinggi muka air penggelontoran, dilaksanakan di Laboratorium Balai Sungai Pusat Penelitian dan Pengembangan Sumber Daya Air, Surakarta. Pemodelan di *out door* skala 1:66,67, dari prototip bangunan Spillway yang direncana oleh

Nippon Koei Co Ltd tahun 2009. Bahan sedimen tiruan dari serbuk batubara ($\rho_s=1,558 \text{ t/m}^3$). Pemodelan ini akan mencari formula korelasi antara konsentrasi sedimen yang tergelontor dan tinggi muka air hulu pada penggelontoran sedimen yang telah mengendap di suatu tampungan sedimen atau saluran.

3.2 Skenario uji model

Pelaksanaan uji model dilakukan dengan 5 variasi tebal sedimen yang mengendap, dan 10 variasi elevasi muka air. Tinggi muka air awal penggelontoran ditetapkan 13,90 cm, yaitu setara debit 5,51 l/dt dengan bukaan pintu penguras 2,50 cm, dan kemudian muka air dibiarkan turun perlahan-lahan dengan menutup debit yang masuk tampungan/reservoir. Pengukuran konsentrasi hasil penggelontoran dilakukan di hilir pintu penguras pada masing-masing elevasi muka air hulu: 13,50; 12,00; 10,50; 0,90; 0,75; 0,60; 0,45; dan 0,15 cm. Pelaksanaan uji model dan pengamatan diulangi dengan variasi tebal endapan sedimen 1,5; 2,25; 3,0; 3,75; 4,5 cm. Skema situasi dan potongan serta lokasi pengukuran elevasi muka air seperti **Gambar 1**.

4. Hasil Pemodelan

Hasil pengamatan pada pemodelan meliputi: konsentrasi sedimen yang tergelontor pada setiap elevasi muka air turun 1,50 cm, dimulai dari tinggi muka air 13,50 cm. Elevasi 0,00 cm pada ambang pintu penguras, dan ketebalan sedimen serta ketinggian muka air dihitung dari dasar tersebut. Hasil lengkap pengamatan seperti pada **Tabel 1**. Data Running Pintu Buka 2,50 cm 5 Variasi Endapan.

5. Analisis Dimensi

Analisis dimensi membantu menurunkan persamaan yang dinyatakan dalam parameter tak berdimensi untuk memperhatikan signifikansi relatif masing-masing parameter. Pada pemodelan fisik, dapat memproses hasil eksperimen dalam bentuk parameter tak berdimensi yang sistematis.

Dari pelaksanaan penggelontoran, parameter yang berpengaruh adalah :

$H_w, g, \rho_w, Q_w, H_s, d_s, \rho_s, C, v$

Dimana :

H_w = tinggi muka air (m)

g = gravitasi (m/dt^2)

ρ_w = rapat massa air (mg/l)

Q_w = debit air (m^3/dt)

H_s = tebal sedimen (m)

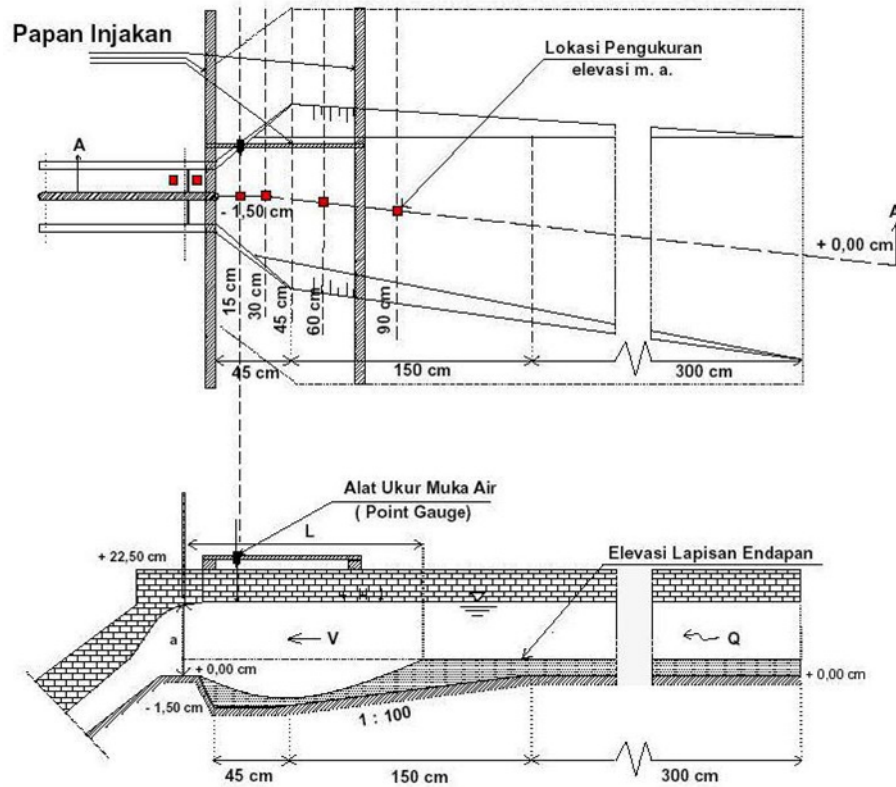
d_s = diameter sedimen rerata (m)

ρ_s = rapat massa sedimen (mg/l)

C = konsentrasi sedimen yang tergerus (mg/l)

v = kecepatan aliran (m/dt)

Masing-masing variabel berpengaruh dipilih berdasar dimensi : M (Massa), L (panjang), dan T (waktu), seperti **Tabel 2**.



Gambar 1. Situasi dan potongan model (Atmojo, 2012)

Tabel 2. Variabel yang berpengaruh

	H_w	g	ρ_w	Q_w	H_s	ds	ρ_s	C	v
M	0	0	1	0	0	0	1	1	0
L	1	1	-3	3	1	1	-3	-3	1
T	0	-2	0	-1	0	0	0	0	-1

Parameter yang berulang adalah: H_w , g , ρ_w

Persamaan variabel π_i , adalah perkalian dari tiga variabel yang berulang dan salah satu variabel sisa, demikian hingga habis.

$$\pi_1 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot Q_w$$

$$M = 0+0+z+0=0, z=0$$

$$T = 0-2y+0-1=0, y=-1/2$$

$$L = x+y-3z+3=0, x-1/2-0+3=0, x=-2.5$$

$$\pi_1 = \frac{Q_w}{H_w^{2.5} \sqrt{g}}$$

$$\pi_2 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot H_s$$

$$M = 0+0+1z+0=0, z=0$$

$$T = 0-2y+0-1=0, y=0$$

$$L = x+y-3z+1=0, x=-1$$

$$\pi_2 = \frac{H_s}{H_w}$$

$$\pi_3 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot ds$$

$$M = 0+0+z+0=0, z=0$$

$$T = 0-2y+0+0=0, y=0$$

$$L = x+y-3z+1=0, x=-1$$

$$M = 0+0+z+0=0, z=0$$

$$T = 0-2y+0+0=0, y=0$$

$$L = x+y-3z+1=0, x=-1$$

$$\pi_3 = \frac{ds}{H_w}$$

$$\pi_4 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot \rho_s$$

$$M = 0+0+z+1=0, z=-1$$

$$T = 0-2y+0+0=0, y=0$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_s}{\rho_w}$$

$$\pi_5 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot C$$

$$M = 0+0+z+1=0, z=-1$$

$$T = 0-2y+0+0=0, y=0$$

$$L = x+y-3z-3=0, x=0$$

$$\pi_5 = \frac{C}{\rho_w}$$

$$\pi_6 = H_w^x \cdot g^y \cdot \rho_w^z \cdot v$$

$$M = 0+0+z+0=0, z=0$$

$$T = 0-2y+0-1=0, y=-1/2$$

$$L = x+y-3z+1=0, x=-1/2$$

$$\pi_6 = \frac{v}{\sqrt{H_w \cdot g}}$$

$$\pi_1 = \frac{Q_w}{H_w^{2.5} \sqrt{g}} ; \pi_2 = \frac{H_s}{H_w} ; \pi_3 = \frac{ds}{H_w} ;$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_s}{\rho_w} ; \pi_5 = \frac{C}{\rho_w} ; \pi_6 = \frac{v}{\sqrt{H_w \cdot g}}$$

$$f\left(\frac{Q_w}{H_w^{2,5}\sqrt{g}}, \frac{H_s}{H_w}, \frac{d_s}{H_w}, \frac{\rho_s}{\rho_w}, \frac{C}{\rho_w}, \frac{v}{\sqrt{H_w \cdot g}}\right) = 0 \quad (1)$$

Disederkanakan dengan operasi (kali dan atau bagi) antar variabel non dimensional tersebut, hilangkan nilai konstanta, sehingga jumlahnya lebih sederhana.

$$\pi_7 = \pi_1 \cdot \pi_6 = \frac{Q_w}{H_w^{2,5}\sqrt{g}} \cdot \frac{v}{\sqrt{H_w \cdot g}} = \frac{Q_w \cdot v}{H_w^3 \cdot g}$$

$$\pi_8 = \frac{\pi_2}{\pi_3} = \frac{\left(\frac{H_s}{H_w}\right)}{\left(\frac{d_s}{H_w}\right)} = \frac{H_s}{d_s}$$

$$\pi_9 = \frac{\pi_5}{\pi_4} = \left(\frac{\frac{C}{\rho_w}}{\frac{\rho_s}{\rho_w}}\right) = \frac{C}{\rho_s}$$

$$f(\pi_7, \pi_8, \pi_9) = f\left(\frac{Q_w \cdot v}{H_w^3 \cdot g}, \frac{H_s}{d_s}, \frac{C}{\rho_s}\right) = 0$$

$$\frac{C}{\rho_s} = f\left(\frac{Q_w \cdot v}{H_w^3 \cdot g}, \frac{H_s}{d_s}\right)$$

$$\frac{C}{\rho_s} = f\left(\frac{Q_w \cdot v}{H_w^3 \cdot g}\right) \quad (2)$$

Dimana: $\frac{H_s}{d_s}$, adalah konstan

Dari **Persamaan (2)**, terlihat bahwa besarnya c berkorrelasi langsung dengan Q_w dan V . Sehingga pada H_w yang sama (tetap) nilai c dipengaruhi langsung oleh variabel Q_w dan V . Hal ini relevan dengan penelitian Atmojo, dkk, 2013.

Dari perhitungan nilai variabel pada **Tabel 1**, dan grafik dari **Persamaan (2)** terlihat seperti pada **Gambar 2**.

Dari **Gambar 2** terlihat bahwa, setiap tebal endapan H_s didapat satu nilai $C/(\rho_s)$ maksimum. Hubungan nilai antara $C/(\rho_s)$ maksimum dan $Q_w \cdot v / (H_w^3 \cdot g)$ pada setiap tebal endapan seperti pada **Tabel 3** berikut. Bila dibuat grafik hubungan antara H_w/H_s vs H_s pada kondisi C maksimum (**Gambar 2**) akan di dapat korelasi antara H_s dan H_w sebagai : $H_w/H_s = 10,58 H_s^{-1,12}$, atau: $H_w = 10,58 H_s^{-0,12}$ dengan nilai $R^2=0,993$ lihat **Gambar 3**. Dengan demikian, korelasi tersebut sangat baik.

Dari analisis dimensi didapat persamaan dari hubungan parameter yang tak berdimensi, sehingga akan diketahui peranan relatif masing-masing parameter. Hubungan yang didapat adalah:

$$\frac{C}{\rho_s} = f\left(\frac{Q_w \cdot v}{H_w^3 \cdot g}\right) \text{ dan grafik korelasi } H_w \text{ dan } H_s \text{ seperti}$$

pada **Gambar 2**. Dari persamaan dan gambar tersebut terlihat bahwa parameter H_w sangat dominan. Nilai C merupakan variabel dependen, sangat terpengaruh oleh nilai $H_w \cdot g$, yang merupakan variabel independen, dan Q_w dan v variabel dependen. Grafik tersebut menggambarkan bahwa nilai dari kombinasi parameter $Q_w \cdot v / H_w^3 \cdot g$, yang kecil menghasilkan C kecil, dan bila nilai tersebut makin besar, nilai C membesar sampai titik tertentu. Apabila nilai $Q_w \cdot v / H_w^3 \cdot g$ makin besar lagi, nilai C akan turun. Hal ini dapat diduga bahwa nilai C maksimum terdapat hanya pada elevasi muka air tertentu. Bila dilihat di data percobaan pada **Tabel 1**, pada titik-titik puncak C/ρ_s didapat nilai $Q_w \cdot v / H_w^3 \cdot g$, H_s dan H_w tertentu. Resume dari nilai C/ρ_s maksimum dan nilai $Q_w \cdot v / H_w^3 \cdot g$, H_s dan H_w yang terkait seperti pada **Tabel 3**. Dari data tersebut, maka dapat dikorelasikan antara H_w/H_s vs H_s (**Gambar 2**) dan hasilnya: $H_w/H_s = 10,58 H_s^{-1,12}$, dengan nilai determinan $R^2 = 0,993$ (korelasi kuat).

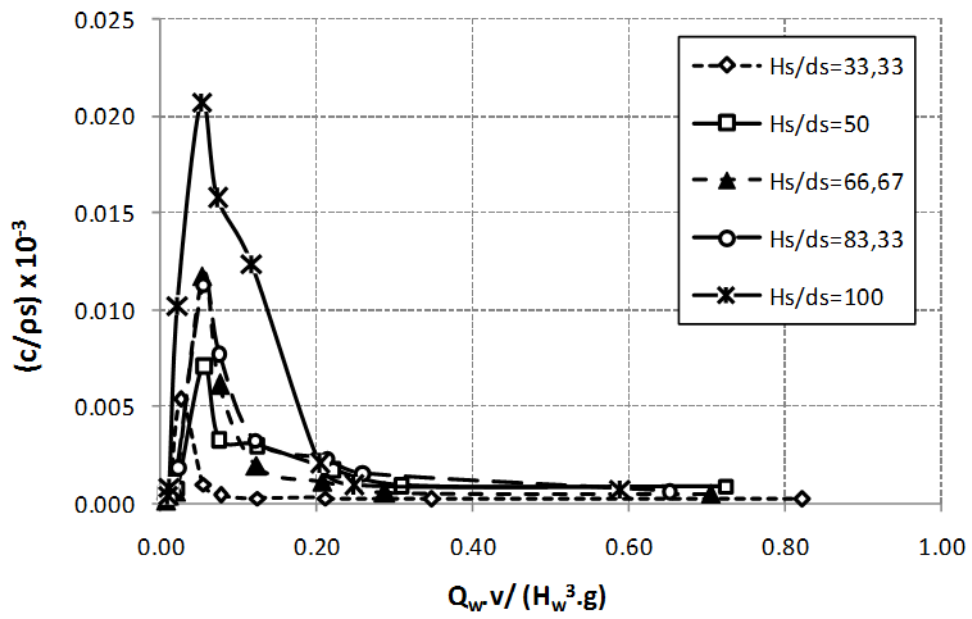
Tabel 3. Nilai C/(\rho_s) maksimum

C/(\rho_w) Max (10 ⁶)	Q_w.V/ (H_w ³ .g)	Hs Prototip (m)	Hs Model (cm)	Hw Model (cm)	Hw/Hs
5,39	0,025	1,00	1,50	10,50	7,00
7,13	0,054	1,50	2,25	9,00	4,00
11,73	0,053	2,00	3,00	9,00	3,00
11,30	0,053	2,50	3,75	9,00	2,40
20,74	0,051	3,00	4,50	9,00	2,00

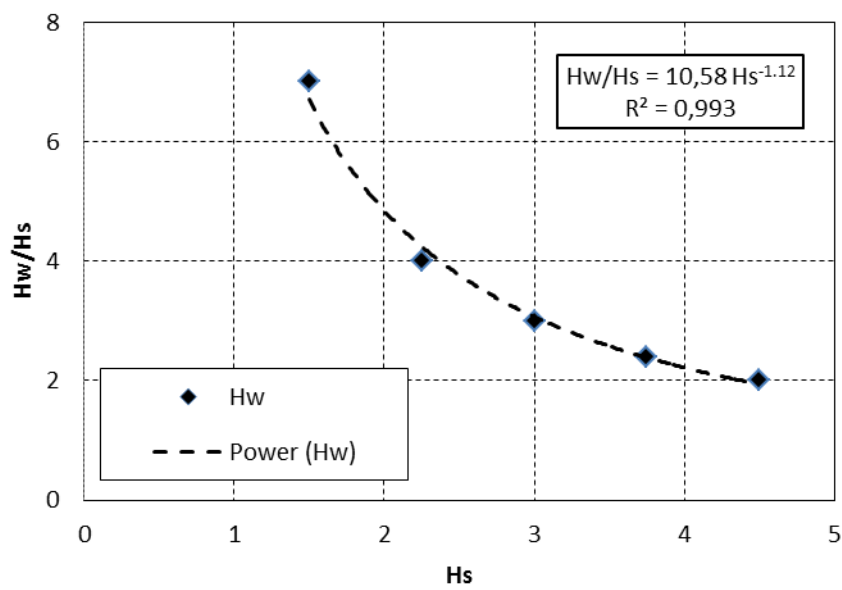
6. Kesimpulan

1. Dengan menggunakan metode analisis dimensi Buckingham π , hasil korelasi variabel yang diharapkan relatif mudah dan cepat diketahui.
2. Tampilan grafik dari hasil analisis sangat membantu penentuan variabel/kelompok variabel yang dominan.
3. Korelasi antara konsentrasi dan tinggi muka air pada pemodelan penggelontoran masing-masing tebal sedimen adalah: $C/\rho_s = f(Q_w \cdot v / H_w^3 \cdot g)$, dan konsentrasi maksimum penggelontoran pada setiap ketebalan sedimen (d) mempunyai korelasi tertentu dengan tinggi muka air hulu (H_w) sebagai: $H_w/H_s = 10,58 H_s^{-1,12}$ atau $H_w = 10,58 H_s^{-0,12}$.

Dimana variabel C: konsentrasi sedimen tergelontor (mg/l), ρ_s : berat massa sedimen (mg/l), Q_w : debit (l/dt), v : kecepatan aliran (cm/dt), H_w : tinggi muka air hulu (cm), g : gravitasi bumi.



Gambar 2. Hubungan $C/(\rho_s)$ dan $Q_w.v/(H_w^3.g)$ Masing-masing Tebal Endapan



Gambar 3. Korelasi H_w/H_s vs H_s

Daftar Pustaka

- Atmojo, P.S., 2012, *Pengaruh Tinggi Muka Air Terhadap Efektifitas Penggelontoran Sedimen, Desertasi.*
- Atmojo, P.S., Isdiyana, S.A., 2013, Teknik Penggelontoran Sedimen pada Waduk Wonogiri Melalui Pelimpah Baru, *Jurnal Teknologi Sumber Daya Air*, Vol. 9 No.1 Mei 2013, ISSN 1411-5824
- Chadwick, A, 1994, *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering*, London: E&FN SPON.
- Kodoatie, R.J., 2002, *Hidrolika Terapan pada Aliran Terbuka dan Pipa*, Yogyakarta: Andi Offset.
- Langhaar, H.L, 1957, *Dimension Analysis and Theory of Models*, New York.
- Nippon Koei Co. Ltd., 2009, *Detail Design of Structural Counter Measures fo Sedimentation on Wonogiri Reservoir, BBWS Bengawan Solo.*
- Vries, de. M., 1977, *Scale Model in Hydraulic Engineering*. IHE, Delft, Nederland