

OPTIMASI PERBANDINGAN KOEFISIEN GAYA ANGKAT TERHADAP KOEFISIEN GAYA HAMBAT MAKSIMUM PADA PERANCANGAN AIRFOIL MENGGUNAKAN METODE PANEL

*Citra Asti Rosalia¹, Ismoyo Haryanto², Eflita Yohana²

¹Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

²Dosen Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

Jl. Prof. Sudharto, SH., Tembalang-Semarang 50275, Telp. +62247460059

*E-mail: citraastirosalia@yahoo.com

Abstrak

Prosedur perancangan airfoil dengan menerapkan metode panel telah disusun. Pada prosedur ini geometri airfoil dibangkitkan menggunakan transformasi Joukowski. Dengan transformasi ini bentuk airfoil dapat diperoleh dengan mentransformasikan bentuk lingkaran dengan koordinat titik pusat tertentu. Adapun analisis karakteristik aerodinamiknya dilakukan dengan menggunakan metode panel dimana aliran dianggap bersifat tak viskos (*inviscid*) dan tak mampat (*incompressible*). Pada penelitian ini efek viskositas dikaji dengan menerapkan metode interaksi viskos-tak viskos. Untuk keperluan tersebut analisis lapisan batas (*boundary layer*) dilakukan untuk mendapatkan tebal perpindahan (*displacement thickness*). Informasi tebal perpindahan ini selanjutnya digunakan untuk update geometri airfoil. Langkah berikutnya adalah optimasi guna mendapatkan geometri airfoil yang mempunyai rasio gaya angkat terhadap gaya hambat maksimum yang paling maksimum dengan koordinat titik pusat lingkaran sebagai variabel perancangan. Sebagai pengoptimum (*optimizer*) digunakan optimasi *based gradient methods* (*fmincon*) dan Algoritma Genetika (GA) Dari kedua metode tersebut akan dibandingkan hasilnya pada bilangan Reynold tertentu. Dari hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa analisis karakteristik aerodinamika menggunakan metode panel dengan melibatkan interaksi viskos-tak viskos memberikan hasil yang cukup akurat terhadap hasil eksperimen. Sekalipun secara umum hasil optimasi yang diperoleh juga cukup baik akan tetapi memerlukan validasi dan variasi lebih lanjut.

Kata Kunci: aerodinamika, airfoil, based gradient methods, algoritma genetika, interaksi viskos-tak viskos, metode panel.

Abstract

Airfoil design procedure using optimization scheme and panel methods has been conducted. In this procedure the airfoil geometry was generated using Joukowski transformation. By this transformation airfoil shape can be obtained by transforming the shape of a circle with a specific center point coordinates. Meanwhile, the analysis of aerodynamic characteristics was performed using a panel method in which the flow is assumed to be inviscid and incompressible. In this study the effect of viscosity was studied by applying the method of viscous-inviscid interaction. For this purposes, the analysis of the boundary layer is performed to obtain displacement thickness. This displacement thickness information is then used for updating the geometry of the airfoil. Furthermore, the numerical optimization methods were applied in order to get optimum geometry of airfoils which have maximum lift to drag ratio. In present study, the optimization methods of based-gradient methods and Genetic Algorithm (GA) were used. The optimization was performed for low Reynolds number. Comparing to the experimental results the present results showed that the aerodynamic characteristic obtained using a panel method involves viscosity sufficiently accurate. Although in general the optimum results also are very good but it requires further validation.

Keywords: aerodynamics, airfoil, gradient-based methods, genetic algorithms, inviscid-viscous interaction, panel method.

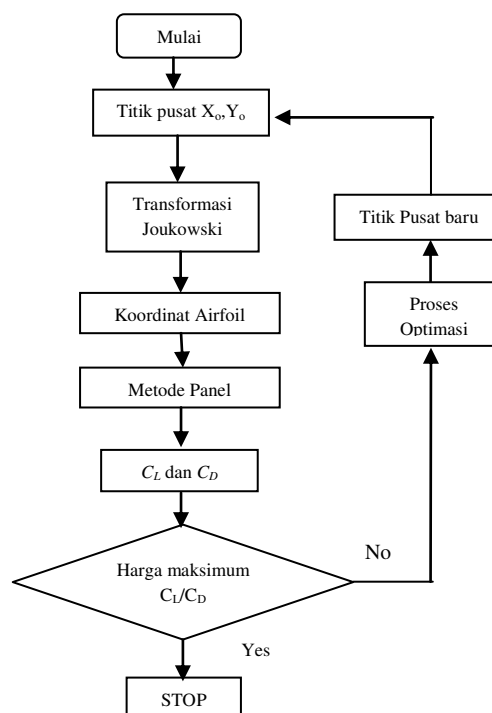
1. PENDAHULUAN

Airfoil merupakan profil penampang yang banyak diaplikasikan pada wahana transportasi (seperti pada sayap pesawat udara) maupun pembangkit energi (sebagai penampang sudu turbin). Baik untuk kegunaan wahana transportasi maupun pembangkit energi airfoil dirancang sedemikian hingga mampu menghasilkan gaya angkat (*lift*) yang maksimal dan pada saat yang bersamaan menghasilkan gaya hambat (*drag*) seminimal mungkin. Dari pertimbangan aerodinamika, profil airfoil yang diinginkan adalah yang memiliki rasio gaya angkat terhadap gaya hambat (C_L/C_D) maksimum paling besar. Salah satu metoda yang cukup populer dan akurat untuk menentukan kuantitas karakteristik aerodinamika adalah CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Langkah terpenting dalam CFD adalah meshing dimana medan aliran dibagi menjadi sejumlah elemen grid. Di sisi lain, dalam setiap prosedur optimasi selalu memerlukan proses iterasi. Jika dalam optimasi airfoil ini diterapkan CFD guna analisis aerodinamikanya maka diperlukan pembangkitan grid/meshing disetiap iterasi. Kondisi ini tidak saja membutuhkan waktu komputasi yang lama tetapi juga memerlukan komputer dengan kemampuan dan kecepatan tinggi. Oleh karena itu diperlukan sebuah metode alternatif yang tidak memerlukan pembangkitan grid dalam menganalisa karakteristik aerodinamikanya.

Pada penelitian ini akan diterapkan metoda panel guna analisis aerodinamika. Metoda ini dipilih karena tidak memerlukan meshing pada medan alirannya. Selanjutnya metoda tersebut digabung dengan optimasi menggunakan Based Gradient Methods dan algoritma genetika (GA) guna mendapatkan profil airfoil yang memberikan (CL/CD) maksimum paling besar.

2. METODOLOGI PENELITIAN

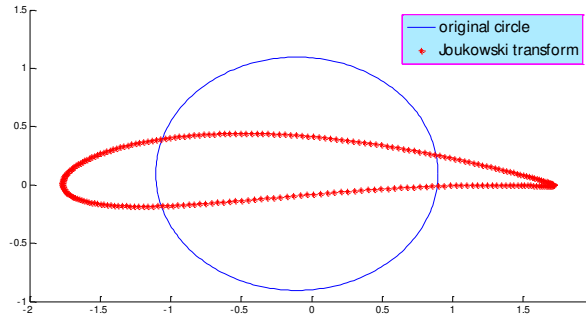
Penelitian ini dimaksudkan untuk menentukan geometri airfoil yang memberikan CL/CD maksimum paling maksimum. Dalam penentuan profil airfoil optimum dilakukan melalui tiga tahap. Tahap pertama adalah pembangkitan geometri airfoil menggunakan metode pemetaan konformal (*conformal mapping*). Pemetaan dilakukan untuk mentransformasikan sebuah bangun lingkaran melalui transformasi Joukowski, sehingga diperoleh bentuk airfoil. Bentuk airfoil yang berbeda dapat diperoleh hanya dengan mengubah titik pusat lingkaran. Selanjutnya, setiap airfoil yang diperoleh dianalisis menggunakan metoda panel pada bilangan Reynold tertentu untuk menentukan karakteristik aerodinamikanya yang direpresentasikan dengan variasi CL dan CD terhadap sudut serang. Pada penelitian ini metoda panel yang diterapkan dimaksudkan untuk menentukan kecepatan tangensial di permukaan airfoil untuk kondisi aliran tak viskos. Adapaun efek viskositasnya dianalisis dengan menggunakan pendekatan metoda interaksi viskos – tak viskos. Tahap berikutnya adalah proses optimasi. Pada proses ini sebagai fungsi obyektif adalah CL/CD maksimum sedangkan variabel perancangannya adalah titik pusat lingkaran pada transformasi Joukowski. Secara skematis metodologi dalam penelitian ini ditunjukkan oleh diagram alir pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir metodologi penelitian.

Transformasi Joukowski

Dengan transformasi Joukowski, bentuk airfoil dapat diperoleh dengan mentransformasikan lingkaran dengan titik pusat tertentu (Kreyszig, 2011). Kondisi ini diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Transformasi Joukowski. [6]

Dalam variabel kompleks persamaan lingkaran dinyatakan dengan

$$z = be^{i\theta} \tag{1}$$

Dimana b menyatakan radius lingkaran dan θ adalah sudut satu lingkaran penuh ($0 - 2\pi$). Sedangkan bentuk transformasi Joukowski diberikan dengan persamaan

$$W(z) = z + \frac{\lambda^2}{z} \tag{2}$$

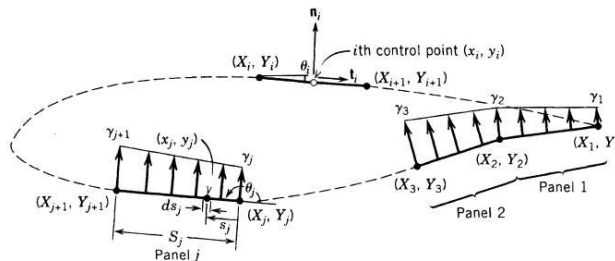
$$\text{dan } \lambda = b - |s| \tag{3}$$

Pada Pers. (2) dan (3) di atas W menyatakan fungsi transformasi Joukowski dalam bidang kompleks, λ adalah parameter transformasi yang menentukan bentuk hasil transformasi dan s adalah koordinat titik pusat lingkaran yang baru. Setelah geometri airfoil diperoleh melalui transformasi Joukowski ini kemudian karakteristik aerodinamikanya yang dimanifestasikan dalam distribusi C_L dan C_D ditentukan dengan menggunakan metode panel.

Metode Panel

Pada aliran tak viskos, tak rotasional dan tak termampatkan (*incompressible*), prediksi karakteristik aerodinamik dari kebanyakan bentuk aerfoil dapat ditentukan secara relatif akurat dengan menggunakan metode panel dua dimensi. Sekalipun metode panel utama ditujukan guna analisis aliran tak viskos namun demikian dengan menerapkan teori lapisan batas satu dimensi sederhana, solusi tak viskos ini dapat diperbaiki. Hal ini memungkinkan estimasi koefisien gaya angkat dan koefisien gaya tahan dapat diprediksi lebih baik lagi.

Dengan menerapkan metode panel guna analisis aerodinamika airfoil, mula-mula permukaan airfoil dibagi menjadi sejumlah panel dan pada setiap panel diterapkan model aliran singularitas. Kondisi ini ditunjukkan pada Gambar 3 dimana aliran singularitas yang digunakan adalah vorteks. Diasumsikan bahwa vorteks yang diterapkan di setiap panel mempunyai kekuatan yang bersifat linier.



Gambar 3. Penerapan panel vorteks linier di permukaan airfoil [7]

Jika dianggap airfoil dibagi menjadi sejumlah m panel dan berada pada aliran seragam V_∞ dengan sudut serang α , maka potensial kecepatan pada titik atur/control point ke- $i(x_i, y_i)$ dinyatakan dengan persamaan

$$\phi(x_i, y_i) = V_\infty (X_i \cos \alpha + Y_i \sin \alpha) - \sum_{j=1}^m \int_j \frac{\gamma(s_j)}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \right) ds_j \quad (4)$$

Dimana

$$\gamma(s_j) \approx \gamma_j + (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \frac{s_j}{S_j} \quad (5)$$

Pada Pers. (4) dan (5) seperti yang telah didefinisikan pada Gambar 3 bahwa (x_j, y_j) adalah koordinat panel ke- j dengan panjang S_j dan berjarak s_j diukur dari ujung depan panel. Integrasi dilakukan sepanjang keseluruhan panel dari (x_j, y_j) ke (x_{j+1}, y_{j+1}) .

Selanjutnya kondisi batas menyatakan bahwa tidak ada kecepatan menembus bidang permukaan airfoil pada titik atur ke- i diterapkan, sehingga

$$\frac{\partial}{\partial n_i} \phi(x_i, y_i) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Untuk menjamin kelancaran aliran pada *trailing edge*, kondisi Kutta diaplikasikan, yaitu

$$\gamma'_1 + \gamma'_{m+1} = 0 \quad (7)$$

dengan $\gamma' = \frac{\gamma}{2\pi V_\infty}$. Pers. (4)-(7) dapat dituliskan dalam bentuk yang lebih kompak sebagai

$$\sum_{j=1}^{m+1} A_{nij} \gamma'_j = RHS_i; i=1, 2, \dots, m+1 \quad (8)$$

Dengan RHS_i menyatakan ruas kanan yang dinyatakan dengan $RHS_i = \sin(\theta_i - \alpha)$ dan A_{nij} disebut koefisien pengaruh kecepatan normal (Kuethe & Chow, 1988).

Pers. (8) adalah persamaan aljabar linier simultan yang dapat diselesaikan dengan metode numerik standar untuk menentukan γ' di setiap titik atur panel. Setelah seluruh kekuatan vorteks γ' diperoleh selanjutnya distribusi kecepatan tangensial di setiap titik atur V dapat dihitung dengan menggunakan Pers. (9) berikut

$$V_i = \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^m A_{t1ij} \gamma'_j; i=1, 2, \dots, m \quad (9)$$

Dimana A_{t1} adalah koefisien pengaruh kecepatan tangensial (Kuethe & Chow, 1988). Adapun koefisien tekanan pada titik atur ke- i dapat ditentukan dengan menggunakan Pers (10).

$$C_{pi} = 1 - V_i^2 \quad (10)$$

Lebih rinci metode panel ini diuraikan pada Kuethe & Chow (1988) dan Katz & Plotkin (2001).

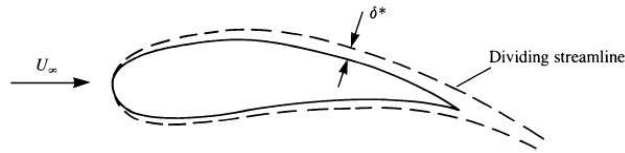
Interaksi Viskos-Tak Viskos

Solusi yang diperoleh dari metode panel adalah kondisi dimana aliran dianggap tak viskos. Dengan anggapan ini maka kondisi batas yang digunakan hanya seperti yang dinyatakan pada Pers. (6). Akan tetapi untuk kondisi aliran dimana sudut serang cukup tinggi solusi yang diperoleh dengan pendekatan di atas sudah tidak akurat lagi. Untuk memperbaiki hasil yang diperoleh maka dalam penelitian ini diterapkan metode interaksi viskos- tak viskos.

Pada penelitian ini metoda langsung interaksi viskos-tak viskos diterapkan. Dengan metode ini mula-mula analisis aliran tak viskos dilakukan untuk mendapatkan distribusi kecepatan tangensial pada airfoil, V . Hasil tersebut selanjutnya digunakan untuk melakukan analisis lapisan batas guna menentukan tebal perpindahan yang diformulasikan dengan Pers. (10) berikut

$$\delta^* = \int_1^\infty \left(1 - \frac{V}{V_\infty}\right) dy \quad (11)$$

dan koefisien gaya hambat akibat friksi (C_f). Tebal perpindahan ini kemudian digunakan untuk memodifikasi geometri airfoil seperti ditunjukkan pada Gambar 4. Dengan geometri yang sudah dimodifikasi ini selanjutnya dengan menggunakan metode panel dilakukan analisis aliran tak viskos untuk menghitung kembali distribusi kecepatan tangensial pada permukaan airfoil. Prosedur tersebut terus dilakukan secara iteratif hingga diperoleh solusi yang konvergen.



Gambar 4. Ilustrasi interaksi viskos-tak viskos. [4]

Metode Optimasi

Based Gradient Methods

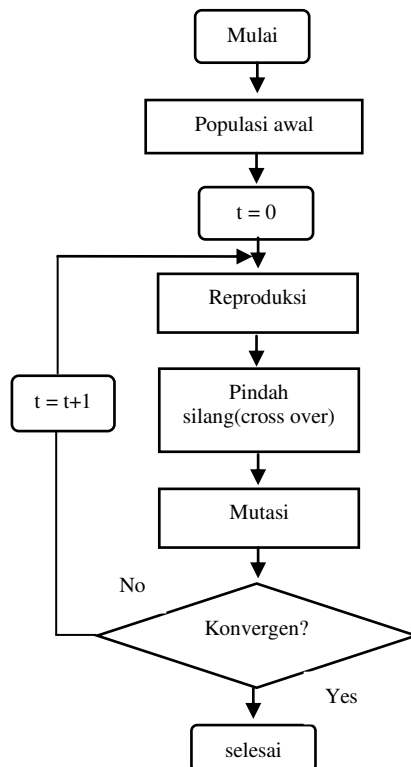
Pada penelitian ini *Gradient-Based-Method* digunakan sebagai pengoptimasi. Salah satu metode yang menggunakan *Gradient-Based-Method* adalah metode *fmincon*. Percobaan dengan metode *fmincon* berfungsi untuk meminimalkan suatu fungsi *scalar* dengan beberapa *constrained* dari beberapa variabel mulai dari tebakan awal yang diberikan. Penggunaan metode ini dapat dilakukan dengan menyetikkan *objective function* tersebut dalam *M-file* matlab dan dijalankan dengan *optimization toolbox* di matlab. Persamaan matematis dalam metode ini adalah sebagai berikut:

$$\min_x f(x) \text{ such that } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ Aeq \cdot x = beq \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases}$$

x , b , beq , lb , dan ub adalah vektor, A dan Aeq adalah matriks, $c(x)$ dan $ceq(x)$ adalah fungsi yang mengembalikan vektor, dan $f(x)$ adalah fungsi yang mengembalikan skalar $f(x)$, $c(x)$, dan $ceq(x)$ yang dapat menjadi fungsi nonlinier.

Algoritma Genetika

Pada penelitian ini Algoritma Genetika (GA) dipilih sebagai pengoptimasi. Pemilihan ini karena GA mampu memberikan solusi optimum global. GA sesungguhnya merupakan teknik pencarian secara random untuk menemukan penyelesaian dalam masalah optimasi yang menerapkan metode genetik sebagai model dalam penyelesaian masalah seperti: mutasi, seleksi dan pindah silang (*crossover*). Secara umum diagram alir GA ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Diagram alir GA.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebagai validasi telah dilakukan analisis aerodinamika airfoil NACA 2410 $Re = 3000000, 6000000$ dan 9000000 . Hasil-hasil yang diperoleh ditunjukkan pada Gambar 6 sampai dengan Gambar 13. Dari seluruh hasil yang diperoleh tampak bahwa koefisien gaya angkat C_L airfoil NACA 2410 pada bilangan-bilangan Reynold tersebut yang diberikan oleh metode panel dengan model aliran tak viskos memberikan kesesuaian yang baik dengan hasil yang diperoleh dari eksperimen pada daerah di bawah sudut stall. Akan tetapi untuk sudut serang yang cukup tinggi (mendekati stall) pemodelan tak viskos sudah tidak dapat dipakai lagi. Di sisi lain, metoda panel dengan melibatkan interaksi viskos-tak viskos memberikan kesesuaian yang baik dengan hasil eksperimen di hampir semua kondisi sudut serang. Begitu juga untuk relasi $C_D - C_L$, hasil yang diperoleh dari metoda panel dengan interaksi viskos - tak viskos memberikan hasil yang lebih mendekati hasil eksperimen dibanding dengan pendekatan tak viskos.

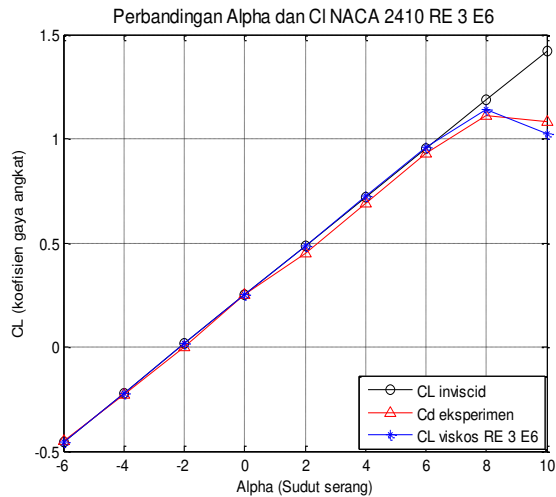
Masalah optimasi pada penelitian ini diformulasikan sebagai berikut

$$\min f(x) = \min \left(-\frac{C_L}{C_D} \right)_{max} \quad (11)$$

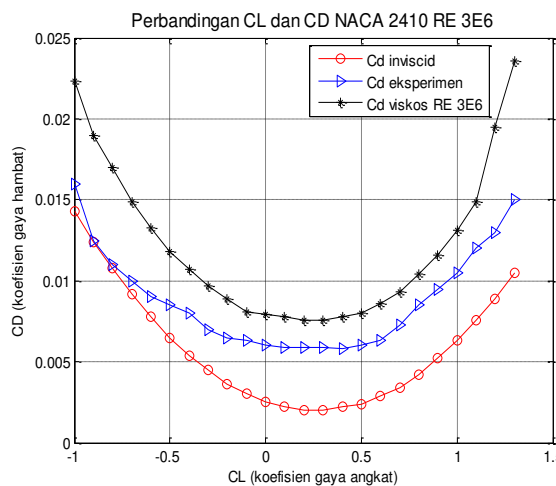
dengan batasan

$$0 \leq x_1 \leq 25 \quad (12a)$$

$$0 \leq x_2 \leq 3 \quad (12b)$$

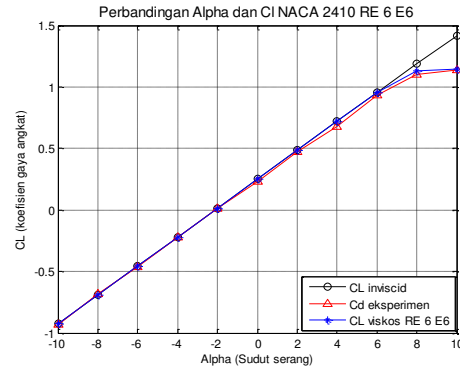


(a)

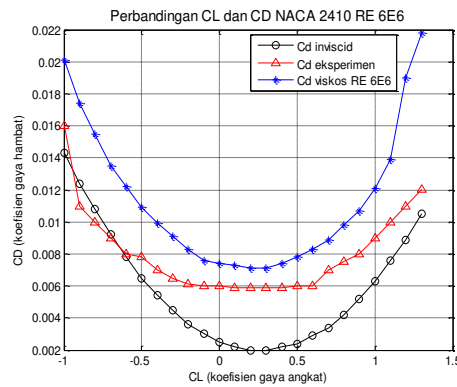


(b)

Gambar 6. (a) $C_L - \alpha$ dan (b) $C_D - C_L$ airfoil NACA 2410 dengan $Re = 3 \times 10^6$.

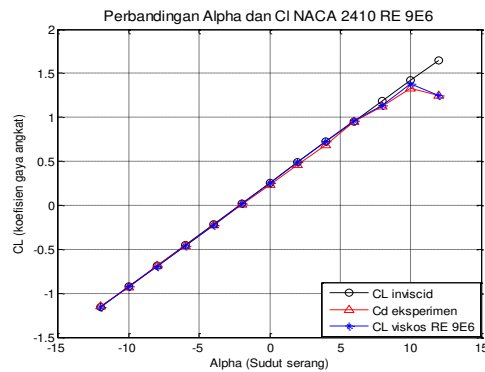


(a)

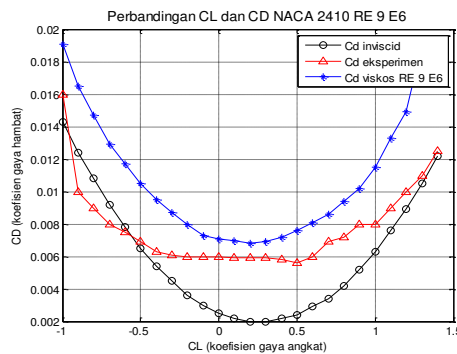


(b)

Gambar 7. (a) $C_L - \alpha$ dan (b) $C_D - C_L$ airfoil NACA2410 dengan $Re = 6 \times 10^6$.



(a)



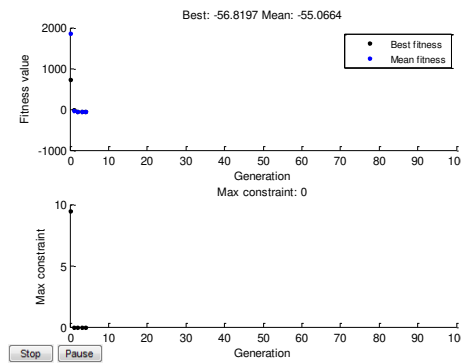
Gambar 8. (a) $C_L - \alpha$ dengan $Re = 9 \times 10^6$. dan (b) $C_D - C_L$ airfoil NACA2410 dengan $Re = 9 \times 10^6$.

Batasan pada Pers. (12a) dan (12b) dimaksudkan agar ada jaminan geometri yang diperoleh dari transformasi Joukowski berbentuk airfoil dan berada di kwadran 2. Kondisi keberadaan seluruh koordinat airfoil berada di kwadran 2 ini diperlukan karena hal tersebut merupakan batasan pembacaan data geometri airfoil dari program panel yang disusun.

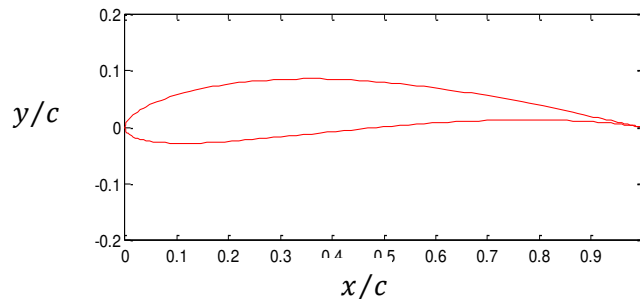
Optimasi dilakukan dengan menggunakan GA dengan parameter-parameter ditunjukkan pada Tabel 1. Pada optimasi ini dipilih bilangan Reynold 500.000 dan Gambar 22 menunjukkan best dan mean fitness optimasi GA yang diperoleh. Adapun besar maksimum thickness dan maksimum camber bisa dilihat pada Tabel 2. Pada aliran viskos dan eksperimental pada sudut tertentu sudah mengalami efek stall sedangkan pada aliran yang inviscid nilai akan terus naik.

Tabel 1 Parameter GA

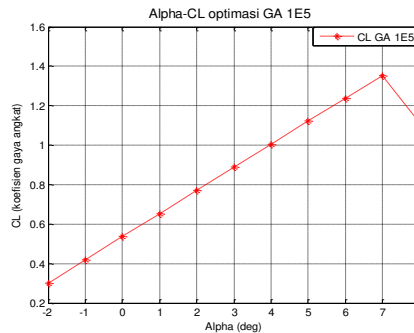
Parameter	Function or Value
Population type	Double vector
Population size	20
Generation	100
Selection	Stochastic uniform
Crossover	Scattered
Fitness scaling	Rank



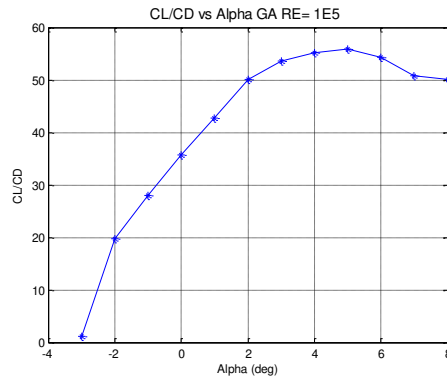
Gambar 9. Best and mean fitness genetic algorithm viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



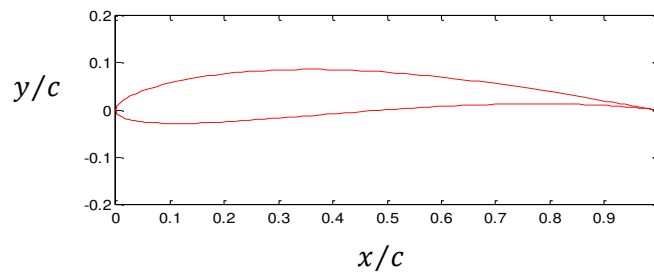
Gambar 10. Airfoil hasil optimasi algoritma genetika pada aliran viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



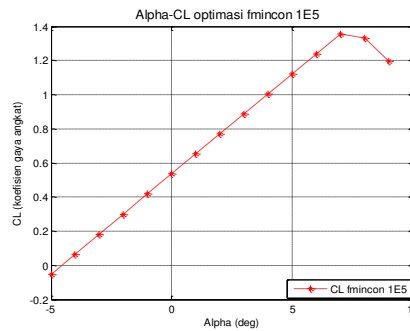
Gambar 11. Grafik C_L - α pada optimasi GA viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



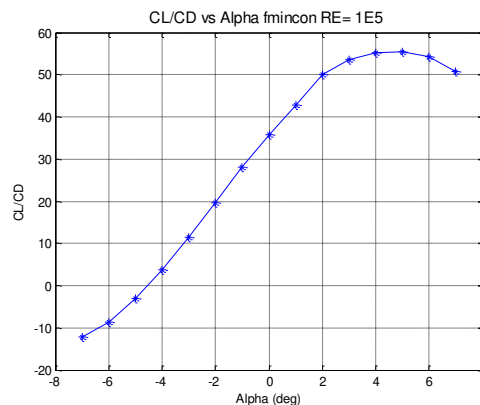
Gambar 12. Grafik C_L/C_D - α pada optimasi viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



Gambar 13. Airfoil hasil optimasi menggunakan fmincon pada viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



Gambar 14. Grafik C_L - α pada optimasi fmincon viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$



Gambar 15. Grafik C_L/C_D - α pada optimasi fmincon viskos dengan $Re = 1 \times 10^5$

Hasil dari optimasi bilangan Reynold memiliki pengaruh dalam penentuan nilai C_L/C_D yang paling maksimum. Semakin besar nilai bilangan Reynold maka nilai C_L/C_D yang paling maksimum juga mengalami kenaikan. Karena dengan makin bertambahnya nilai bilangan Reynold maka kecepatan aliran juga makin tinggi sehingga energi yang dibutuhkan pun juga semakin tinggi sehingga akan terjadi penundaan separasi daerah aliran. Dengan menggunakan

metode *based gradient methods* bilangan Reynold naik maka nilai maksimum camber cenderung turun dan nilai (C_L/C_D) maksimum akan tetap naik. Sebaliknya dengan menggunakan *genetic algorithm* seiring dengan bertambahnya nilai bilangan Reynold maka nilai maksimum camber akan naik dan nilai (C_L/C_D) maksimum semakin naik. Jadi berdasarkan teori ada hubungan antar pengaruh ketebalan terhadap koefisien gaya angkat maksimum C_{Lmax} . Nilai C_{Lmax} akan meningkat seiring dengan bertambahnya nilai t/c sampai t/c pada tingkat ketebalan 13-15% , pada $t/c > 15\%$ C_{Lmax} nilainya akan mulai menurun, sementara pengaruh t/c pada koefisien gaya hambat adalah C_{Dmin} akan mengalami peningkatan dengan semakin bertambahnya nilai t/c . Optimasi *Based gradient methods* dan genetic Algoritma diterapkan dalam penelitian ini. Jika dibandingkan dari keduanya genetic algoritma memberikan hasil yang lebih baik dibanding *fmincon*. Karena *Genetic Algorithm* mampu memberikan solusi optimum global. *Genetic Algorithm* merupakan teknik pencarian secara random untuk menemukan penyelesaian dalam masalah optimasi yang menerapkan metode genetik sebagai model dalam penyelesaian masalah. Kelemahannya apabila dibandingkan dengan optimasi *based gradient methods* maka proses iterasi untuk GA waktunya lebih lama tetapi hasilnya akan lebih bagus.

4. Kesimpulan

Sebuah prosedur perancangan airfoil guna mendapatkan profil airfoil yang memiliki C_L/C_D maksimum telah disusun. Pada prosedur ini metode panel dengan model aliran tak viskos diterapkan guna analisis karakteristik aerodinamika. Dengan metode tersebut airfoil dibagi menjadi sejumlah panel dan pada setiap panel diletakkan model aliran singular vorteks dengan kekuatan linier. Dalam penelitian ini interaksi viskos-tak viskos dilibatkan untuk mengkaji efek viskositasnya. Sebagai pembangkit geometri diterapkan transformasi Joukowski yang memetakan bentuk lingkaran dengan titik pusat tertentu menjadi bentuk airfoil. Guna mendapatkan C_L/C_D maksimum prosedur optimasi diterapkan dengan menerapkan koordinat titik pusat lingkaran sebagai variabel perancangan dan C_L/C_D sebagai fungsi obyektif. Adapun sebagai pengoptimum (*optimizer*) menggunakan *based gradient methods* dan algoritma genetika.

Dari hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metoda panel yang dikembangkan memberikan hasil yang cukup valid guna meramalkan karakteristik aerodinamika airfoil 2D untuk berbagai sudut serang dan bilangan Reynold. Prosedur perancangan yang dibangun juga menunjukkan kemampuan dalam mendapatkan geometri airfoil dengan C_L/C_D maksimum pada bilangan Reynold tertentu. Meskipun demikian perlu dilakukan validasi lebih lanjut dan optimasi dengan bilangan Reynold yang lebih bervariasi.

5. REFERENSI

- [1] Abbot, I.R., Doenhoff, A.E., Theory of wing section, Dover Publication, Inc., New York (1949).
- [2] Haryanto, I., Suryo Utomo, M.S.K.T., Labib, M.N., Pengembangan perancangan airfoil sudu turbin angin kecepatan rendah berbasis komputasi cerdas, Rotasi, Vol. 11, No. 4, Oktober 2009.
- [3] Haryanto, I., Suryo Utomo, M.S.K.T., Sinaga, N., Rosalia, C. A., Pratama, A., Optimization of maximum lift to drag ratio on airfoil design based on artificial neural network utilizing genetic algorithm, ICOMA 2013, Lombok, 12 – 14 September (2013).
- [4] Katz, J., Plotkin, A., Low-speed aerodynamics, 2nd ed., Cambridge University Press (2001).
- [5] Kharis, R., Pengembangan metoda analitis guna penentuan nilai koefisien gaya angkat pada airfoil tak simetris menggunakan metoda regresi polinomial multivariabel, Tugas Sarjana, Jurusan Teknik Mesin, Universitas Diponegoro (2011).
- [6] Kreyszig, E., Advanced engineering mathematics, 10th ed., John Wiley & Sons, Inc. (2011).
- [7] Kuethe, A.M., Chow, C.Y., Foundation of Aerodynamics, 5th ed., John Wiley & Sons, Inc. (1998).
- [8] Rao, S.S., Engineering optimization: theory and practice, 5th ed., John Wiley & Sons, Inc