

# Kajian Teoritik Sistem Peredam Getaran Satu Derajat Kebebasan

Joni Dewanto

Dosen Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Mesin – Universitas Kristen Petra

## Abstrak

Getaran yang terjadi pada mesin-mesin biasanya menimbulkan efek yang tidak dikehendaki; seperti ketidaknyamanan, ketidak tepatan dalam pengukuran atau rusaknya struktur mesin.

Getaran terjadi karena adanya eksitasi baik yang berasal dari dalam maupun dari luar sistem akan tetapi efek getaran yang ditimbulkannya sangat tergantung dari frekuensi eksitasi tersebut dan elemen-elemen dari sistem getaran itu sendiri.

Untuk meredam getaran yang terjadi dapat dilakukan dengan cara memasang sistem peredam dinamik pada sistem yang bergetar atau memasang sistem tersebut pada tumpuan yang baik sesuai dengan frekuensi eksitasinya.

Kata kunci : peredam getaran.

## Abstract

*Vibration that happen on machines usually produces unexpected effect, such as uncomfortablelity and inaccuration mesurement or distruction on machine's structure.*

*Effect of vibration due to both external or internal excitation is influence by this frequency of excitation and elements of vibration system its self.*

*An effort to damped this vibration effect can be done by attach a dynamic absorber to the system or by mounting the system on the proper suspension according to their axcitation frequency.*

*Keywords : vibration damping.*

## 1. Pendahuluan

Getaran mekanik dapat didefinisikan sebagai gerak osilasi dari sistem mekanik di sekitar titik/posisi seimbang. Getaran terjadi karena adanya gaya eksitasi. Hampir semua mesin yang bergerak akan bergetar meskipun mungkin intensitasnya sangat kecil. Karena secara praktis tidak mungkin menghilangkan eksitasi getaran sama sekali. Eksitasi dapat terjadi karena adanya ketidakseimbangan pada mesin itu sendiri atau dari sumber di luar mesin. Pada banyak hal biasanya terjadinya getaran sangat tidak diinginkan karena getaran dapat mengganggu kenyamanan, menimbulkan ketidak presisian atau menurunkan kualitas kerja mesin-mesin perkakas. Bahkan getaran juga dapat merusak konstruksi mesin. Untuk itu banyak upaya dilakukan untuk meredam getaran. Meredam getaran pada dasarnya dapat dilakukan dengan meminimalkan gaya gaya eksitasi akan tetapi juga dapat dilakukan

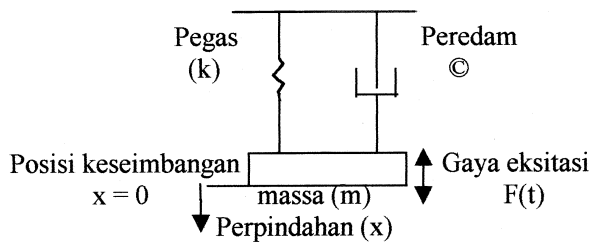
dengan memasang sistem peredam. Tulisan ini membahas bagaimana getaran yang terjadi karena gaya-gaya tersebut dapat diredam tanpa mengubah besarnya gaya eksitasi yang diberikan. Getaran yang dibahas dimodelkan sebagai sistem massa diskret dan dinyatakan sebagai persamaan gerak (simpangan) dari massa tersebut. Untuk itu meredam getaran berarti menurunkan simpangan massa yang terjadi karena gaya eksitasi getaran.

## 2. Elemen Sistem Getaran

Elemen-elemen dari sistem getaran ditunjukkan sebagaimana gambar 1 di bawah. Masing-masing diidealisasikan sebagai massa (m), pegas (k), peredam  $c$ , dan eksitasi (F). Tiga elemen pertama menunjukkan kondisi fisik dari sistem. Keadaan fisik suatu sistem dapat dinyatakan sebagai massa, pegas dan peredam yang tersusun misalnya seperti pada gambar 1. Massa (m) diasumsikan sebagai body kaku (*rigid*) yang tidak memiliki elastisitas dan redaman. Sebaliknya pegas juga dianggap hanya memiliki elastisitas (k) saja sehingga massa dan redamannya diabaikan. Demikian

**Catatan** : Diskusi untuk makalah ini diterima sebelum tanggal 1 Januari 2000. Diskusi yang layak muat akan diterbitkan pada Jurnal Teknik Mesin Volume 2 Nomor 1 April 2000.

halnya, peredam juga dianggap hanya memiliki sifat redaman saja.



Gambar 1. Elemen sistem getaran

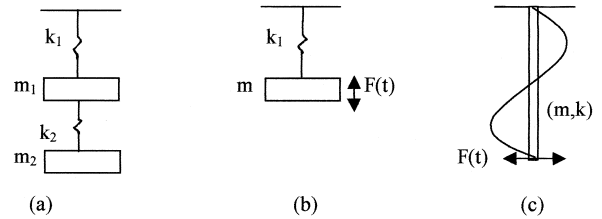
Persamaan gerak massa ( $m$ ) merupakan respon karena adanya eksitasi gaya ( $F$ ). Karakteristik getaran biasanya ditunjukkan sebagai persamaan perpindahan, bukan persamaan kecepatan ataupun persamaan percepatan dari massa ( $m$ ).

Gaya pegas terjadi hanya jika terdapat defleksi relatif antara kedua ujung-ujungnya. Menurut hukum Hooke's besarnya gaya pegas sebanding dengan defleksi relatif tersebut. Konstanta kesebandingannya disebut konstanta pegas ( $k$ ) dan dinyatakan dalam satuan gaya per satuan panjang. Untuk peredam *viscous* besarnya gaya redaman sebanding dengan kecepatan dan faktor kesebandingan disebut koefisien redaman  $c$ .

### 3. Klasifikasi Getaran

Getaran dapat diklasifikasikan menurut ada tidaknya eksitasi yang bekerja secara kontinyu, menurut derajat kebebasannya atau menurut sistem massanya. Menurut klasifikasi yang pertama getaran dibedakan sebagai getaran bebas atau getaran paksa. Disebut sebagai getaran paksa jika pada sistem getaran terdapat gaya eksitasi periodik yang bekerja kontinyu sebagai fungsi waktu. Pada sistem getaran bebas getaran terjadi karena adanya eksitasi sesaat seperti gaya impulsif atau adanya simpangan awal. Menurut derajat kebebasannya getaran dapat dibedakan sebagai getaran derajat satu, dua, atau  $n$  derajat sesuai dengan banyaknya koordinat bebas (*independence*) yang diperlukan untuk mendefinisikan persamaan gerak sistem tersebut. Pada sistem getaran massa diskret setiap massa dianggap sebagai bodi kaku dan tidak mempunyai elastisitas. Sebaliknya pada sistem massa kontinu, massa yang bergetar tidak dianggap sebagai bodi kaku tetapi mempunyai elastisitas sehingga dimungkinkan adanya gerak relatif di antara titik-titik pada massa tersebut. Sistem

massa kontinu memiliki  $n$  derajat kebebasan yang tak berhingga. Ketiga model klasifikasi getaran tersebut ditunjukkan pada gambar 2.



- (a) Sistem getaran bebas massa diskret dua derajat kebebasan
- (b) Sistem getaran paksa massa diskret satu derajat kebebasan
- (c) Sistem getaran paksa massa kontinyu

Gambar 2. Model klasifikasi getaran

### 4. Sistem Getaran Paksa Massa Diskret Satu Derajat Kebebasan

Pada sistem getaran ini bekerja gaya eksitasi  $F$  yang merupakan fungsi sinus dengan amplitudo  $F_0$  dan frekuensi  $\omega$ . Persamaan gerak massa  $m$  sebagai respon dari adanya gaya tersebut dapat ditentukan dari analisa gaya-gaya yang bekerja pada massa  $m$  ketika posisinya tersimpang sejauh  $x$  dari posisi seimbang statisnya. Dalam kondisi keseimbangan dinamis maka dapat disusun persamaan diferensial sebagai berikut :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (1)$$

dimana :

$m\ddot{x}$  = Gaya inersia massa

$c\dot{x}$  = Gaya redaman viscous (sebanding dengan kecepatan)

$kx$  = Gaya pegas

dan  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  dan  $x$  masing-masing adalah simpangan, kecepatan dan percepatan massa  $m$ .

Persamaan diferensial (PD) di atas mempunyai dua solusi masing-masing disebut sebagai solusi parsial ( $x_p$ ) dan komplementer ( $x_k$ ) dimana solusi umumnya  $x(t) = x_p + x_k$ . Solusi komplementer menyatakan persamaan kondisi transien, diperoleh dari solusi PD homogen. Sedang solusi parsial menyatakan persamaan kondisi *steady*, diperoleh dari solusi PD lengkap. Solusi PD homogen secara umum dapat dinyatakan sebagai  $x_k = e^{st}$ . Dengan mensubstitusi harga  $x_k$  dan turunan-turunannya pada PD homogen persamaan 1 maka diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut :

$$s^2 + c/m s + k/m = 0 \quad (2)$$

dan akar-akar karakteristiknya dapat ditentukan sebagai berikut :

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3)$$

Jadi solusi komplementer atau persamaan gerak transienya adalah  $x_k = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$

- Pada kondisi kurang teredam harga  $(c/2m)^2 < k/m$  dengan demikian  $s$  menjadi bilangan imajiner sehingga  $x_k$  merupakan fungsi yang berosilasi dan meluruh karena ada suku  $e^{-(c/2m)t}$ .
- Pada kondisi sangat teredam (*over damped*) harga  $(c/2m)^2 > k/m$  sehingga  $s$  merupakan bilangan riil dan  $x_k$  bukan merupakan fungsi yang berosilasi.
- Pada kondisi redaman kritis koefisien redaman  $c$  dinyatakan sebagai  $c_c$  dan memenuhi persamaan  $(c/2m)^2 = k/m = \omega_n^2$  ( $\omega_n$  disebut frekuensi natural).

Selanjutnya jika  $\zeta$  didefinisikan sebagai ratio redaman  $\zeta = c/c_c$ , maka persamaan (3) dapat dinyatakan sebagai :

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n \quad (4)$$

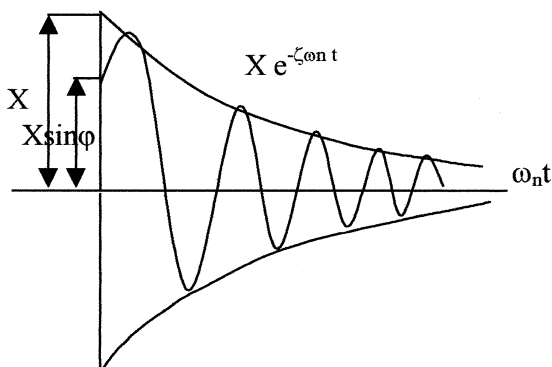
Sehingga untuk gerak berosilasi kurang teredam dimana  $\zeta < 1$  maka persamaan gerak pada kondisi transien dapat dinyatakan sbb :

$$x_k = e^{-\zeta\omega_n t} \left( A e^{i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t} + B e^{-i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t} \right) \quad (5)$$

Persamaan di atas juga dapat ditulis sebagai :

$$x_k = X e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \phi\right) \quad (6)$$

Konstanta-konstanta  $A$ ,  $B$  atau  $X$  dan  $\phi$  dapat ditentukan dari kondisi awal yang diketahui dan  $\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$  menyatakan frekuensi getaran teredam ( $\omega_d$ ). Kurva tersebut dapat ditunjukkan sebagaimana gambar 3 di bawah.



Gambar 3. Getaran teredam  $z < 1$

Persamaan gerak untuk kondisi *steady* dapat dimisalkan sebagai  $x_p = X_p \sin(\omega t - \theta)$  Substitusi persamaan  $x_p$  dan turunan-turunannya pada persamaan 1 maka diperoleh persamaan sbb :  $-m\omega^2 X_p \sin(\omega t - \theta) + c\omega X_p \cos(\omega t - \theta) + k X_p \sin(\omega t - \theta) = F_0 \sin \omega t$  (7)

Dari persamaan tersebut amplitudo simpangan  $X_p$  dan sudut  $\theta$  masing masing dapat ditentukan sebagai berikut :

$$X_p = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{dan}$$

$$q = \tan^{-1} \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \quad (8)$$

Dengan  $\omega_n^2 = k/m$  dan  $\zeta = c/c_c$  persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk nondimensional sebagai berikut :

$$\frac{X_p k}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \quad \text{dan}$$

$$\tan q = \frac{2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (9)$$

Sehingga pada kondisi *steady* massa  $m$  bergetar dengan amplitudo tetap  $X_p$  dan dengan frekuensi yang sama dengan frekuensi eksitasinya.

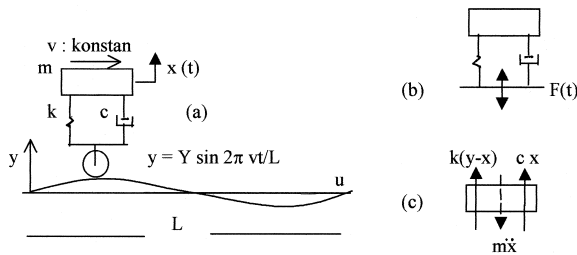
Solusi lengkap dari PD pada persamaan 1 dapat ditulis sebagai :

$$x(t) = \frac{F_0}{k} \frac{\sin \omega t}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} + X e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \phi\right) \quad (10)$$

### 5. Gerak Penopang

Pada beberapa kasus getaran, gaya eksitasi tidak bekerja pada massa  $m$  secara langsung akan tetapi diberikan melalui penopangnya. Kasus getaran ini terjadi misalnya ketika sebuah mobil melewati jalan yang bergelombang. Kondisi jalan yang bergelombang memberi eksitasi getaran pada bodi mobil melalui sistem penopang atau suspensinya.

Untuk keperluan analisis kasus ini dapat dimodelkan sebagaimana gambar 4.



Gambar 4. Gerak penopang

Katakanlah jalan yang bergelombang yang dilewati merupakan fungsi sinus  $y = Y \sin 2\pi x/L$ .  $Y$  dan  $L$  masing-masing adalah amplitudo dan panjang gelombang jalan. Jika mobil bergerak dengan kecepatan konstan ke arah  $u$  maka, jarak  $u$  yang ditempuh mobil setelah  $t$  detik adalah  $u = v \cdot t$ , dimana  $v$  adalah kecepatan mobil. Dengan demikian fungsi  $y$  dapat dinyatakan :  $y = Y \sin 2\pi vt/L$ . Model ini dapat disederhanakan sebagaimana gambar 4 (b) dengan sebuah massa  $m$  mendapat eksitasi melalui penopangnya. Gaya eksitasi tersebut dapat dinyatakan sebagai  $y = Y \sin \omega t$  dimana  $\omega = 2\pi v/L$  dan simpangan massa  $m$  adalah  $x$ . Diagram bodi bebas (DBB) massa  $m$  ketika tersimpang  $x$  dari posisi seimbang ditunjukkan pada gambar 4 (c). Dari DBB tersebut, maka dapat disusun PD :

$$m\ddot{x} - c(\dot{y} - \dot{x}) - k(y - x) = 0 \tag{11}$$

Jika  $z$  adalah simpangan relatif antara simpangan massa  $m$  dan penopangnya, maka  $z = x - y$  sehingga persamaan 11 dapat ditulis sebagai :

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} = m\omega^2 Y \sin \omega t \tag{12}$$

Dalam bentuk eksponensial  $y$ ,  $z$  dan  $x$  masing-masing dapat ditulis sbb :

$$y = Ye^{i\omega t}; \quad z = Ze^{i(\omega t - q)} \quad \text{dan} \\ x = Xe^{i(\omega t - f)} \tag{13}$$

Dengan substitusi persamaan 13 dan turunannya ke persamaan 12, maka dapat diperoleh perbandingan amplitudo simpangan massa ( $X$ ) dan simpangan jalan ( $Y$ ).

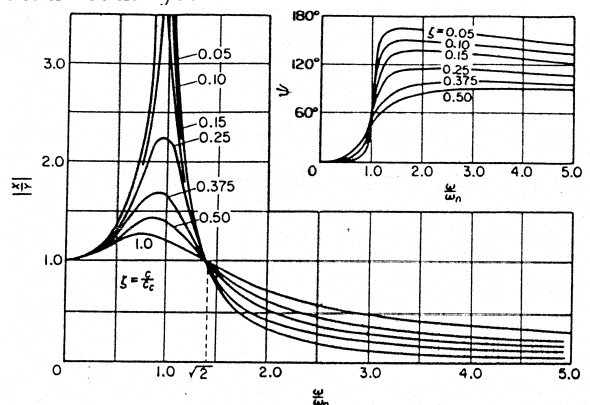
$$\left| \frac{X}{Y} \right| = \frac{\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{atau}$$

$$\left| \frac{X}{Y} \right| = \frac{\sqrt{1 + \left( 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}}{\sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[ 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2}} \tag{14}$$

Persamaan 14 untuk beberapa harga  $\zeta$  sebagai fungsi  $\omega/\omega_n$  dapat diplot sebagaimana kurva pada gambar 5. Untuk setiap harga  $\zeta$ , perbandingan  $X/Y$  maksimum terjadi pada  $\omega/\omega_n = 1$  atau  $\omega = \omega_n$  dan amplitudo maksimum makin besar untuk  $\zeta$  yang makin kecil. Ketika  $\omega = \omega_n$ ,  $\omega$  disebut frekuensi resonansi. Untuk setiap  $\zeta$  harga  $X/Y$  sama dengan 1 pada  $\omega/\omega_n = 0$  dan  $\omega/\omega_n = \sqrt{2}$ . Harga  $X/Y < 1$  ketika  $\omega/\omega_n > \sqrt{2}$ . Jika  $X/Y = 1$  maka berarti besarnya amplitudo respon getaran sama dengan amplitudo eksitasinya.

Getaran akan teredam ketika  $X/Y < 1$  dan besarnya redaman makin besar pada harga  $\zeta$  yang makin kecil. Jadi nampak disini bahwa faktor redaman diperlukan untuk membatasi amplitudo maksimum pada frekuensi resonansi. Pada frekuensi yang lebih tinggi dari frekuensi resonansi faktor redaman justru tidak diperlukan karena untuk  $\zeta$  yang makin kecil justru akan menghasilkan redaman yang makin besar. Besarnya redaman yang terjadi dapat diatur dari harga  $\omega$  dan  $\omega_n$ .

Redaman makin besar ketika  $\omega/\omega_n$  makin besar, yaitu ketika  $\omega$  makin besar atau  $\omega_n$  makin kecil atau keduanya. Basarnya  $\omega$  ditentukan oleh eksitasinya. Dalam hal ini  $\omega$  tergantung dari kecepatan mobil ( $v$ ) dan panjang gelombang permukaan jalan ( $L$ ).  $\omega$  makin besar ketika  $v$  makin besar dan pengaruh  $L$  akan memberi pengaruh yang berlawanan. Sedang  $\omega_n$  ditentukan oleh karakteristik sistem,  $\omega$  makin besar jika kekakuan pegas  $k$  makin besar atau massa  $m$  makin kecil atau keduanya.



Gambar 5. Kurva X/Y terhadap  $\omega/\omega_n$

### 6. Isolasi Getaran

Gaya-gaya penggetar yang ditimbulkan oleh mesin-mesin seringkali tidak dapat dihindari. Akan tetapi pengaruhnya dalam sistem dinamik dapat dikurangi dengan cara memasang mesin-mesin tersebut di atas sistem tumpuan yang baik. Sistem tumpuan yang baik akan berfungsi sebagai isolator sehingga getaran yang ditimbulkan mesin tidak akan diteruskan pada dasar atau alas mesin.

Katakanlah bahwa  $F_0 \sin \omega t$  adalah gaya eksitasi yang bekerja pada suatu sistem getaran (mesin) satu derajat kebebasan maka gaya yang diteruskan ke alas dari sistem tersebut melalui pegas dan peredam adalah :

$$F_T = \sqrt{(kX)^2 + (c\omega X)^2} = kX \sqrt{1 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2} \quad (15)$$

Amplitudo  $X$  yang terjadi karena gaya  $F_0 \sin \omega t$  diberikan oleh persamaan 8 maka persamaan di atas dapat ditulis menjadi :

$$\frac{F_T}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \frac{m\omega^2}{k}\right]^2 + \left[\frac{c\omega}{k}\right]^2}} = \frac{\sqrt{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \quad (16)$$

Ternyata persamaan di atas sama dengan persamaan 14. Jadi secara matematis masalah mengisolasi massa dari gerakan penopangnya identik dengan mengisolasi gaya pengganggu pada lingkungannya.

Kedua perbandingan tersebut masing-masing disebut transmisibilitas (TR). Sebagaimana gambar 5 transmisibilitas gaya  $< 1$  untuk  $\omega/\omega_n > \sqrt{2}$ . Dengan demikian isolasi getaran hanya mungkin terjadi jika  $\omega/\omega_n > \sqrt{2}$  berapapun harga redaman ( $\zeta$ ) yang dipakai. Akan tetapi pegas tanpa redaman dapat memberi efek redaman yang paling baik. Nampak di sana bahwa redaman justru diperlukan pada saat melewati kondisi resonansi.

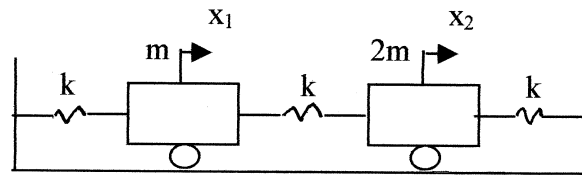
Ketika  $\omega/\omega_n = 1$  amplitudo yang dicapai makin besar untuk  $\zeta$  yang makin kecil. Sehingga untuk membatasi besarnya amplitudo yang terjadi diperlukan redaman yang besar. Amplitudo getaran yang besar dapat dikurangi dengan menopang mesin pada masa ( $M$ ) yang besar atau mengganti pegas yang kekakuannya lebih kecil. Dengan demikian diperoleh harga  $\omega/\omega_n$  yang besar lebih dari  $\sqrt{2}$ . Bila redaman diabaikan maka transmisibilitas pada persamaan 16 dapat ditulis sebagai :

$$TR = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 - 1} \quad (17)$$

### 7. Sistem Getaran Dua Derajat Kebebasan

Sistem getaran dengan dua derajat kebebasan memiliki dua frekuensi natural dan memerlukan dua koordinat untuk menyatakan persamaan geraknya. Bila getaran terjadi pada salah frekuensi tersebut maka terdapat hubungan yang pasti antara amplitudo-amplitudo kedua koordinat dan konfigurasi dinyatakan sebagai ragam normal. Sehingga sistem getaran ini akan memiliki dua bentuk ragam normal sebagaimana frekuensi naturalnya.

Pada sistem getaran paksa maka frekuensi yang terjadi adalah frekuensi eksitasi dan amplitudo kedua koordinat akan terjadi maksimum pada kedua frekuensi naturalnya. Model dari sistem getaran dengan dua derajat kebebasan yang sederhana ditunjukkan pada gambar 6.



Gambar 6. Sistem getaran dua derajat kebebasan

Dengan memakai koordinat  $x_1$  dan  $x_2$  maka persamaan gerak untuk masing-masing massa dapat ditulis sbb :

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= -k(x_1 - x_2) - kx_1 \\ 2m\ddot{x}_2 &= k(x_1 - x_2) - kx_2 \end{aligned} \quad (18)$$

Ragam normal getaran dapat ditentukan ketika tiap massa bergetar harmonik dengan frekuensi yang sama pada salah satu frekuensi naturalnya sehingga setiap massa juga akan melewati posisi seimbang pada saat yang sama. Untuk gerakan demikian maka persamaan simpangan masing-masing massa dapat ditulis sbb :

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 e^{i\omega t} \\ x_2 &= A_2 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (19)$$

Substitusi persamaan-persamaan di atas kepersamaan 18 akan diperoleh:

$$\begin{aligned} (2k - \omega^2 m)A_1 - kA_2 &= 0 \\ -kA_1 + (2k - 2\omega^2 m)A_2 &= 0 \end{aligned} \tag{20}$$

Persamaan tersebut dipenuhi untuk tiap  $A_1$  dan  $A_2$  jika nilai determinan berikut ini adalah nol.

$$\begin{vmatrix} (2k - \omega^2 m) & -k \\ -k & (2k - 2\omega^2 m) \end{vmatrix} = 0 \tag{21}$$

Dengan mengambil  $\omega^2 = \lambda$  determinan di atas menghasilkan persamaan karakteristik

$$I^2 - \left(3 \frac{k}{m}\right) I + \frac{3}{2} \left(\frac{k}{m}\right)^2 = 0 \tag{22}$$

Akar dari kedua persamaan ini adalah :

$$I_1 = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \frac{k}{m} = 0,634 \frac{k}{m} \tag{23}$$

$$I_2 = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \frac{k}{m} = 2,366 \frac{k}{m}$$

Sehingga frekuensi natural sistem adalah

$$\omega_1 = I_1^{1/2} = \sqrt{0,634 \frac{k}{m}} \tag{24}$$

$$\omega_2 = I_2^{1/2} = \sqrt{2,366 \frac{k}{m}}$$

Substitusi frekuensi natural ini ke dalam persamaan 20 dapat diperoleh perbandingan amplitudo amplitudo atau yang disebut sebagai ragam normal. Untuk  $\omega_1$  dan  $\omega_2$  masing-masing perbandingan tersebut adalah :

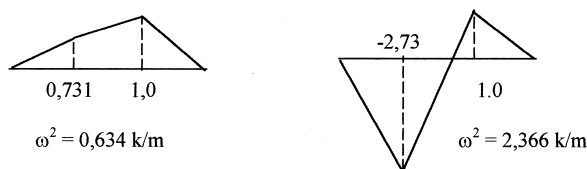
$$\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{(1)} = \frac{k}{2k - \omega_1^2 m} = \frac{1}{2 - 0,634} = 0,731 \tag{25}$$

$$\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{(2)} = \frac{k}{2k - \omega_2^2 m} = \frac{1}{2 - 2,366} = -2,73$$

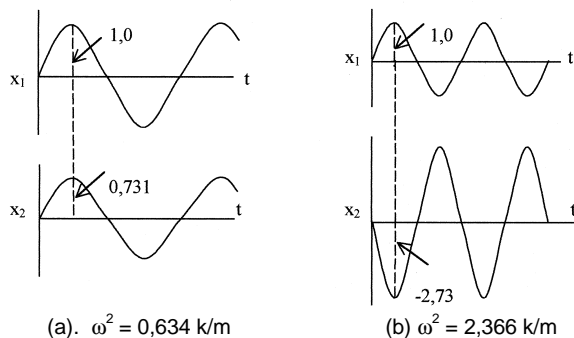
Kedua ragam normal di atas secara grafis ditunjukkan pada gambar 7 berikut ini.

Sebagaimana persamaan 19 pada getaran dengan ragam normal maka amplitudo kedua massa akan dicapai pada saat yang sama.

Untuk harga  $\omega = 0,634$  k/m kedua amplitudo mempunyai arah simpangan yang sama sedang untuk  $\omega = 2,366$  k/m kedua simpangan berlawanan arah. Mode getaran yang terjadi masing-masing ditunjukkan pada gambar 8 (a) dan (b).



Gambar 7. Bentuk ragam normal sistem dua massa



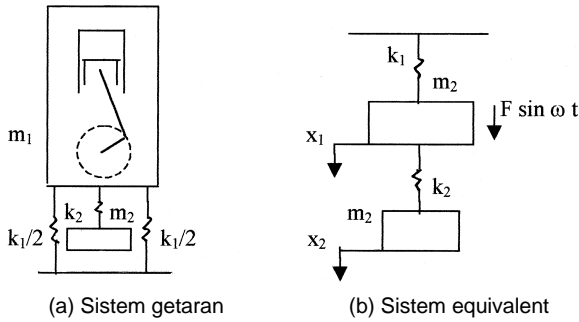
Gambar 8. Mode getaran dua derajat kebebasan

Sebagaimana persamaan 19 pada getaran dengan ragam normal maka amplitudo kedua massa akan dicapai pada saat yang sama.

Untuk harga  $\omega = 0,634$  k/m kedua amplitudo mempunyai arah simpangan yang sama sedang untuk  $\omega = 2,366$  k/m kedua simpangan berlawanan arah. Mode getaran yang terjadi masing-masing ditunjukkan pada gambar 8 (a) dan (b).

### 8. Peredam Getaran Dinamik

Pada sebuah mesin yang memiliki rotor yang eksentris atau mesin torak yang kecepatan gerakannya berubah-ubah, akan timbul gaya inersia yang berubah-ubah pula sehingga dapat menimbulkan getaran yang eksitasinya berasal dari dalam mesin itu sendiri. Contoh tersebut ditunjukkan pada gambar 9 (a); yaitu sebuah mesin torak ( $m_1$ ) yang ditumpu dengan dua buah pegas masing-masing konstantanya adalah  $k_1/2$ . Antara torak dengan poros dihubungkan dengan batang penghubung sehingga ketika mesin bekerja akan timbul gaya inersia yang berubah terhadap waktu secara harmonis. Untuk meredam getaran yang terjadi dapat dilakukan dengan memasang sistem massa-pegas yang lain yang berfungsi sebagai penyerap getaran. Prinsip kerja penyerap getaran dinamik dapat ditunjukkan dengan model sistem getaran paksa dua derajat kebebasan yang merupakan sistem yang equivalent dengan sistem tersebut (gambar 9 (b)).



Gambar 9. Penyerap getaran dinamik

Katakanlah sistem utamanya adalah  $m_1$  dan  $k_1$  yang tidak dapat diubah dan akan diredam getarannya serta sistem penyerap getarannya adalah  $m_2$  dan  $k_2$ . Dari model sistem dinamik tersebut dapat disusun persamaan diferensial sbb :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= F \cdot \sin \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Jika eksitasinya harmonik maka dari persamaan di atas dapat disusun

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 & -k_2 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & k_2 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Katakanlah sistem utamanya adalah  $m_1$  dan  $k_1$  yang tidak dapat diubah dan akan diredam getarannya serta sistem penyerap getarannya adalah  $m_2$  dan  $k_2$ . Dari model sistem dinamik tersebut dapat disusun persamaan diferensial sbb :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= F \cdot \sin \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Jika eksitasinya harmonik maka dari persamaan di atas dapat disusun

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 & -k_2 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & k_2 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Dimana  $X_1$  dan  $X_2$  masing-masing adalah amplitudo simpangan  $m_1$  dan  $m_2$ . Sebagaimana persamaan 21 persamaan frekuensi diperoleh dengan cara menyamakan determinan ( $\Delta\omega$ ) dari koefisien matrik X sama dengan nol.

$$\Delta(\omega) = (k_1 + k_2 - \omega^2 m_1)(k_2 - \omega^2 m_2) - k_2^2 = 0 \quad (28)$$

Sehingga  $X_1$  dan  $X_2$  masing-masing dapat dihitung sebagai berikut:

$$X_1 = \frac{1}{\Delta\omega} (k_2 - \omega^2 m_2) F \dots \text{dan} \dots X_2 = \frac{1}{\Delta\omega} k_2 F \quad (29)$$

Dari persamaan tersebut terlihat bahwa  $X_1$  menjadi nol pada frekuensi resonansi sistem peredam getaran yaitu ketika  $\omega = \sqrt{k_2/m_2}$ . Sistem peredam dinamik tanpa redaman ( $\zeta$ ) semacam ini biasanya di atur untuk  $k_1/m_1 = k_2/m_2$  sehingga  $X_1$  akan berharga nol pada frekuensi resonansi sistem utama. Dengan demikian getaran dari sistem utama dapat diredam.

### 9. Kesimpulan

- Getaran dapat diredam dengan memasang sistem peredam getaran dinamik pada sistem yang bergetar atau merencanakan sistem tumpuannya yang baik
- Pada sistem peredam dinamik (non viscous), getaran sistem utama dapat diredam ketika frekuensi sistem utama sama dengan frekuensi resonansi sistem peredam.
- Amplitudo maksimum pada frekuensi resonansi dapat dibatasi dengan sistem tumpuan dengan ratio redaman yang besar. Dan sebaliknya pada daerah frekuensi yang lebih besar dari frekuensi resonansi ( $\omega/\omega_n > \sqrt{2}$ ) efek redaman terbesar ( $TR < 1$ ) dapat dicapai bila sistem tumpuan redaman memiliki rasio redaman yang kecil.

### Daftar Pustaka

1. Meirovitcs, L., *Element of Vibration*, McGraw-Hill, Inc., 1975
2. Tse, F.S., Morse, I.E., Hinkle, R.T. *Mechanical Vibration Theory and Applications*, Allyn and Isacon Inc., 1978
3. Thomson, W.T., *Theory of Vibration with Applications*, Translated by Lea Prasetyo, Erlangga 1981.
4. Ewin D. J., *Modal Testing Theory and Practice*, Research Studies Press, England, 1986.