Perbandingan Diagram Kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI (*Variable Sample Size and Sampling Interval*) dalam Pengendalian Kualitas Produksi Pipa Besi PT. Pacific Angkasa Abadi

Resa Ariesca Pricilia, Farida Agustini Widjajati, dan Soehardjoepri
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: agustini.farida54@gmail.com, djoepri.its@gmail.com

***Abstrak*—Suatu perusahaan perlu untuk menjaga dan meningkatkan kualitas dari produk yang dihasilkan. Hal ini dapat dilakukan dengan pengendalian kualitas proses statistik (*Statistical Process Control*). Salah satu metode yang dapat digunakan yaitu penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI (*Variable Sample Size and Sampling Interval*). Diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI digunakan untuk mendeteksi lebih awal adanya signal – signal yang terjadi dalam suatu proses. Pada tugas akhir ini dibahas penerapan pengendalian kualitas statistik menggunakan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI dalam mengendalikan tingkat kecacatan produk di PT. Pacific Angkasa Abadi. Hasil perhitungan nilai ATS menunjukkan bahwa penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI menunjukkan bahwa data proses produksi pipa besi belum terkendali secara statistik. Penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI memberikan hasil bahwa diagram ini lebih sensitif untuk mendeteksi data yang *out of control* dibandingkan dengan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*.**

***Kata Kunci*— ATS,Diagram Kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*, Diagram Kontrol $\bar{X}$ VSSI, Pengendalian Kualitas**

I. PENDAHULUAN

SEMAKIN berkembangnya teknologi dan produk yang beredar di pasaran, semakin ketat pula persaingan para produsen dalam mencari kepercayaan konsumen. Salah satu faktor yang mempengaruhi konsumen dalam pemilihan produk adalah kualitas dari produk yang dihasilkan. Kualitas produk yang baik merupakan jaminan kepuasan konsumen yang harus selalu dijaga. Kualitas suatu produk sangat berpengaruh dalam pemasaran. Jika produk yang ditawarkan berkualitas baik dan memenuhi kepuasan konsumen maka akan berpengaruh pada kenaikan permintaan. Oleh sebab itu, pengendalian kualitas sangat dibutuhkan dalam memproduksi suatu produk untuk menjaga kualitas produk.

Kualitas produk yang baik diperoleh dari produksi yang sesuai dengan spesifikasi yang diinginkan, sehingga pengendalian kualitas merupakan teknik yang sangat bermanfaat agar suatu perusahaan dapat mengetahui kualitas produknya yang dipasarkan. Dalam proses produksi, terdapat beberapa karakteristik kualitas yang menentukan produk sudah memenuhi spesifikasi atau belum. Sehingga karakteristik tersebut harus diperhatikan agar kualitas tetap terjaga. Kualitas dalam pengendalian proses statistik adalah metode atau teknik yang dapat digunakan untuk mengkualifikasi suatu produk memenuhi spesifikasi dan toleransi yang ditetapkan oleh perusahaan.

Pengendalian kualitas suatu produk merupakan faktor penting bagi dunia industri karena pengendalian kualitas yang baik dan dilakukan secara berkala dapat mendeteksi ketidaknormalan hasil produksi dengan cepat. Teknik pengendalian kualitas semakin berkembang luas seiring dengan tuntutan perusahaan untuk menghasilkan produk yang sesuai dengan keinginan konsumen. Teknik ini dapat membantu perusahaan dalam mengetahui kelayakan suatu produk berdasarkan batas – batas kontrol yang telah ditentukan.

Salah satu metode yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas secara statistik adalah diagram kontrol (*control chart*). Terdapat dua macam diagram control, berdasarkan jenis karakteristik kualitasnya yaitu diagram kontrol variabel dan diagram kontrol atribut [1]. Diagram kontrol variabel digunakan apabila karakteristik kualitas yang diamati dapat diukur (*measurable*). Sedangkan diagram kontrol atribut digunakan apabila karakteristik kualitas yang diamati hanya dinyatakan dengan kategori (cacat dan tidak cacat) atau bersifat kualitatif. Salah satu diagram kontrol variabel adalah diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*. Diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* digunakan untuk mengetahui rata-rata pengukuran antar sub grup yang diperiksa.

Terdapat beberapa metode yang membahas mengenai kualitas dengan karakteristiknya masing-masing. Sebuah konsep metode untuk menganalisis pengendalian kualitas berdasarkan ukuran data variabel dan interval waktu menggunakan diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI (*Variable Sample Size and Sampling Interval*) telah diperkenalkan oleh Maoyuan Zhou[2]. Diagram kontrol ini digunakan untuk mendeteksi lebih awal adanya signal – signal yang terjadi pada suatu proses.

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada tugas akhir ini bertujuan menganalisis pengendalian kualitas pada PT. Pacific Angkasa Abadi. Metode yang digunakan adalah diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI. Hasil perbandingan dari penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI akan dilihat berdasarkan nilai ATS (*Average Time to Signal*).

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. *Diagram kontrol* $\bar{X}$ *Shewhart*

Model diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* digunakan untuk menganalisis total banyaknya ketidaksesuaian.

Sebelumnya harus menghitung rentangnya terlebih dulu, sebagai berikut :

$R_j = (x_i)_{max} - (x_i)_{min}$

$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_j}{m}$

dengan:

R_j : rentang,

x_i : sampel ke-i,

$\bar{R}$: rata-rata rentang.

Kemudian dihitung rata-rata pengukuran antar sub grup sebagai berikut :

$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \bar{X}_j}{m}$

dengan :

n : ukuran sampel,

$\bar{X}_j$: rata-rata sampel,

m : jumlah sampel,

$\bar{\bar{X}}$: rata-rata dari $\bar{X}$.

Rumus batas kontrol atas (BKA), batas kontrol bawah (BKB), dan garis tengah (GT) untuk diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* adalah sebagai berikut[3]:

$BKA = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$

$GT = \bar{\bar{X}}$

$BKB = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$

Diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dapat dinyatakan dalam nilai standart Z untuk mempermudah tampilan. Setiap plot titik sampel pada diagram kontrol adalah nilai yang distandarisasi Z (Z_j), dengan rumus sebagai berikut[4] :

$$Z_j = \frac{\bar{X}_j - \bar{\bar{X}}}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (1)$$

dengan :

σ : standar deviasi.

Sehingga batasan pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* menjadi sebagai berikut :

$BKA = k$

$GT = 0$

$BKB = -k$

dengan nilai $k = 3$ (prinsip 3 *sigma*).

B. Diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI

Diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI adalah diagram kontrol yang digunakan untuk mengontrol kualitas dengan menggunakan ukuran sampel dan interval waktu pengambilan sampel yang berbeda. Rumus BKA dan BKB untuk diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI adalah sebagai berikut[5]:

$BKA = k$

$BKB = -k$

dengan $k = 3$ (prinsip 3 sigma)

Rumus BPA (Batas Peringatan Atas) dan BPB (Batas Peringatan Bawah) untuk diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI adalah sebagai berikut:

$BPA = w$

$BPB = -w$

Dengan nilai $w = \Phi^{-1}\left[\frac{2\Phi(k)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0}{2(n_1 - n_2)}\right]$ (2)

n_1 : ukuran sampel kecil,

n_2 : ukuran sampel besar,

t_1 : interval waktu pengambilan sampel pendek,

t_2 : interval waktu pengambilan sampel panjang.

C. ATS

ATS adalah rata-rata waktu yang terjadi sampai suatu titik jatuh di luar BKA atau BKB, menunjukkan bahwa keadaan tidak terkendali. Nilai ATS dapat dihitung dengan menggunakan metode Rantai Markov. Matriks *probabilitas* transisi disusun sebagai berikut[6]:

$$Q(\delta) = \begin{bmatrix} p_{11}(\delta) & p_{12}(\delta) \\ p_{21}(\delta) & p_{22}(\delta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Nilai anggota matriks transisi pada persamaan (3) diperoleh dari :

$$P_{11}(\delta) = P_r\left[-w < Z_{j-1} < w | n_1\delta\right] = \Phi(w - \delta\sqrt{n_1}) - \Phi(-w - \delta\sqrt{n_1}) \quad (4)$$

$$P_{12}(\delta) = P_r\left[w < Z_{j-1} < k | n_1\delta\right] + P_r\left[-k < Z_{j-1} < -w | n_1\delta\right] = \Phi(k - \delta\sqrt{n_1}) - \Phi(w - \delta\sqrt{n_1}) + \Phi(-w - \delta\sqrt{n_1}) - \Phi(-k - \delta\sqrt{n_1}) \quad (5)$$

$$P_{21}(\delta) = P_r\left[-w < Z_{j-1} < w | n_2\delta\right] = \Phi(w - \delta\sqrt{n_2}) - \Phi(-w - \delta\sqrt{n_2}) \quad (6)$$

$$P_{22}(\delta) = P_r\left[w < Z_{j-1} < k | n_2\delta\right] + P_r\left[-k < Z_{j-1} < -w | n_2\delta\right] = \Phi(k - \delta\sqrt{n_2}) - \Phi(w - \delta\sqrt{n_2}) + \Phi(-w - \delta\sqrt{n_2}) - \Phi(-k - \delta\sqrt{n_2}) \quad (7)$$

Nilai b_1 dan b_2 dihitung menggunakan persamaan (4), (5), (6), dan (7). Sehingga nilai b_1 dan b_2 dirumuskan sebagai berikut :

$$b_1 = \frac{p_{11}}{p_{11} + p_{12}} \quad (8)$$

$$b_2 = \frac{p_{22}}{p_{21} + p_{22}} \quad (9)$$

Sehingga nilai *ATS* didapat dari persamaan (3), (8), dan (9) adalah sebagai berikut :

$$ATS = (b_1 \quad b_2)[I - Q(\delta)]^{-1}\begin{pmatrix} t_2 \\ t_1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

dengan :

Φ : notasi dari tabel Z,

$Q(\delta)$: merupakan matriks baru setelah adanya proses *out of control*,

t_1 : interval waktu pengambilan sampel pendek,

t_2 : interval waktu pengambilan sampel panjang.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Analisis dalam tugas akhir ini dilakukan dengan menggunakan teknik pendekatan statistik, agar kesimpulan dapat diperoleh secara tepat. Teknik statistik yang digunakan adalah analisis pengendalian kualitas dengan menggunakan diagram control $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI. Tugas akhir ini menggunakan bantuan software yaitu Matlab.

Adapun langkah-langkah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji rumusan batas pengendali diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI.
2. Mengidentifikasi karakteristik data jumlah kecacatan dengan menggunakan analisis deskriptif.
3. Membuat diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart.*
4. Membuat diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI.
5. Membandingkan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI berdasarkan nilai ATS.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Batas Pengendali Diagram Kontrol $\bar{X}$ VSSI*

Untuk membandingkan kinerja diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI harus dilakukan penyesuaian kinerja kedua diagram kontrol untuk keadaan terkendali. Konstruksi diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI harus didesain sedemikian rupa sehingga saat keadaan terkendali ($\mu = \mu_0$), rata – rata ukuran sampel dari diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI akan sama dengan ukuran sampel tetap pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan rata – rata interval sampel pada $\bar{X}$ VSSI akan sama dengan interval sampel tetap dari diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*. Dalam diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI, ukuran sampel dan interval waktu pengambilan sampel berikutnya ditentukan oleh plot titik sampel sebelumnya pada diagram kontrol.

Diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI akan dibatasi oleh batasan – batasan ukuran sampel dan interval sampel. Untuk batasan ukuran sampel, yaitu

$E_0[n(i)] = n_0$

atau

$$E\left[n(i)\middle|-k < Z_{j-1} < k\ ;\ \delta = 0\right] = n_0 \qquad (11)$$

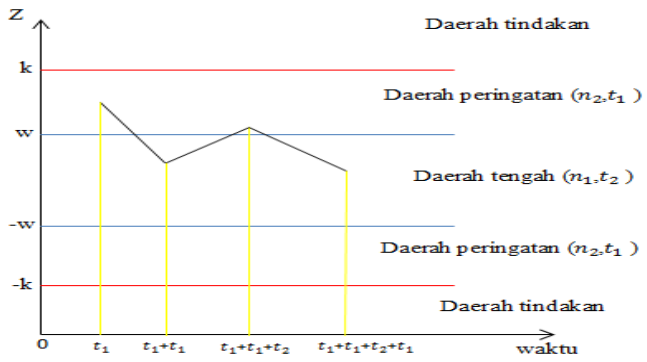
Sedangkan batasan untuk interval sampel, yaitu

$E_0[t(i)] = t_0$

atau

$$E\left[t(i)\middle|-k < Z_{j-1} < k\ ;\ \delta = 0\right] = t_0 \qquad (12)$$

Berikut pembagian daerah pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI :



Gambar 1. Diagram Kontrol $\bar{X}$ VSSI

Kemudian dimisalkan

$I_1(n_1, t_2) = [-w, w]$

$I_2(n_2, t_1) = (-k, -w) \cup (w, k)$

$I_3 = (-k, k)$

dengan

I_1 : daerah tengah,

I_2 : daerah peringatan,

I_3 : daerah di antara k dan $-k$.

Setelah dimisalkan, kemudian dicari nilai probabilitas seperti di bawah :

$$\begin{aligned} P_r(Z \in I_1) &= \Phi(w) - \Phi(-w) \\ &= \Phi(w) - [1 - \Phi(w)] \\ &= \Phi(w) - 1 + \Phi(w) \\ &= 2\Phi(w) - 1 \end{aligned} \qquad (13)$$

$$\begin{aligned} P_r(Z \in I_2) &= \Phi(k) - \Phi(w) + \Phi(-w) - \Phi(-k) \\ &= \Phi(k) - \Phi(w) + [1 - \Phi(w)] - [1 - \Phi(k)] \\ &= \Phi(k) - \Phi(w) + 1 - \Phi(w) - 1 + \Phi(k) \\ &= 2\Phi(k) - 2\Phi(w) \\ &= 2\big(\Phi(k) - \Phi(w)\big) \end{aligned} \qquad (14)$$

$$\begin{aligned} P_r(Z \in I_3) &= \Phi(k) - \Phi(-k) \\ &= \Phi(k) - [1 - \Phi(k)] \\ &= \Phi(k) - 1 + \Phi(k) \\ &= 2\Phi(k) - 1 \end{aligned} \qquad (15)$$

Dengan $\Phi(w)$ adalah fungsi probabilitas kumulatif untuk distribusi normal = $P_r(Z < W)$ dengan Z_{j-1} berdistribusi normal $N(0,1)$ jika $\delta = 0$.

Persamaan (11) menjadi

$n_0 = E[n(i)|\ Z \in I_3]$

dengan menggunakan ekspektasi bersyarat diperoleh

$$n_0 = n_1 \frac{P_r(Z \in I_1)}{P_r(Z \in I_3)} + n_2 \frac{P_r(Z \in I_2)}{P_r(Z \in I_3)}$$

$$n_0 P_r(Z \in I_3) = n_1 P_r(Z \in I_1) + n_2 P_r(Z \in I_2) \qquad (16)$$

Substitusikan persamaan (13), (14), dan (15) pada persamaan (16) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} n_0(2\Phi(k) - 1) &= n_1(2\Phi(w) - 1) + n_2(2[\Phi(k) - \Phi(w)]) \\ 2\,n_0\Phi(k) - n_0 &= 2n_1\Phi(w) - n_1 + 2n_2\Phi(k) - 2n_2\Phi(w) \\ 2n_0\Phi(k) - n_0 &= 2\big(n_1\Phi(w) - n_2\Phi(w)\big) - n_1 + 2n_2\Phi(k) \\ 2(n_1 - n_2)\Phi(w) &= n_1 - 2n_2\Phi(k) + 2n_0\Phi(k) - n_0 \\ 2(n_1 - n_2)\Phi(w) &= 2\big(n_0\Phi(k) - n_2\Phi(k)\big) - n_0 + n_1 \\ 2(n_1 - n_2)\Phi(w) &= 2(n_0 - n_2)\Phi(k) + n_1 - n_0 \end{aligned} \qquad (17)$$

Dari persamaan (17) diperoleh nilai W yaitu sebagai berikut:

$$W = \Phi^{-1}\left[\frac{2\Phi(k)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0}{2(n_1 - n_2)}\right] \qquad (18)$$

Kemudian dihitung dari persamaan (12) mengenai batasan interval sampel menjadi

$t_0 = E[t(i)|\ Z \in I_3]$

dengan menggunakan ekspektasi bersyarat diperoleh

$$t_0 = t_2 \frac{P_r(Z \in I_1)}{P_r(Z \in I_3)} + t_1 \frac{P_r(Z \in I_2)}{P_r(Z \in I_3)}$$

$$t_0 P_r(Z \in I_3) = t_2 P_r(Z \in I_1) + t_1 P_r(Z \in I_2) \qquad (19)$$

Substitusikan persamaan (13), (14), dan (15) pada persamaan (19) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} t_0(2\Phi(k) - 1) &= t_2(2\Phi(w) - 1) + t_1(2[\Phi(k) - \Phi(w)]) \\ 2\,t_0\Phi(k) - t_0 &= 2t_2\Phi(w) - t_2 + 2t_1\Phi(k) - 2t_1\Phi(w) \\ 2t_0\Phi(k) - t_0 &= 2\big(t_2\Phi(w) - t_1\Phi(w)\big) - t_2 + 2t_1\Phi(k) \\ 2(t_2 - t_1)\Phi(w) &= t_2 - 2t_1\Phi(k) + 2t_0\Phi(k) - t_0 \\ 2(t_2 - t_1)\Phi(w) &= 2\big(t_0\Phi(k) - t_1\Phi(k)\big) - t_0 + t_2 \\ 2(t_2 - t_1)\Phi(w) &= 2(t_0 - t_1)\Phi(k) + t_2 - t_0 \end{aligned} \qquad (20)$$

Dari persamaan (20) diperoleh nilai W yaitu sebagai berikut:

$$W = \Phi^{-1}\left[\frac{2\Phi(k)(t_0 - t_1) + t_2 - t_0}{2(t_2 - t_1)}\right] \qquad (21)$$

Berdasarkan persamaan (18) dan (21) diperoleh persamaan baru yaitu sebagai berikut :

$$\frac{2\Phi(k)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0}{2(n_1 - n_2)} = \frac{2\Phi(k)(t_0 - t_1) + t_2 - t_0}{2(t_2 - t_1)}$$

$$[2\Phi(k)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0](t_2 - t_1) = [2\Phi(k)(t_0 - t_1) + t_2 - t_0](n_1 - n_2)$$

$$[2\Phi(k)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0](t_2 - t_1) = 2\Phi(k)(t_0 - t_1)(n_1 - n_2) + t_2(n_1 - n_2) - t_0(n_1 - n_2) \qquad (22)$$

Untuk mempermudah perhitungan dapat dimisalkan sebagai berikut :

$b = 2(t_0 - t_1)(n_1 - n_2)\Phi(k)$

$c = 2(n_0 - n_2)\Phi(k) + n_1 - n_0$

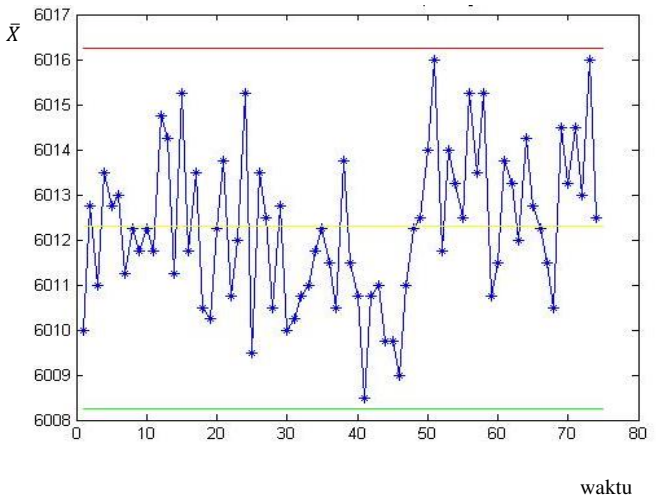
Kemudian substitusikan b dan c pada persamaan (22), sehingga menjadi

$$\begin{aligned} c(t_2 - t_1) &= b + t_2(n_1 - n_2) - t_0(n_1 - n_2) \\ -b + t_0(n_1 - n_2) &= t_2(n_1 - n_2) - c(t_2 - t_1) \\ -b + t_0(n_1 - n_2) &= t_2 n_1 - t_2 n_2 - t_2 c + t_1 c \\ -b + t_0(n_1 - n_2) - t_1 c &= t_2(n_1 - n_2 - c) \\ \frac{t_0(n_1 - n_2) - b - t_1 c}{n_1 - n_2 - c} &= t_2 \end{aligned} \quad (23)$$

Pada tugas akhir ini ditetapkan nilai k adalah 3. Diagram kontrol $\bar{\bar{X}}$ VSSI memiliki 5 parameter yaitu n_1, n_2, t_1, t_2, w. Jika nilai n_1, n_2, dan t_1 ditentukan maka dua parameter lainnya yaitu t_2 dan w dapat dicari dari persamaan (23) dan (21).

B. *Analisis Parameter Diagram Kontrol*

Sebelum membuat diagram kontrol, perlu adanya parameter untuk diagram kontrol yaitu $\bar{\bar{X}}$ dan σ. Parameter inilah yang nantinya dijadikan patokan untuk membuat diagram kontrol. Parameter ini dihitung dengan menggunakan data masa lalu yang diperoleh dari perusahaan. Pada data masa lalu ini digunakan ukuran sampel sebanyak 4 dan dilakukan 80 kali pengamatan yang dilakukan pada PT. Pacific Angkasa Abadi. Setelah dilakukan pertihungan menggunakan diagram kontrol $\bar{X}$ R dengan menghilangkan data yang *out of control,* sehingga diperoleh hasil akhir diagram kontrol $\bar{X}$ dengan BKA=6016,262878, GT=6012,253378, dan BKB=6008,243878. Berikut plot hasil tahap akhir data masa lalu pada diagram kontrol $\bar{X}$:



Gambar 2. Plot Data Masa Lalu

Dapat dilihat pada Gambar 2, bahwa plot data masa lalu sudah terkontrol, maka bisa dilihat nilai $\bar{\bar{X}}$ dan σ untuk dijadikan parameter. Dengan nilai $\bar{\bar{X}}$ sebesar 6012,253378 kemudian dihitung nilai σ seperti di bawah

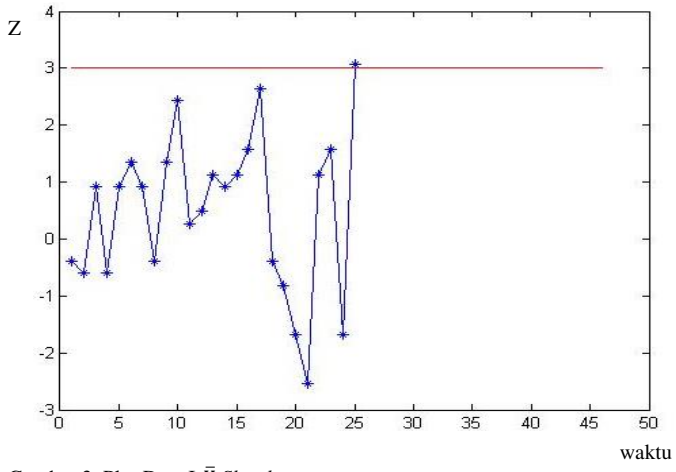
$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$
$$= \frac{5{,}5}{2{,}059}$$
$$= 2{,}6712$$

C. *Analisis Menggunakan Diagram Kontrol $\bar{X}$ Shewhart*

Dalam diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* ukuran sampel dan interval waktu pengambilan sampel bersifat konstan, disini menggunakan ukuran sampel (n_0 = 3) dan interval pengambilan sampel (t_0= 7 menit). Dalam tugas akhir ini digunakan tiga buah data yang berbeda. Pada perhitungan kali ini tidak perlu dihitung nilai BKA dan BKB, karena disini menggunakan ketetapan 3 sigma yang sudah di jelaskan sebelumnya. Adapun langkah untuk untuk membuat diagram kontrol $\bar{\bar{X}}$ *Shewhart* harus mencari nilai Z. Nilai Z disini digunakan untuk menyederhanakan tampilan. Atau dengan kata lain nilai Z merupakan nilai yang akan di plot pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*. Dari persamaan (1) diperoleh :

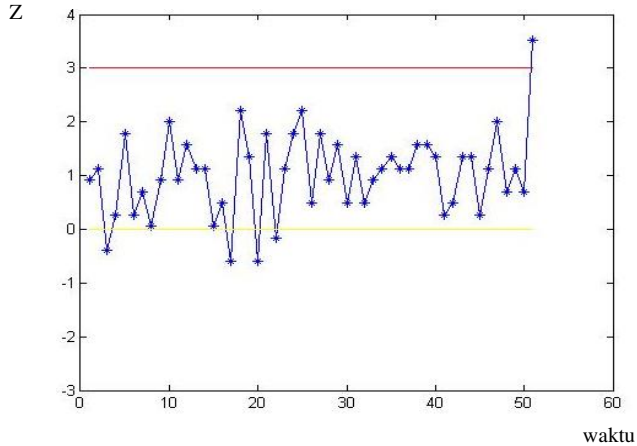
$$Z_j = \frac{\bar{X}_j - \bar{\bar{X}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Setelah nilai Z dihitung satu per satu, pada data ke-23 plot data menunjukkan keadaan *out of control* sehingga perhitungan tidak dilanjutkan, dapat dilihat pada Gambar 3. Pada plot data pertama ini, keadaan *out of control* terjadi pada menit ke-175. Berikut plot data pertama pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* :



Gambar 3. Plot Data I $\bar{X}$ *Shewhart*

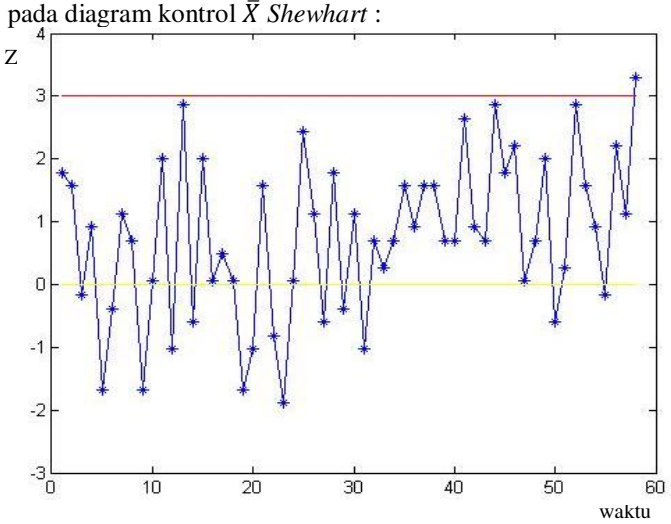
Kemudian dilakukan perhitungan pada data ke II. Setelah dilakukan perhitungan, pada plot data ke-51, data menunjukkan keadaan *out of control*, sehingga tidak perlu melanjutkan perhitungan, dapat dilihat pada Gambar 4. Pada plot data ke II ini, keadaan *out of control* terjadi pada menit ke-357. Berikut merupakan hasil plot dari data kedua pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* :



Gambar 4. Plot Data II $\bar{X}$ *Shewhart*

Kemudian dilakukan perhitungan pada data ke III, pada plot data ke-58 data menunjukkan keadaan *out of control*, sehingga tidak perlu melanjutkan perhitungan, dapat dilihat

pada Gambar 5. Pada plot data ke III ini, keadaan *out of control* terjadi pada menit ke-406. Berikut plot data ketiga pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* :



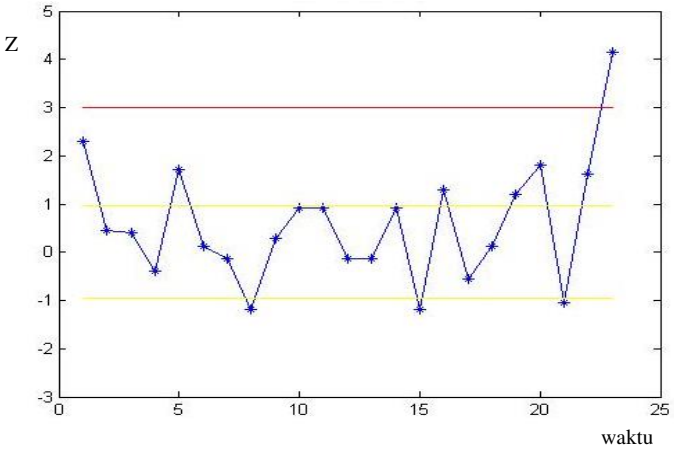
Gambar 5. Plot Data III $\bar{X}$ *Shewhart*

D. Analisis Menggunakan Diagram Kontrol $\bar{X}$ VSSI

Dalam diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI, menggunakan dua jenis ukuran sampel, yaitu ukuran sampel kecil (n_1) dan besar (n_2). Serta dua jenis interval waktu pengambilan sampel, yaitu interval waktu pendek (t_1) dan panjang (t_2). Jika titik plot sebelumnya jatuh pada daerah peringatan (*warning region*), maka pengambilan sampel berikutnya berukuran besar dan interval waktu pengambilan sampel yang pendek. Sedangkan, jika titik plot sebelumnya jatuh pada daerah tengah (*central region*), maka pengambilan sampel berikutnya berukuran kecil dan interval pengambilan sampel yang panjang.

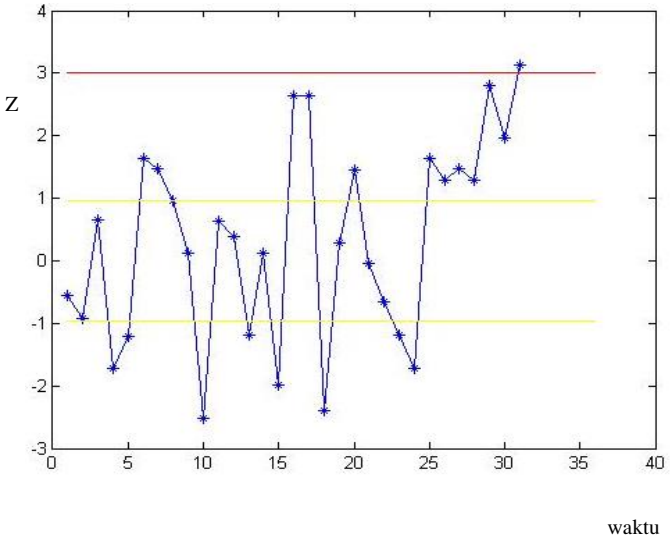
Ukuran sampel yang akan digunakan pada diagram kontrol ini yaitu $n_1 = 2$ dan $n_2 = 5$. Sedangkan untuk interval pengambilan sampel yang digunakan adalah $t_1 = 5$ menit dan $t_2 = 8$ menit. Dan batas peringatan sebesar $W = 0{,}96$ dan $-W = -0{,}96$ didapat dari persamaan (2).

Setelah dilakukan perhitungan nilai Z satu per satu, ternyata pada data ke-23 plot data menunjukkan keadaan *out of control* sehingga perhitungan tidak dilanjutkan, dapat dilihat pada Gambar 6. Pada plot data pertama ini, keadaan *out of control* terjadi pada menit ke-154. Berikut hasil plot dari data pertama pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI :



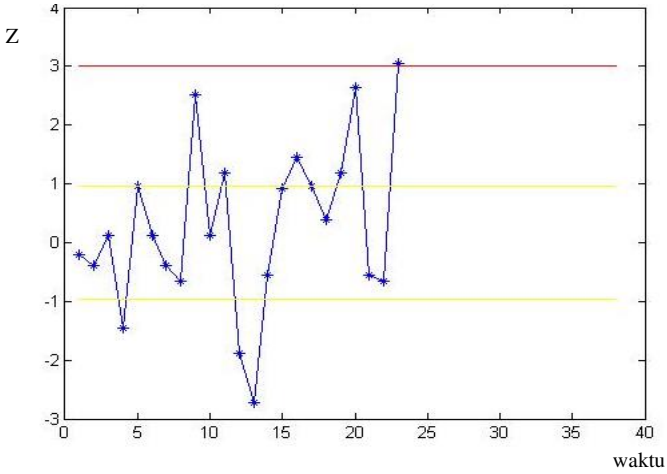
Gambar 6. Plot Data I $\bar{X}$ VSSI

Kemudian dilakukan perhitungan pada data ke II, dapat dilihat pada Gambar 7. Pada plot data ke-31, data menunjukkan keadaan *out of control* pada menit ke-188. Berikut hasil plot data kedua pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI :



Gambar 7. Plot Data II $\bar{X}$ VSSI

Kemudian dilakukan perhitungan pada data ke III, dapat dilihat pada Gambar 8. Pada plot data ke-23, data menunjukkan keadaan *out of control* pada menit ke-157. Berikut plot data ketiga pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI :



Gambar 8. Plot Data III $\bar{X}$ VSSI

E. Perbandingan Diagram Kontrol $\bar{X}$ Shewhart dan Diagram Kontrol $\bar{X}$ VSSI menggunakan ATS

Perbandingan ini dilakukan dengan tujuan agar mengetahui diagram kontrol manakah yang lebih efektif dalam mendeteksi adanya keadaan tidak terkendali atau *out of control*. Untuk membandingkan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI dapat menggunakan ATS. Semakin kecil nilai ATS, maka semakin cepat pula diagram kontrol tersebut mendeteksi adanya keadaan yang tidak terkendali. Berikut tabel hasil perhitungan ATS :

Tabel 1.

Hasil pengolahan ATS dalam satuan menit

Diagram Kontrol	Data I	Data II	Data III
X bar Shewhart	175	357	406
X bar VSSI	154	188	157

Berdasarkan Tabel 1 dapat dihitung nilai ATS dari persamaan (10) yaitu dengan menjumlahkan waktu terjadinya keadaan tidak terkontrol pada masing-masing data. Didapat ATS untuk diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* sebesar 938, sedangkan untuk diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI sebesar 499. Dengan demikian dapat dilihat bahwa nilai ATS diagram

kontrol $\bar{X}$ VSSI lebih kecil dari pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*. Kemampuan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* cenderung kurang sensitif dalam mendeteksi data *out of control* dari pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI.

Selain menggunakan nilai ATS yang mengacu pada data, nilai ATS juga dapat dicari dengan menggunakan rantai markov. Didapat nilai ATS untuk diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* sebesar 68,593 menit, sedangkan untuk diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI didapat nilai sebesar 40,474 menit. Dengan perhitungan nilai ATS menggunakan rantai markov ini menunjukkan bahwa nilai ATS pada diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI lebih kecil daripada nilai pada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*.

Dengan melihat nilai ATS yang mengacu pada data dan nilai ATS yang menggunakan rantai markov, keduanya sama – sama memberikan hasil bahwa diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI lebih sensitif dalam mendeteksi adanya data yang *out of control*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI lebih baik daripada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart.* Dengan demikian, penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI dapat dikatakan lebih sensitif dalam proses pengendalian kualitas pipa besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi.

V. KESIMPULAN

Hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam tugas akhir ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Penerapan diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI dalam pengendalian kualitas pipa besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi memberikan hasil bahwa kualitas pipa besi berada di luar batas kontrol.
2. Setelah diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart* dan $\bar{X}$ VSSI diterapkan pada PT. Pacific Angkasa Abadi, memberikan hasil bahwa diagram kontrol $\bar{X}$ VSSI lebih sensitif dalam mendeteksi keadaan tidak terkontrol daripada diagram kontrol $\bar{X}$ *Shewhart*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Ishikawa, K., (1994). "*Introduction to Quality Control*". Tokyo: JUSE Press Ltd.

[2] Zhou, M., (2015). "*Variable Sample Size and Variable Sampling Interval Shewhart Control Chart with Estimated Parameters*". Verlag Berlin Heidelberg: Operation Research International Journal of Springer- DOI 10.1007/s12351-015-0214-9.

[3] Montgomery, DC., (1990). "Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik". Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.

[4] Noorossana, R., Deheshvar, A., dan Shekary, M., (2000). "*Developing Variable Sample Size and Sampling Interval $\bar{X}$ Chart*". Industrial Engineering, Iran University of Science and Tecnology, pp 690-695.

[5] Costa, AFB., (1997). "*$\bar{X}$ Chart with Variable Sample Size and Sampling Interval*". Journal of Quality Technology Vol 29, No.2, pp 197-204.

[6] Costa, AFB., (2015). "*How to Choose Parameters of $\bar{X}$ VSSI Control Chart with Adaptive Parameters*". American Journal of Mathematics and Statictics Vol 5, No 5, pp 285-292.