

# Aliran Fluida Magnetohidrodinamik Viskoelatis Tersuspensi yang Melewati Pelat Datar

Rina Sahaya, Basuki Widodo, Chairul Imron

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

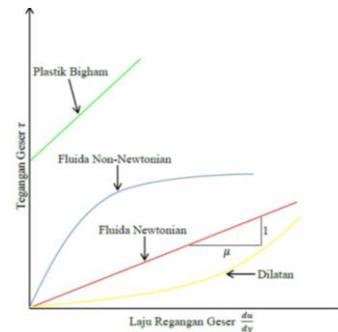
*e-mail: rina.sahaya@gmail.com, b\_widodo@matematika.its.ac.id, imron-its@matematika.its.ac.id*

**Abstrak**— Fluida viskoelastis adalah salah satu tipe dari fluida non-Newtonian yang memiliki sifat viskos (kental) dan elastis. Aplikasi dari fluida viskoelastis sangat penting terutama pada industri pertahanan, pengeboran minyak, dan industri makanan, sehingga banyak penelitian yang dilakukan tentang fluida viskoelastis. Salah satu pembahasan yang menarik untuk dikaji adalah aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastis dengan adanya partikel suspensi didalamnya. Aliran fluida tersebut mengalir dari bawah dan melewati pelat datar yang kemudian menimbulkan lapisan batas (*boundary layer*). Persamaan lapisan batas tersebut kemudian ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menggunakan variabel non-dimensional, selanjutnya diubah ke persamaan similaritas menggunakan fungsi alir (*stream function*). Persamaan similaritas tersebut kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode Keller-Box. Hasil numerik yang diperoleh kemudian disimulasikan dan dianalisis pengaruh parameter bilangan Prandtl, viskoelastik, magnetik dan nilai densitas partikel suspensi terhadap profil kecepatan dan profil temperatur. Dari hasil simulasi, kecepatan ( $f'$ ) mengalami peningkatan ketika parameter viskoelastik ( $K$ ), variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ), parameter magnetik ( $M$ ) mengalami penurunan, dan variasi nilai densitas partikel suspensi ( $N$ ) mengalami peningkatan. Sedangkan temperatur ( $\theta$ ) meningkat dengan meningkatnya parameter viskoelastik ( $K$ ) dan parameter magnetik ( $M$ ), dan menurun dengan meningkatnya variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ) dan nilai densitas partikel suspensi ( $N$ ).

**Kata Kunci**— Magnetohidrodinamik, Fluida Viskoelastis, Suspensi, Keller-Box.

## I. PENDAHULUAN

Fluida merupakan zat yang berubah bentuk secara kontinu bila terkena tegangan geser, berapapun kecilnya tegangan geser tersebut. Berdasarkan viskositasnya, fluida dibagi menjadi dua yaitu fluida Newtonian dan fluida non-Newtonian. Fluida Newtonian merupakan fluida yang memiliki kurva tegangan yang linier dan memiliki viskositas yang bernilai konstan apabila terdapat gaya yang bekerja pada fluida tersebut. Sedangkan fluida non-Newtonian merupakan fluida yang memiliki kurva tegangan yang tidak linier atau dengan kata lain tidak memenuhi hukum linierisasi Newton dan memiliki viskositas yang bernilai tidak konstan apabila terdapat gaya yang bekerja pada fluida tersebut[4]. Berikut adalah grafik tegangan geser fluida Newtonian dan non-Newtonian[10] :



**Gambar 1.1** Grafik Tegangan Geser Fluida Newtonian dan Non-Newtonian

*Magnetohydrodynamic* (MHD) adalah studi mengenai dinamika fluida konduksi listrik akibat medan magnet. Contoh fluida yang dapat dikonduksi adalah plasma, logam cair, dan air garam atau elektrolit. Konsep dasar MHD adalah medan magnet dapat menginduksi arus listrik pada fluida konduktif yang bergerak, yang pada gilirannya menciptakan gaya pada fluida dan juga mengubah medan magnet itu sendiri. Himpunan persamaan yang menggambarkan MHD adalah kombinasi dari persamaan Maxwell pada elektromagnetik[5].

Suspensi adalah suatu campuran fluida yang mengandung partikel padat atau campuran heterogen dari zat cair dan zat padat yang dilarutkan dalam zat cair tersebut, namun masih dapat dibedakan antara pelarut dan zat yang dilarutkan. Partikel padat dalam sistem suspensi umumnya lebih besar dari 1 mikrometer[8].

Meskipun banyak peneliti melakukan penelitian terhadap fluida yang bersifat viskoelastis seperti Kasim[7] yang meneliti tentang fluida viskoelastis pada pelat datar untuk masalah Blasius mengelilingi silinder sirkular dan bola dengan dua jenis aliran konveksi, yaitu konveksi bebas dan campuran menggunakan skema Keller-Box. Selain itu penelitian yang lain juga dilakukan oleh Wanti [6] yang meneliti tentang fluida viskoelastis yang melewati sebuah pelat datar dengan efek magnetohidrodinamik menggunakan skema metode beda hingga Keller-Box, namun penelitian tentang fluida viskoelastis tersuspensi masih kurang.

Fluida viskoelastis adalah salah satu fluida non-Newtonian selain fluida pseudoplastic, fluida rheopectic dan fluida thixotropic. Dalam beberapa tahun ini, penelitian untuk permasalahan fluida viskoelastis menjadi sangat penting karena pemanfaatannya yang sangat luas dan bisa digunakan untuk pengembangan ilmu sains maupun teknik. Meskipun banyak peneliti melakukan penelitian terhadap fluida yang bersifat viskoelastis seperti Kasim[7] dan Wanti [6], namun penelitian tentang fluida viskoelastis tersuspensi masih kurang. Hal ini yang mendasari peneliti tertarik meneliti

permasalahan aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastis tersuspensi yang melewati pelat datar.

Persamaan lapisan batas (boundary layer) sederhana merupakan upaya awal untuk menghitung berbagai permasalahan dalam penelitian tersebut. Pendekatan lapisan batas diperoleh dari persamaan kontinuitas, momentum, dan energi. Persamaan – persamaan ini kemudian ditransformasikan ke bentuk non-dimensional dengan menggunakan variable non-dimensional, selanjutnya diubah ke persamaan similaritas menggunakan fungsi alir (*stream function*) [7]. Persamaan – persamaan tersebut kemudian dicari solusi numeriknya menggunakan metode Keller-Box dan selanjutnya disimulasikan. Dari hasil simulasi dianalisis parameter bilangan Prandtl, viskoelastik, magnetik dan nilai densitas partikel suspensi terhadap profil kecepatan dan profil temperatur.

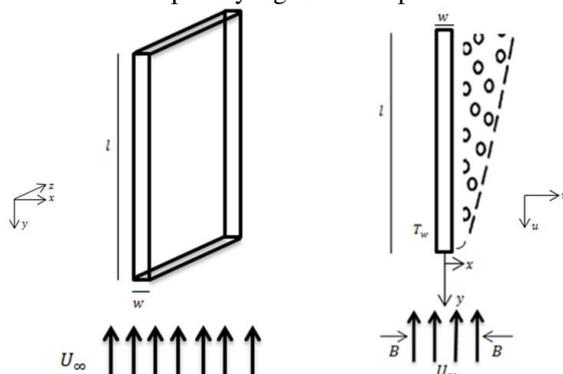
## II. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur
2. Memodelkan aliran magnetohidrodinamik pada fluida viskoelastis tersuspensi yang melewati pelat datar
3. Mentransformasi persamaan pembangun dimesional ke bentuk non-dimensional menggunakan variable non-dimensional
4. Meengubah persamaan non-dimensional ke persamaan similaritas menggunakan fungsi alir (*stream function*)
5. Penyelesaian numerik menggunakan metode Keller-Box
6. Pembuatan program dengan aplikasi MATLAB
7. Melakukan simulasi dengan memberikan beberapa parameter menggunakan program yang telah dibuat menggunakan aplikasi MATLAB
8. Melakukana analisis hasil dan pembahasan
9. Penarikan kesimpulan
10. Penyusunan lapoan

## III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastis tersuspensi mengalir dari bawah ke atas yang kemudian melewati pelat datar. Daerah penelitian yang diamati adalah pada titik stagnasi atau  $x \approx 0$ . Berikut adalah ilustrasi dari aliran magnetohidrodinamik pada fluida viskoelastis tersuspensi yang melewati pelat datar.



**Gambar 3.1** Sketsa Aliran Fluida Magnetohidrodinamik Viskoelastis Tersuspensi yang Melewati Pelat Datar

### A. Persamaan Pembangun Dimensional

Persamaan pembangun dari aliran magnetohidrodinamik pada fluida viskoelastis tersuspensi yang melewati pelat datar terdiri dari persamaan kontinuitas, persamaan momentum, dan persamaan energi sebagai berikut:

1. Persamaan Kontinuitas :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \tag{3.1}$$

2. Persamaan Momentum :

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = & \frac{\mu_0}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \\ & \frac{k_0}{\rho} \left[ \bar{u} \left( \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} \right) + \bar{v} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) \right] \\ & + g\beta(T - T_\infty) - \frac{1}{\rho} \sigma \bar{u} B_0^2 + K_1 N H \end{aligned} \tag{3.2}$$

3. Persamaan Energi :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \tag{3.3}$$

dengan kondisi batas [6]:

$$\begin{aligned} \bar{u} = U_w = 0, \quad \bar{v} = 0, \quad \bar{T} = T_w \quad & \text{pada } y = 0 \\ \bar{u} = U_\infty, \quad \bar{T} = T_\infty \quad & \text{pada } y \rightarrow \infty \end{aligned}$$

dan

- $\alpha$  : Difusi termal
- $\mu_0$  : Viskositas dinamik
- $k_0$  : Koefisien memori pendek
- $\rho$  : Kerapatan fluida
- $g$  : Gravitasi
- $\beta$  : Koefisien perpindahan panas
- $u$  : Komponen kecepatan pada sumbu  $x$
- $v$  : Komponen kecepatan pada sumbu  $y$

### B. Persamaan Non-Dimensional dan Similaritas

Persamaan pembangun dimensional yang terdiri dari persamaan kontinuitas, persamaan momentum, dan persamaan energi selanjutnya ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menggunakan variable non-dimensional sebagai berikut:

Variabel non-dimensional [13]: :

$$\begin{aligned} x = \frac{\bar{x}}{l}, \quad y = Re^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\bar{y}}{l} \right), \quad u = \frac{\bar{u}}{U_\infty}, \\ v = Re^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\bar{v}}{U_\infty} \right), \quad \theta = \frac{(\bar{T} - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)}, \\ Re = \frac{U_\infty l}{\nu} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Parameter non-dimensional [13] :

$$\begin{aligned} K = \frac{k_0 U_\infty}{l \rho \nu} \quad \lambda = \frac{g\beta(T_w - T_\infty) l^3 Re^2}{\nu^2}, \\ Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad M = \frac{\sigma B_0^2}{\rho} U_\infty \end{aligned} \tag{3.5}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (3.4) dan (3.5) ke persamaan (3.1) – (3.4), sehingga didapat persamaan pembangun non-dimensional sebagai berikut:

1. Persamaan Kontinuitas :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3.6}$$

2. Persamaan Momentum :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = & \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - K \left[ u \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \right. \\ & \left. v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \right. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda \theta - Mu + K_1 NH \quad (3.7)$$

3. Persamaan Energi :

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (3.8)$$

dengan

- $T_w$  : Temperatur permukaan pelat
- $T_\infty$  : Temperatur lingkungan
- $T$  : Temperatur fluida
- $Re$  : Bilangan Reynold
- $K_1$  : Koefisien hambat stoke
- $N$  : Number densitas partikel suspensi
- $H$  : Kecepatan partikel suspense dikurangi kecepatan fluida
- $K_1 = 6 \text{ kgs}^{-1}$
- $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$

C. Persamaan Similaritas

Untuk menyelesaikan persamaan (3.6) – (3.8), terlebih dahulu harus diubah ke dalam persamaan similaritas menggunakan fungsi alir sebagai berikut[7]:

$$\psi = U_\infty x v(2)^{\frac{1}{2}} f(\eta) \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$\eta = \left( \frac{U_\infty}{2xv} \right)^{\frac{1}{2}} y$$

dengan

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Dengan mensubstitusikan fungsi alir kedalam Persamaan (3.6) – (3.8), maka didapatkan persamaan similaritas sebagai berikut:

1. Persamaan Kontinuitas :

$$-\frac{U_\infty}{2x} \cdot f'' \cdot \eta + \frac{U_\infty}{2x} \cdot f'' \cdot \eta = 0 \quad (3.9)$$

2. Persamaan Momentum :

$$f'''' + f f'' + K[2f' f''' - f f'''' - (f'')^2] + \lambda \theta - M f' + K_1 N H = 0 \quad (3.10)$$

3. Persamaan Energi :

$$\frac{1}{Pr} \theta'' + f \theta' = 0 \quad (3.11)$$

dimana ‘ adalah turunan terhadap y, dan dengan kondisi batas sebagai berikut :

$$u = v = 0, \quad \theta = 1, \quad \text{pada } y = 0$$

$$u = U_\infty, \quad \theta = 0, \quad \text{pada } y \rightarrow \infty$$

dengan

- $\theta$  : Profil temperatur
- $K$  : Parameter viskoelastis
- $M$  : Parameter magnetik
- $Pr$  : Bilangan Prandtl
- $\lambda$  : Parameter konveksi
- $\psi$  : Fungsi alir

D. Penyelesaian Numerik

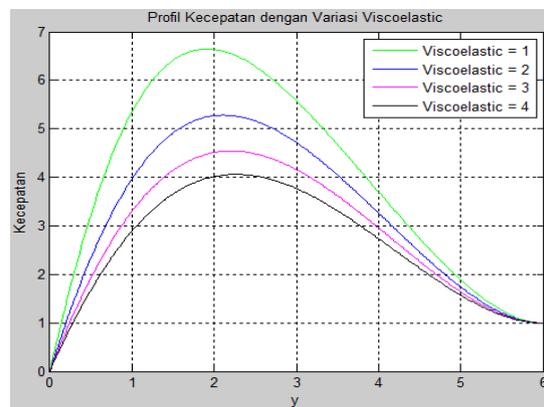
Penyelesaian numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Keller-Box. Berikut adalah langkah-langkahnya:

1. Mengubah persamaan diferensial orde tinggi menjadi persamaan diferensial orde satu
2. Melakukan diskritisasi pada persamaan orde satu
3. Melakukan linierisasi persamaan yang telah didiskritisasi kemudian menjadikan ke dalam bentuk matrik
4. Menyelesaikan persamaan linear dengan menggunakan teknik eliminasi blok

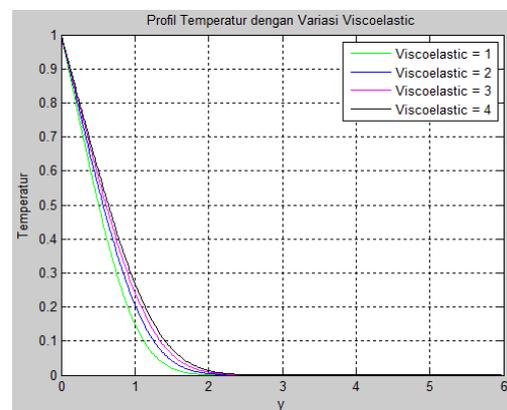
E. Simulasi dan Analisis Hasil

Hasil numerik yang telah didapat kemudian disimulasikan ke dalam MATLAB dengan memberi inputan parameter viskoelastik ( $K$ ), variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ), parameter magnetik ( $M$ ) dan variasi number densitas partikel suspensi ( $N$ ), kemudian dilakukan analisis terhadap profil kecepatan ( $f'$ ) dan profil temperatur ( $\theta$ ).

Gambar 3.2 dan 3.3 menunjukkan profil kecepatan ( $f'$ ) dan profil temperatur ( $\theta$ ) dengan variasi parameter viskoelastik ( $K$ )=1,2,3,4 dan nilai  $Pr = 0.7$ ,  $M = 1$ , dan  $N = 1$ . Dari gambar 4.2 dapat dilihat bahwa kecepatan fluida akan meningkat dengan menurunnya parameter viskoelastik ( $K$ ). Hal ini terjadi karena dengan menurunnya parameter viskoelastik ( $K$ ) maka akan menyebabkan kekentalan fluida menurun sehingga akan mengurangi gaya gesek dan menyebabkan kecepatan fluida meningkat. Sedangkan dari gambar 3.3 dapat dilihat bahwa temperatur akan mengalami penurunan seiring dengan menurunnya parameter viskoelastik ( $K$ ). Hal ini terjadi karena dengan menurunnya parameter viskoelastik ( $K$ ) maka kekentalan akan mengalami penurunan dan mengurangi gaya gesek sehingga menyebabkan temperatur juga menurun.



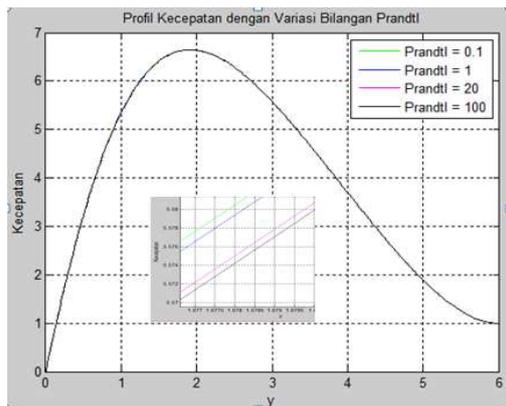
Gambar 3.2 Variasi parameter viskoelastik ( $K$ ) terhadap profil kecepatan ( $f'$ )



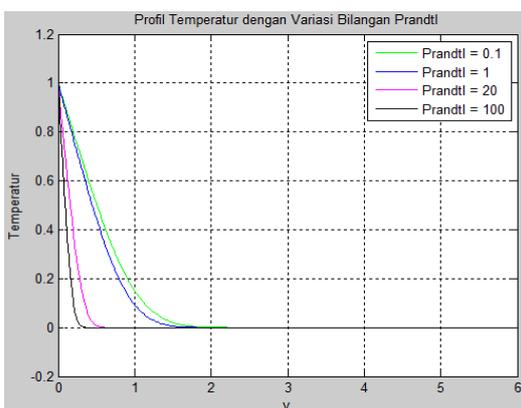
Gambar 3.3 Variasi parameter viskoelastik ( $K$ ) terhadap profil temperatur ( $\theta$ )

Selanjutnya dari gambar 3.4 dan 3.5 dapat dilihat profil kecepatan ( $f'$ ) dan profil temperatur ( $\theta$ ) dengan variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ )=0.7,1,20,100 dan nilai  $K = 1$ ,  $M = 1$ , dan  $N = 1$ . Dari gambar 3.4 dapat dilihat bahwa kecepatan akan meningkat dengan menurunnya variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ). Hal ini sesuai dengan definisi bilangan Prandtl ( $Pr$ ). Sedangkan dari gambar 3.5 dapat

dilihat bahwa temperatur ( $\theta$ ) akan meningkat dengan menurunnya variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ). Hal tersebut disebabkan bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan difusi termal ( $Pr \sim \frac{1}{\alpha}$ ).

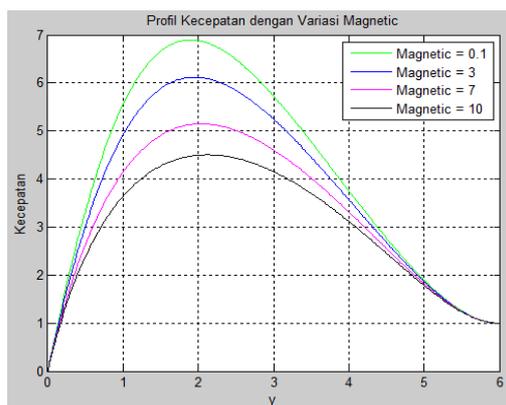


**Gambar 3.4** Variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ) terhadap profil kecepatan ( $f'$ )

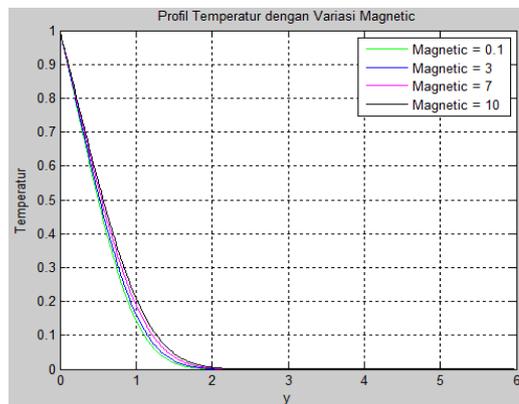


**Gambar 3.5** Variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ ) terhadap profil temperatur ( $\theta$ )

Pada gambar 3.6 dan 3.7 dapat dilihat profil kecepatan ( $f'$ ) dan profil temperatur ( $\theta$ ) dengan variasi parameter magnetik ( $M$ )=0.1,3,7,10 dan nilai  $Pr = 0.7$ ,  $K = 1$  dan  $N = 1$ . Dari gambar 3.6 dapat dilihat bahwa dengan meningkatnya parameter magnetik ( $M$ ) maka profil kecepatan ( $f'$ ) akan menurun dan profil temperatur ( $\theta$ ) akan meningkat. Hal ini terjadi karena dengan adanya medan magnet maka akan menimbulkan gaya Lorentz, dan dengan meningkatnya gaya Lorentz maka akan memperbesar gesekan dan menimbulkan kecepatan menurun dan temperatur mengalami peningkatan.

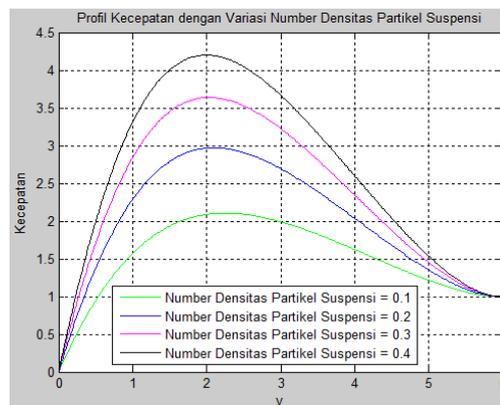


**Gambar 3.6** Variasi parameter magnetik ( $M$ ) terhadap profil kecepatan ( $f'$ )

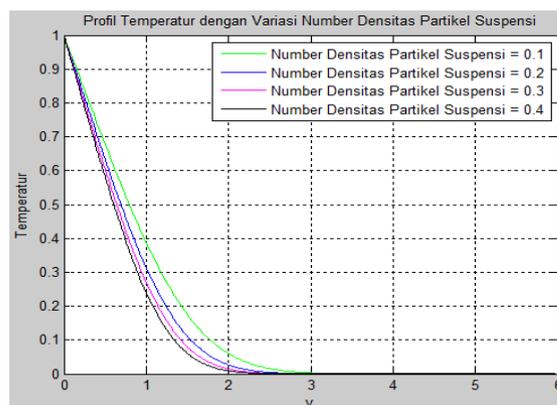


**Gambar 3.7** Variasi parameter magnetik ( $M$ ) terhadap profil temperatur ( $\theta$ )

Dalam penelitian ini juga dilihat profil kecepatan ( $f'$ ) dan profil temperatur ( $\theta$ ) dengan variasi nilai densitas partikel suspensi ( $N$ )=0.1,0.2,0.3,0.4 dan nilai nilai  $Pr = 0.7$ ,  $K = 1$  dan  $M = 1$ . Dari gambar 3.8 dan 3.9 dapat dilihat bahwa dengan meningkatnya number densitas partikel suspensi ( $N$ ) profil kecepatan ( $f'$ ) akan meningkat dan profil temperatur ( $\theta$ ) akan mengalami penurunan. Hal ini terjadi karena dengan meningkatnya number densitas partikel suspensi ( $N$ ) maka jumlah partikel suspensi akan semakin sedikit hal ini akan semakin mengurangi gesekan anatar partikel suspensi sehingga menyebabkan kecepatan semakin meningkat dan menurunkan temperatur.



**Gambar 3.8** Variasi number densitas partikel suspensi ( $N$ ) terhadap profil kecepatan ( $f'$ )



**Gambar 3.9** Variasi number densitas partikel suspensi ( $N$ ) terhadap profil temperatur ( $\theta$ )

## IV. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika dari aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastik tersuspensi yang melewati pelat datar dalam kondisi *steady* pada titik stagnasi ( $x \approx 0$ ) yaitu :
  - a.  $w + fv + K(2Uw - fw' - (v)^2) + \lambda s - MU + K_1NH = 0$
  - b.  $\frac{1}{Pr} t' + ft = 0$
 Model yang didapatkan tersebut diselesaikan secara numerik menggunakan metode Keller-Box
2. Dari penyelesaian numerik dan simulasi dalam bentuk grafik, dapat disimpulkan bahwa :
  - a. Nilai profil kecepatan dengan variasi parameter viskoelastik ( $K$ )=1,2,3,4 dengan nilai  $Pr = 0.7$ ,  $M = 1$ ,  $N = 1$ ,  $\lambda = 1$ , dan  $H = 0.1$  akan meningkat dengan menurunnya parameter viskoelastik, sedangkan temperatur akan mengalami penurunan. Hal ini terjadi karena dengan menurunnya parameter viskoelastik ( $K$ ) maka kekentalan akan mengalami penurunan dan mengurangi gaya gesek menurun.
  - b. Untuk profil kecepatan dengan variasi parameter magnetik ( $M$ )=0.1,3,7,10 dengan nilai  $Pr = 0.7$ ,  $K = 1$ ,  $N = 1$ ,  $\lambda = 1$ , dan  $H = 0.1$  akan menurun dan profil temperatur ( $\theta$ ) akan meningkat dengan meningkatnya parameter magnetik ( $M$ ). Hal ini terjadi karena dengan adanya medan magnet maka akan menimbulkan gaya Lorentz, dan dengan meningkatnya gaya Lorentz maka akan memperbesar gesekan dan menimbulkan kecepatan menurun dan temperatur mengalami peningkatan.
  - c. Dengan menurunnya variasi bilangan Prandtl untuk variasi bilangan Prandtl ( $Pr$ )=0.7,1,20,100 dengan nilai  $K = 1$ ,  $M = 1$ ,  $N = 1$ ,  $\lambda = 1$ , dan  $H = 0.1$  maka kecepatan dan temperature akan meningkat. Hal ini sesuai dengan definisi bilangan Prandtl ( $Pr$ ) dan bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan diffuse termal ( $Pr \sim \frac{1}{\alpha}$ ).
  - d. Dalam variasi nilai densitas partikel suspensi ( $N$ )= 0.1,0.2,0.3,0.4 dengan nilai  $Pr = 0.7$ ,  $K = 1$ ,  $M = 1$ ,  $\lambda = 1$ , dan  $H = 0.1$  ditunjukkan bahwa dengan meningkatnya nilai densitas partikel suspensi ( $N$ ) maka profil kecepatan ( $f'$ ) akan meningkat dan profil temperatur ( $\theta$ ) akan mengalami penurunan. Hal ini terjadi karena dengan meningkatnya nilai densitas partikel suspensi ( $N$ ) maka kerapatan fluida akan meningkat, dengan meningkatnya kerapatan, maka jumlah partikel akan semakin banyak sehingga gerakan yang dihasilkan oleh partikel semakin besar, hal ini menyebabkan kecepatan semakin meningkat dan temperatur menurun.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Alkasasbeh, Hamzeh T. S (2015). *Numerical Solution for Convective Boundary Layer Flow over A Solid Sphere Of Newtonian and Non-Newtonian Fluid*, Ph.D. Universiti Malaysia Pahang.
- [2] GUPTA, Urvashi and AGGARWAL, parul. (2011), *Thermal Instability of Compressible Walters' (Model B) Fluid in the Presence of Hall Currents and Suspended Particles*, THERMAL SCIENCE, 15,2, pp 487-500.
- [3] Nazar, R., Salleh, M.Z., dan Pop, I. (2010). *Mixed convection boundary layer flow about a solid sphere with Newtonian heating*, Arch. Mech., 62,4, pp 283-303, Warszawa.
- [4] Widodo, B. (2012), *Pemodelan Matematika*. ITS Press, Surabaya, Indonesia.
- [5] Widodo, B., Siswono, G.O., dan Imron, C. (2015), *Viskoelastic fluid flow with the presence of magnetic field past a porous circular cylinder*. Proceedings of 5<sup>th</sup> ISERD International Conference, Bangkok, Thailand.
- [6] Widodo, B., Wanti, P.P., dan Imron, C. (2015). *Viscoelastic Fluid Past A Flat Plate With The Effect of Magnetohydrodynamic*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Surabaya.
- [7] Kasim, Abdul Rahman Muhd. (2014). *Convective Boundary Layer Flow of Viscoelastic Fluid*, Ph.D. Universiti Teknologi Malaysia. Malaysia.
- [8] Yusuf, R., Kironoto, B.A., Rahardjo, A.P. (1997). *Pengukuran dan Prediksi Distribusi Sedimen Suspensi pada Saluran Terbuka*. Jurnal Sipil soepra. Semarang.
- [9] Widodo, B., Sulistyaningtyas, Annisa D., Imron, C. (2015). *Pengaruh Aliran Fluida Viskoelastik yang Melewati Silinder Eeliptik*. Institut teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Surabaya.
- [10] Rumite, W., Widodo, B., Imron, C. (2015). *Aliran Fluida Viskoelastik yang Melewati Permukaan Sebuah Bola dengan Pengaruh Konveksi Bebas*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Surabaya.
- [11] Widodo, B., Anggriani, I., Khalimah, D.A., Zainal, F.D.S., Imron, C. (2016). *Unsteady Boundary Layer Magnetohydrodynamics in Micropolar Fluid Past a Sphere*. Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS), volume 100, number 2, pages 291-299.
- [12] Mohamed, M.K.A., Salleh, M.Z., Hussanan, A., Sarif, N.M., Noar, N.A.Z.M.N., Ishak, A., and Widodo, B. (2016). *Mathematical Model of Free Convection Boundary Layer Flow on Solid Sphere with Viscous Dissipation and Thermal Radiation*. International Journal of Computing Science and Applied Mathematics, Vol. 2, No. 2.
- [13] Mohammad, N.F. (2014), *Unsteady Magnetohydrodynamics Convective Boundary Layer Flow Past A Sphere in Viscous and Micropolar Fluids*. Universiti Teknologi Malaysia. Malaysia.