

# PEMAHAMAN MAHASISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH PEMBUKTIAN PADA KONSEP GRUP BERDASARKAN GAYA KOGNITIF

*Herry Agus Susanto*

Universitas Veteran Bangun Nusantara Sukoharjo

*email : herrysanto\_62@yahoo.co.id*

**Abstracts :** The purpose of the research: (1) to describe understanding of *field-independent* students in problem solving of group concept proof. (2) to describe understanding of *field-dependent* students in problem solving of group concept proof. The research subjects are 4 students, consists of 2 *field-independent* students and 2 *field-dependent* students. The data collecting method are interview and port folio. The research is carried out for one year. Research analysis applies qualitative approach toward the obtained responds. The understanding of the *field-independent* students on solving proof problem: (i) showing related concepts although the concepts are not presented on the test text, (ii) problem solving plan uses definition, (iii) explaining steps in detail from the steps accomplished, (iv) checking is done to the obtained result and the steps accomplished. The understanding of the *field-dependent* student in solving proof problem: (i) showing data on the test text, (ii) accomplishment uses group definition, (iii) problem solving is done in sequence but not in detail, (iv) re-checking is done on the steps accomplished and the result obtained. The detail understanding will be explained in article.

**Key words :** Understanding, Proof Problem Solving, Cognitive Style

**Abstrak:** Tujuan penelitian ini: (1) mendeskripsikan pemahaman mahasiswa field independent dalam pemecahan masalah pembuktian tentang konsep grup, (2) mendeskripsikan pemahaman mahasiswa field dependent dalam pemecahan masalah pembuktian tentang konsep grup.

Subjek penelitian sebanyak 4 mahasiswa, terdiri dari 2 mahasiswa field independent dan 1 mahasiswa field dependent. Metode pengumpulan data melalui wawancara dan lembar tugas. Penelitian dilakukan dalam waktu satu tahun. Analisis penelitian dengan pendekatan kualitatif terhadap respon yang diperoleh. Pemahaman mahasiswa field independent dalam memecahkan masalah pembuktian sebagai berikut: (i) dapat mengungkap konsep yang berkaitan meskipun tidak terdapat pada teks soal, (ii) rencana pemecahan, menggunakan definisi, (iii) menguraikan langkah secara rinci dari tahapan-tahapan yang dilakukan. (iv) Pengecekan dilakukan terhadap hasil yang diperoleh maupun langkah-langkah yang dilakukan. Pemahaman mahasiswa field dependent dalam pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup sebagai berikut: (i) mengungkap data pada teks soal (ii) penyelesaian menggunakan definisi grup, (iii) pemecahan dilakukan secara runtut tetapi kurang terperinci. (iv) pengecekan kembali dilakukan pada langkah yang dilakukan dan hasil yang diperoleh. Pemahaman lebih rinci akan diuraikan dalam artikel.

**Kata Kunci :** Pemahaman, Pemecahan Masalah Pembuktian, Gaya Kognitif

## PENDAHULUAN

Dalam pembelajaran, pemahaman terhadap objek yang dipelajari merupakan hal yang sangat penting dalam rangka pencapaian tujuan pembelajaran. Ini berarti bahwa tanpa pemahaman, dapat terjadi tidak tercapainya tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan. Padahal pencapaian tujuan merupakan muara dari semua kegiatan dalam pembelajaran. Oleh karena itu, pembelajaran

matematika tidak akan terlepas dari pemahaman terhadap objek matematika itu sendiri.

Objek matematika, menurut Bell dibedakan menjadi objek langsung dan objek tidak langsung. Objek langsung yang dimaksud, salah satunya adalah konsep yaitu ide abstrak yang memungkinkan kita dapat mengklasifikasikan atau menggolongkan apakah suatu objek termasuk dalam ide atau bukan ide yang dimaksud (disamping fakta, operasi dan

prinsip). Sedangkan objek tidak langsung merupakan hal yang mengiringi perolehan belajar objek langsung, misalnya pemecahan masalah, kreatifitas.

Objek matematika yang lain adalah pemecahan masalah pembuktian, yang menurut Polya (1981: 156) masalah pembuktian nampak lebih penting pada matematika tingkat perguruan tinggi dibandingkan pada tingkat-tingkat sebelumnya. Pembuktian dalam bidang matematika merupakan suatu hal yang penting. Martin (1989 : 41) menyatakan: konsep pembuktian sangat penting dalam pelajaran matematika). Henderson dalam Martin, mengatakan bahwa pemikiran pembuktian adalah salah satu gagasan penting dari matematika).

Fawcett (dalam Hart, 1986: 2) berpendapat bahwa belajar pembuktian matematika (*mathematical proof*) dapat meningkatkan daya kritis dan reflektif. Selanjutnya beliau berpendapat bahwa ‘pemikiran reflektif perlu ditingkatkan melalui pengalaman dalam menganalisis situasi yang berkaitan pembuktian’.

Baylis (1983: 3) dalam sebuah artikelnya menuliskan bahwa “*Proof is the essence of mathematics.*” Driscoll dalam Hart (1986: 3) berpendapat bahwa pada suatu tingkat pembelajaran, peran pembuktian jelas, pembuktian merupakan alat mendasar untuk memperluas bidang matematika).

Hasil temuan Baylis di atas ternyata lebih memantapkan pendapat Fraleigh (1966: iii) yang menyatakan bahwa rata-rata siswa sama sekali tidak tahu saat didapati dengan sekumpulan latihan yang semua berawal dengan kata buktikan atau tunjukkan).

Temuan Baylis maupun Fraleigh ternyata didukung pula oleh pendapat Clement (1992: 441) bahwa: telah banyak usaha untuk memperbaiki ketrampilan pembuktian para siswa dengan mengajarkan pembuktian formal yang hampir semuanya gagal. Clement juga menyebutkan bahwa (1) kemampuan mahasiswa dalam pembuktian masih kurang, (2) perlu penelitian tentang bagaimana upaya untuk mengembangkan kemampuan tersebut, (3) banyak yang telah mencoba berupaya mengajarkan pembuktian secara formal, tetapi hasilnya belum memuaskan.

Berdasarkan beberapa pendapat tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa masalah pembuktian dalam matematika, khususnya pada tingkat perguruan tinggi merupakan hal yang sangat esensial dan perlu ditingkatkan.

Konsep grup sebagai materi mata kuliah Struktur Aljabar merupakan salah satu materi dengan struktur deduktif aksiomatik yang ketat. Sesuai dengan karakteristik tersebut, topik dalam

mata kuliah Struktur Aljabar banyak materi tentang definisi dan teorema. Ini berarti mahasiswa dituntut harus mampu memahami setiap definisi dan teorema yang dipelajari. Salah satu syarat agar hal tersebut dapat dicapai adalah mahasiswa harus mempunyai kemampuan untuk membuktikan teorema-teorema yang diberikan dan kemampuan membuktikan. Kemampuan harus didukung oleh pemahaman terhadap konsep yang dipelajari.

Pemahaman terhadap definisi serta kemampuan menerapkan definisi tersebut, sangat erat kaitannya dengan kemampuan dalam membuktikan. Pemahaman terhadap definisi serta kemampuan menerapkan definisi tersebut, sangat erat kaitannya dengan kemampuan dalam membuktikan. Ini berarti bahwa apabila mahasiswa memahami suatu definisi dan mahasiswa dapat menerapkan definisi tersebut, ia akan lebih mudah dalam membuktikan permasalahan pembuktian. Pada permasalahan membuktikan, yang sering dinyatakan dalam soal yang berbentuk pembuktian menuntut mahasiswa untuk dapat mengkaitkan antara konsep satu dengan konsep yang lain. Mahasiswa juga dituntut untuk berpikir logis, cermat dan konsepsional.

Pembuktian merupakan salah satu masalah dalam matematika. Seperti yang dinyatakan Polya (1981: 118) masalah dalam matematika dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu masalah untuk menemukan (*problem to find*) dan masalah untuk membuktikan (*problem to prove*). Menurut Polya masalah membuktikan adalah *to decide whether a certain assertion is true or false, to prove it or disprove it.* (artinya : memutuskan apakah pernyataan tertentu itu benar atau salah membuktikannya benar atau membuktikannya salah).

Pemecahan masalah merupakan metoda yang tepat untuk mempelajari dan mengerjakan matematika. Siswa yang terampil dalam memecahkan masalah akan memiliki beberapa keuntungan, diantaranya mengembangkan kemampuan berpikir kritis, memperkuat ketrampilan matematika dan kemampuannya untuk memecahkan masalah. Sementara itu, Pehkonen (1997) membagi menjadi 4 kategori, alasan untuk mengajarkan pemecahan masalah, yaitu: pemecahan masalah mengembangkan keterampilan kognitif secara umum, pemecahan masalah mendorong kreativitas, pemecahan masalah merupakan bagian dari proses aplikasi matematika, dan pemecahan masalah memotivasi peserta didik untuk belajar matematika.

Dengan kemampuan pemecahan masalah yang didapat dari pelajaran matematika, diharapkan peserta

didik dapat membawanya untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-harinya, hal itu diungkap oleh Cooney (dalam Hudojo, 2003) yaitu mengajar peserta didik untuk menyelesaikan masalah-masalah, memungkinkan peserta didik itu menjadi lebih analitis di dalam mengambil keputusan di dalam kehidupannya.

Setiap individu memiliki karakteristik yang khas, yang tidak dimiliki oleh individu lain. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa setiap individu berbeda satu dengan yang lain. Karakteristik yang unik tersebut dikenal sebagai gaya kognitif (*cognitive style*).

Gaya kognitif mempunyai potensi yang besar apabila dimanfaatkan dalam upaya peningkatan keefektifan proses belajar mengajar. Siswa akan mencapai hasil yang optimal apabila belajar sesuai dengan gaya belajar siswa. Gaya kognitif terbagi atas dua bagian, yakni *Field Independent* (FI) dan *Field Dependent* (FD). Masing-masing siswa *field independent* atau *field dependent* mempunyai kelebihan dalam bidangnya. Berdasarkan perbedaan gaya inilah menjadi menarik untuk dapat diungkap pemahaman mahasiswa terhadap konsep grup dari masing-masing kelompok gaya kognitif. Witkin menyatakan bahwa individu yang bersifat analitik adalah individu yang memisahkan lingkungan ke dalam komponen-komponennya, kurang bergantung pada lingkungan atau kurang dipengaruhi oleh lingkungan. Individu ini dikatakan termasuk gaya kognitif *Field Independent* (FI). Sedangkan individu yang bersifat global adalah individu yang memfokuskan pada lingkungan secara keseluruhan, didominasi atau dipengaruhi lingkungan. Individu tersebut dikatakan termasuk gaya kognitif *Field Dependent* (FD).

Agar diketahui pemahaman mahasiswa terhadap pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup, maka perlu dilakukan suatu kajian atau penelitian. Mahasiswa memiliki kepentingan untuk memahami konsep matematika dan masalah pembuktian. Salah satu konsep yang dipelajari adalah grup. Dalam pemecahan masalah pembuktian sangat diperlukan penalaran dan pemahaman mahasiswa dalam mengaitkan antara konsep yang berhubungan dengan permasalahan. Disamping itu, dalam suatu kelas, mahasiswa memiliki karakteristik yang berbeda ditinjau dari gaya kognitifnya. Oleh karena itu, diperlukan informasi dan pengkajian lebih lanjut pemahaman mahasiswa dengan gaya kognitif yang berbeda dalam pemecahan masalah pembuktian.

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut, (1) mendeskripsikan pemahaman mahasiswa *field*

*independent* dalam pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup, (2) mendeskripsikan pemahaman mahasiswa *field dependent* dalam pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup

Manfaat hasil penelitian ini adalah: (1) sebagai pengembangan teori tentang pemahaman berdasarkan gaya kognitif dalam memecahkan masalah pembuktian, (2) sebagai dasar pengembangan model pembelajaran matematika yang memperhatikan gaya kognitif, dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, (3) sebagai bahan pertimbangan untuk merencanakan dan melaksanakan pembelajaran matematika khususnya pemecahan masalah matematika, (4) sebagai bahan pertimbangan untuk pengembangan penelitian yang berkaitan dengan pemahaman berdasarkan gaya kognitif, khususnya penyelesaian masalah pembuktian.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini mengungkap pemahaman mahasiswa dalam pemecahan masalah pembuktian pada materi grup. Dalam penelitian ini yang lebih dipentingkan adalah bagaimana pemahaman mahasiswa dalam pemecahan masalah membuktikan.

Subyek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Universitas Veteran Bangun Nusantara Sukoharjo yang sedang menempuh mata kuliah struktur aljabar I dan telah memperoleh materi grup. Untuk mendapatkan ketercukupan data maka peneliti memilih 2 subyek yang memenuhi syarat minimal pemilihan subyek dari masing-masing gaya kognitif. Sehingga terdapat 4 subyek dalam penelitian, masing-masing 2 subyek memiliki gaya kognitif *field dependent* dan 2 subyek yang memiliki gaya kognitif *field independent*.

Penggolongan mahasiswa ke salah satu tipe gaya kognitif *field independent* atau *field dependent* didasarkan atas skor test GEFT yang diperoleh. Skor tertinggi yang dapat dicapai adalah 18 dan skor terendah 0. Pengelompokan subyek dalam kelompok *field independent* dan *field dependent* berdasarkan pendapat Kepner dan Neimark (John Brenner: 9), yaitu: subyek yang dapat menjawab benar 0-9 digolongkan *field dependent* dan 10-18 digolongkan *field independent*.

Untuk menentukan subyek dalam penelitian ini, dipilih 2 subyek dari masing-masing gaya kognitif. Dalam penelitian ini dipilih ada 4 subyek. Agar perbedaan gaya kognitif dari subyek-subyek itu cukup tajam, maka dipilih subyek yang bergaya kognitif dengan skor GEFT cukup tinggi untuk

kelompok gaya kognitif *field independent* dan bergaya kognitif dengan skor GEFT cukup rendah bagi kelompok gaya kognitif *field dependent*.

Instrumen dalam penelitian ini, dibedakan menjadi dua bagian, yaitu: instrumen utama dan instrumen bantu. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Pada saat pengumpulan data di lapangan, peneliti berperanserta selama proses penelitian dan mengikuti secara aktif kegiatan subyek penelitian yang berhubungan dengan pengumpulan data melalui wawancara. Instrumen bantu dalam penelitian ini terdiri dari 3 macam, yaitu: Instrumen *Group Embedded Figures Test* (GEFT), instrumen soal pemecahan masalah pembuktian dan pedoman wawancara.

Instrumen soal digunakan dalam penelitian ini sebagai instrumen bantu untuk menggali pemahaman dalam pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup. Validasi instrumen oleh tenaga ahli, yang terdiri dari 2 orang tenaga ahli matematika, 2 orang ahli pendidikan matematika dan 1 mahasiswa. Validasi diarahkan kepada kesesuaian instrumen lembar tugas dengan permasalahan, konteks matematika, dan konteks bahasa matematika yang digunakan.

Penilaian terhadap materi dari lembar tugas (soal) yang diberikan menggunakan kriteria sebagai berikut : (1) soal tidak menimbulkan penafsiran ganda, (2) soal dapat diselesaikan, (3) batasan masalahnya jelas, dan (4) rumusan masalahnya menggunakan kalimat tanya atau perintah.

Pedoman wawancara disusun sesuai dengan fokus penelitian yang mencakup pokok-pokok pemecahan masalah pembuktian. Dalam melakukan wawancara digunakan pedoman wawancara atau daftar pertanyaan sebagai pemandu awal. Namun demikian pedoman atau daftar pertanyaan ini tidak baku, artinya dapat berubah sesuai dengan situasi dan kondisi pada saat wawancara..

Pengumpulan data menggunakan metode wawancara berdasar tugas yang dilakukan oleh peneliti sebagai instrumen utama. Wawancara dilakukan untuk menggali pemahaman subyek tentang pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup. Pemecahan masalah menggunakan empat langkah Polya, yaitu: memahami masalah, rencana pemecahan, melaksanakan rencana pemecahan, dan mengecek kembali.

Keabsahan data penelitian, peneliti melakukan langkah-langkah sebagai berikut : (1) Melakukan triangulasi, yaitu menggunakan beberapa sumber data yaitu, wawancara, hasil pekerjaan. Dengan cara demikian diharapkan keseluruhan data

saling menguatkan dan menunjukkan adanya ketetapan terhadap pemahaman pemecahan masalah pembuktian, (2) Membuat catatan terperinci dari setiap tahapan penelitian dan dokumentasi yang lengkap. Secara berkala peneliti melakukan refleksi mengenai pemikiran-pemikiran yang muncul dan tindakan-tindakan yang telah dilakukan, (3) Melakukan pentranskripan segera setelah melakukan pengambilan data. Hal ini dilakukan agar unsur-unsur subyektivitas peneliti tidak ikut mengintervensi data penelitian, (4) Melakukan pengecekan berulang kali terhadap rekaman suara, lembar jawaban dan transkrip wawancara agar diperoleh hasil yang sah.

Pada penelitian ini, uji kredibilitas atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian dilakukan dengan triangulasi waktu, yaitu menggunakan pengulangan wawancara dan hasil pekerjaan untuk mencari kesesuaian data yang bersumber dari masalah yang setara. Waktu yang pelaksanaan penelitian adalah selama satu tahun.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pembahasan pemahaman pemecahan masalah pembuktian, menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah Polya yaitu: memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah pembuktian, melaksanakan rencana penyelesaian dan memeriksa kembali proses dan hasil pemecahan masalah membuktikan.

Pembahasan pemahaman pemecahan masalah pembuktian terdiri atas dua bagian yaitu pembahasan pemahaman pemecahan masalah pembuktian bagi subyek yang memiliki gaya kognitif *field independent* dan pembahasan pemahaman pemecahan masalah pembuktian bagi subyek yang memiliki gaya kognitif *field dependent*. Untuk memberikan gambaran hasil penelitian, di bawah ini dipaparkan pemahaman dari masing-masing subyek.

### Pemahaman pemecahan masalah pembuktian bagi subyek *field independent* (SIFI).

Pembahasan pemecahan masalah pembuktian menggunakan langkah pemecahan masalah Polya yaitu: *tahap pertama* memahami masalah, *tahap kedua* merencanakan penyelesaian masalah pembuktian, dan *tahap ketiga* melaksanakan rencana penyelesaian dan *tahap keempat* memeriksa kembali proses dan hasil pemecahan masalah membuktikan.

Memahami masalah dalam penelitian ini

merupakan langkah pemecahan masalah berdasarkan langkah Polya yang meliputi beberapa aspek yaitu: data atau informasi yang diketahui dalam tugas, apa yang ditanyakan, kecukupan syarat yang diberikan dan pengetahuan matematika yang diperlukan untuk membuktikan.

Pemahaman subyek tentang “data atau informasi yang diketahui” pada masalah ke-1, meliputi: himpunan A, bilangan, bilangan bulat, himpunan bilangan bulat, operasi, penjumlahan dan grup. Demikian juga pada masalah ke-2 yaitu pengetahuan tentang himpunan B, bilangan rasional, bilangan rasional selain 1, himpunan bilangan rasional selain 1, operasi penjumlahan, perkalian, selisih, operasi  $\bullet$  (dot) yang didefinisikan dengan  $x + y - xy$  dan grup. Pada masalah ke-3 disebutkan pula himpunan R, himpunan F yang didefinisikan, bilangan, bilangan real, himpunan bilangan real, pasangan berurutan  $(a,b)$ , persyaratan  $a \neq 0$ , operasi dot yang didefinisikan,  $(a,b) = (c,d)$  dan keanggotaan himpunan.

Berdasarkan uraian di atas, pemahaman subjek dalam memahami masalah, terdapat tujuh respon, yaitu himpunan A, bilangan, bilangan bulat, himpunan bilangan bulat, operasi, penjumlahan dan grup. Namun dari ketujuh respon tersebut, ada beberapa respon yang tidak dominan (pokok) terhadap permasalahan. Respon yang tidak pokok misalnya bilangan, bilangan bulat dan himpunan A. Ketika subyek menerima informasi berupa tugas atau soal, tampak bahwa ada kesesuaian antara struktur pengetahuan yang dimiliki dengan informasi tersebut. Informasi, data dan fakta telah diasimilasi dengan skema yang ada.

Memahami masalah tidak hanya mengetahui yang ditanyakan dan diketahui saja, melainkan juga informasi atau data apa saja yang ada pada soal. Hal ini sesuai dengan pendapat Polya berkaitan dengan pemecahan masalah yaitu pemahaman apa yang diketahui, apa yang tersedia, apakah data serta kondisi yang tersedia mencukupi untuk menentukan apa yang ingin didapatkan. Itu berarti bahwa data atau informasi yang ada pada permasalahan juga harus dipahami. Selain mengetahui apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, subyek juga mengetahui data atau informasi yang ada pada tugas. Subyek telah menunjukkan data atau informasi yang dimaksud yaitu data himpunan A, bilangan, bilangan bulat, himpunan bilangan bulat, operasi, penjumlahan dan grup

Individu yang memiliki gaya kognitif *filed independent* mampu memisahkan elemen-elemen

dari konteksnya. Individu ini cenderung analitik dan cenderung menggunakan pendekatan pemecahan masalah dengan cara yang lebih bersifat analitik. Hal ini juga ditunjukkan oleh respon S1FI ketika menerima informasi. Subjek dapat menguraikan dan menunjukkan data atau informasi atau pengetahuan yang tidak tertulis dalam tugas atau soal, tetapi pengetahuan tersebut diperlukan dalam pemecahan masalah. Misalnya pada soal-1, subjek hanya menyebutkan himpunan A, bilangan, bilangan bulat, himpunan bilangan bulat, operasi, penjumlahan dan grup. Pada soal-2, subjek menguraikan operasi dot yang didefinisikan dengan  $x + y - xy$ , dirinci menjadi operasi dot itu sendiri, operasi penjumlahan, operasi pengurangan dan operasi perkalian. Operasi penjumlahan ditunjukkan oleh  $x + y$ , operasi pengurangan ditunjukkan oleh  $y - xy$  dan operasi perkalian ditunjukkan oleh  $xy$ .

Berdasarkan data atau informasi yang diungkapkan oleh subyek, berarti pemahaman terhadap memahami masalah lebih baik. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan oleh Hibert dan Carpenter bahwa tingkat pemahaman ditentukan oleh banyaknya hubungan antara objek yang diamati dengan skema yang ada. Demikian juga seperti yang diungkapkan oleh Sierpinska yang menyatakan bahwa pemahaman merupakan pengalaman mental yang menghubungkan antara objek satu dengan objek lainnya. Objek yang dimaksudnya adalah isi yang ada pada tugas atau soal, sedangkan objek lainnya adalah skema yang ada pada diri subyek.

Pada langkah kedua yaitu rencana pemecahan masalah. Rencana pemecahan masalah yang akan dilakukan adalah dengan menggunakan definisi grup. Aspek yang diungkap dalam rencana pemecahan masalah meliputi: cara yang akan digunakan untuk membuktikan, konsep apa saja yang akan digunakan untuk membuktikan, tugas lain yang serupa, langkah-langkah apa saja yang akan dilakukan dalam memecahkan masalah.

Cara yang digunakan dalam pemecahan masalah pembuktian dari ketiga tugas yang diberikan semuanya diselesaikan dengan menggunakan definisi grup. Secara terperinci subyek akan memecahkan masalah membuktikan soal tersebut adalah dengan menggunakan definisi grup yang memenuhi 4 aksioma yaitu sifat tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers. Subyek dapat memisahkan elemen-elemen secara terpisah. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Witkin dan Goodenough bahwa individu yang *field independent* dengan mudah dapat memisahkan

item dari konteksnya. Individu yang *field independent* lebih bersifat analitis, mereka dapat memilih stimulus berdasarkan situasi. Prosedur dalam pembuktian sudah merupakan bagian jaringan internal. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Hiebert dan Carpenter yang menyatakan bahwa ide, fakta dan prosedur dipahami jika merupakan bagian dari jaringan internal.

Konsep yang akan digunakan dalam pemecahan masalah pembuktian meliputi operasi tertutup, asosiatif, elemen identitas, elemen invers untuk soal ke-1. Pada soal ke-2, konsep yang digunakan dalam membuktikan meliputi sifat operasi tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers. Sedangkan pada soal ke-3, beberapa konsep yang digunakan dalam pemecahan masalah meliputi himpunan, sifat operasi tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas serta invers dari suatu elemen pada himpunan yang dimaksud.

Selanjutnya dalam melaksanakan rencana pemecahan masalah pembuktian, subyek melakukannya cenderung lancar dan terperinci. Hal ini disebabkan subyek telah memiliki pengetahuan tentang konsep atau pengetahuan yang diperlukan dalam pembuktian. Dalam memecahkan masalah dengan menggunakan definisi, subyek menguraikan secara terperinci 4 aksioma yaitu sifat tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers. Dalam menunjukkan adanya elemen identitas, subyek menunjukkan dengan elemen identitas kiri dan elemen identitas kanan. Karena elemen identitas kiri sama dengan elemen identitas kanan, maka elemen tersebut merupakan elemen identitas. Demikian juga invers dari setiap elemen. Subyek menunjukkan adanya elemen invers kiri dan invers kanan. Karena invers kiri sama dengan invers kanan, maka elemen tersebut merupakan elemen invers.

Dari jawaban subyek, tampak bahwa pengetahuan yang akan digunakan dalam pembuktian sudah merupakan bagian jaringan internal. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Hiebert dan Carpenter yang menyatakan bahwa ide, fakta dan prosedur dipahami jika merupakan bagian dari jaringan internal. Oleh karena itu pemahaman tentang melaksanakan rencana pemecahan masalah termasuk baik. Subyek juga dapat memilah dan memerinci bagian demi bagian, misalnya invers kiri dan invers kanan. Ini sesuai dengan pendapat Witkin dan Goodenough bahwa individu yang *field independent* dengan mudah dapat memisahkan item dari konteksnya. Individu yang *field independent*

lebih bersifat analitis, mereka dapat memilih stimulus berdasarkan situasi.

Pengecekan kembali hasil dan proses pemecahan masalah pembuktian, belum dilaksanakan secara lengkap, ini menunjukkan bahwa pemahaman dalam pengecekan kembali masih rendah. Pengecekan kembali yang dilakukan hanya pada langkah sifat tertutup dan asosiatif pada masalah ke-1 dan 2. Pada masalah ke-3 hanya sifat tertutup yang dicek. Cara mengeceknya, misal sifat tertutup dengan mengambil beberapa contoh bilangan misalnya 2 dan 3 menjadi  $2 + 3 = 5$  merupakan anggota A jadi operasi penjumlahan bilangan bulat bersifat tertutup. Pengecekan pada masalah ke-2, subyek mengambil beberapa contoh bilangan misalnya 4 dan 5 menjadi  $4 \bullet 5 = 4 + 5 - 4.5 = -11$  merupakan anggota B jadi B tertutup. Untuk sifat asosiatif, diambil 3 elemen, misalnya 3, 4 dan 5. Dari 3 elemen ini dioperasikan dengan operasi dot. Apakah  $3 \bullet (4 \bullet 5) = (3 \bullet 4) \bullet 5$ . Setelah dicari hasilnya sama. Maka bersifat asosiatif. Pengecekan sifat tertutup pada masalah ke-3, subyek mengambil 2 elemen yaitu (2,3) dan (4,5) sehingga didapat  $(2,3) \bullet (4,5) = (2.4, 2.5+3) = (8,13)$  ini anggota F, jadi operasi dot bersifat tertutup.

Meskipun pengecekan kembali belum dilakukan secara lengkap, namun pada akhir pekerjaan, subyek dapat menyimpulkan bahwa yang dibuktikan adalah grup. Ini ditunjukkan dengan memenuhinya keempat aksioma grup, yaitu masing-masing sifat tertutup, asosiatif, elemen identitas dan invers suatu elemen. Subyek juga tidak mengecek persyaratan bahwa himpunannya adalah bukan himpunan kosong. Ini tidak hanya dilakukan oleh subyek *field independent*, tetapi juga subyek *field dependent*.

### **Pemahaman pemecahan masalah pembuktian bagi subyek *field dependent* (S2FD).**

Pembahasan pemecahan masalah pembuktian menggunakan langkah pemecahan masalah Polya yaitu: *tahap pertama* memahami masalah, *tahap kedua* merencanakan penyelesaian masalah pembuktian, dan *tahap ketiga* melaksanakan rencana penyelesaian dan *tahap keempat* memeriksa kembali proses dan hasil pemecahan masalah membuktikan.

Memahami masalah dalam penelitian ini merupakan langkah pemecahan masalah berdasarkan langkah Polya yang meliputi: data atau informasi yang diketahui dalam tugas, apa yang ditanyakan, kecukupan syarat yang diberikan dan pengetahuan matematika yang diperlukan untuk membuktikan.

Hasil pemahaman subyek terhadap memahami

masalah sebagai berikut: data atau informasi yang diketahui pada masalah ke-1, subyek dapat menunjukkan data tentang himpunan bilangan bulat, operasi penjumlahan. Demikian juga pada masalah ke-2 yaitu pengetahuan tentang himpunan B himpunan bilangan rasional, operasi dot atau titik hitam itu. Pada masalah ke-3 disebutkan pula bilangan real, R himpunan bilangan real, himpunan pasangan berurutan, operasi dot.

Berdasarkan uraian di atas, berarti pemahaman subyek dalam memahami masalah, memiliki kekuatan yang kurang sempurna. Hal ini ditunjukkan dengan respon yang diberikan oleh subyek berdasarkan aspek yang diungkap. Ketika subyek menerima informasi berupa tugas atau soal, tampak bahwa struktur pengetahuan yang dimiliki, ada kesesuaian dengan informasi tersebut, namun pengetahuan yang dimilikinya masih terbatas seperti yang tertulis pada tugas/soal. Informasi, data dan fakta telah diasimilasi dengan skema yang ada. Hal ini sesuai dengan pendapat Skemp yang mengatakan bahwa memahami sesuatu idea atau konsep berarti mengasimilasikannya dengan suatu skema yang cocok.

Memahami masalah tidak hanya mengetahui yang ditanyakan dan diketahui saja, melainkan juga informasi atau data apa saja yang ada pada soal. Hal ini sesuai dengan pendapat Polya berkaitan dengan pemecahan masalah yaitu pemahaman apa yang diketahui, apa yang tersedia, apakah data serta kondisi yang tersedia mencukupi untuk menentukan apa yang ingin didapatkan. Apa datanya? (*What are the data?*). Itu berarti bahwa data atau informasi yang ada pada permasalahan juga harus dipahami. Selain mengetahui apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, subyek juga mengetahui data atau informasi yang ada pada tugas. Subyek telah menunjukkan data atau informasi yang dimaksud yaitu *himpunan bilangan bulat, operasi penjumlahan*

Witkin dan Goodenough menyatakan bahwa, individu yang memiliki gaya kognitif *field dependent* kurang mampu memisahkan elemen-elemen dari konteksnya. Individu ini dalam menanggapi sesuatu stimulus mempunyai kecenderungan menggunakan isyarat lingkungan sebagai dasar dalam persepsinya dan cenderung memandang suatu pola sebagai suatu keseluruhan, tidak memisahkan bagian-bagiannya. Hal ini juga ditunjukkan oleh respon SIFI ketika menerima informasi. Subyek hanya dapat menunjukkan data atau informasi atau pengetahuan yang tertulis dalam tugas atau soal. Misalnya Pada soal ke-1, subyek dapat menunjukkan data tentang

himpunan bilangan bulat, operasi penjumlahan. Demikian juga pada soal ke-2 yaitu pengetahuan tentang himpunan B himpunan bilangan rasional, operasi dot atau titik hitam itu. Pada soal ke-3 disebutkan pula bilangan real, R himpunan bilangan real, himpunan pasangan berurutan, operasi dot.

Berdasarkan data atau informasi yang diungkapkan oleh subyek, berarti pemahaman terhadap memahami masalah kurang sempurna. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan oleh Hibert dan Carpenter bahwa tingkat pemahaman ditentukan oleh banyaknya hubungan antara objek yang diamati dengan skema yang ada. Demikian juga seperti yang diungkapkan oleh Sierpinski yang menyatakan bahwa pemahaman merupakan pengalaman mental yang menghubungkan antara objek satu dengan objek lainnya. Objek yang dimaksudnya adalah isi yang ada pada tugas atau soal, sedangkan objek lainnya adalah skema yang ada pada diri subyek.

Pada langkah kedua yaitu rencana pemecahan masalah. Rencana pemecahan masalah yang akan dilakukan adalah dengan menggunakan definisi grup. Aspek yang diungkap dalam rencana pemecahan masalah meliputi: cara yang akan digunakan untuk membuktikan, konsep apa saja yang akan digunakan untuk membuktikan, tugas lain yang serupa, langkah-langkah apa saja yang akan dilakukan dalam memecahkan masalah.

Cara yang digunakan dalam pemecahan masalah pembuktian dari ketiga tugas yang diberikan semuanya diselesaikan dengan menggunakan definisi grup. Secara terperinci subyek akan memecahkan masalah membuktikan soal tersebut adalah dengan menggunakan definisi grup yang memenuhi 4 aksioma yaitu sifat tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers.

Berbeda dengan subyek *field independent*, subyek *field dependent* tidak merencanakan secara terperinci tentang elemen identitas dan invers suatu elemen. Subyek hanya menyebut elemen identitas dan invers saja. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Witkin dan Goodenough bahwa individu yang *field dependent* tidak mudah dapat memisahkan item dari konteksnya. Individu yang *field dependent* dalam menanggapi sesuatu stimulus mempunyai kecenderungan menggunakan isyarat lingkungan sebagai dasar dalam persepsinya dan cenderung memandang suatu pola sebagai suatu keseluruhan, tidak memisahkan bagian-bagiannya. Prosedur yang akan digunakan dalam pembuktian sudah merupakan bagian jaringan internal pada diri subyek. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan

oleh Hiebert dan Carpenter yang menyatakan bahwa ide, fakta dan prosedur dipahami jika merupakan bagian dari jaringan internal.

Konsep yang akan digunakan dalam pemecahan masalah pembuktian meliputi sifat tertutup, asosiatif, identitas dan invers untuk soal ke-1. Pada soal ke-2, konsep yang digunakan dalam membuktikan meliputi sifat ketertutupan, kedua asosiatif, ketiga elemen identitas dan keempat setiap elemen mempunyai invers. Sedangkan pada soal ke-3, beberapa konsep yang digunakan dalam pemecahan masalah meliputi sifat tertutup, asosiatif, elemen identitas dan invers

Selanjutnya dalam melaksanakan rencana pemecahan masalah pembuktian, subyek cenderung kurang terperinci. Hal ini disebabkan subyek kurang memiliki pengetahuan tentang konsep atau pengetahuan yang diperlukan dalam pembuktian. Dalam memecahkan masalah dengan menggunakan definisi, subyek menguraikan secara terperinci 4 aksioma yaitu sifat tertutup, sifat asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers.

Dari jawaban subyek, tampak bahwa pengetahuan yang akan digunakan dalam pembuktian sudah merupakan bagian jaringan internal. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Hiebert dan Carpenter yang menyatakan bahwa ide, fakta dan prosedur dipahami jika merupakan bagian dari jaringan internal. Oleh karena itu pemahaman tentang melaksanakan rencana pemecahan masalah termasuk kurang baik. Subyek juga tidak dapat memilah dan memerinci bagian demi bagian, misalnya invers kiri dan invers kanan. Ini sesuai dengan pendapat Witkin dan Goodenough bahwa individu yang field dependent dengan tidak mudah memisahkan item dari konteksnya. Individu yang field dependent Individu yang field dependent dalam menanggapi sesuatu stimulus mempunyai kecenderungan menggunakan isyarat lingkungan sebagai dasar dalam persepsinya dan cenderung memandang suatu pola sebagai suatu keseluruhan, tidak memisahkan bagian-bagiannya.

Pengecekan kembali terhadap hasil dan proses pemecahan masalah pembuktian, belum dilaksanakan secara lengkap, ini menunjukkan bahwa pemahaman dalam pengecekan kembali masih rendah. Pengecekan kembali yang dilakukan hanya pada langkah sifat tertutup pada masalah ke-1 dan 2. Pada masalah ke-3 hanya sifat tertutup yang dicek. Cara mengeceknya, misal sifat tertutup dengan mengambil beberapa contoh bilangan misalnya 2 dan 3 menjadi  $2 + 3 = 5$  merupakan anggota A jadi operasi penjumlahan bilangan bulat bersifat tertutup. Pengecekan pada masalah ke-2, subyek

mengambil beberapa contoh bilangan misalnya untuk sifat tertutup ambil 2,3 anggota B maka  $2 \bullet 3 = 2 + 3 - 2.3 = 5 - 6 = -1$  anggota B, jadi operasi dot bersifat tertutup. Pengecekan sifat tertutup pada masalah ke-3, subyek mengambil 2 elemen yaitu ambil (1,2), (3,4) anggota F maka  $(1,2) \bullet (3,4) = (1.3, 1.4+2) = (3, 6)$  anggota F jadi terpenuhi sifat tertutup.

Meskipun pengecekan kembali belum dilakukan secara lengkap, namun pada akhir pekerjaan, subyek dapat menyimpulkan bahwa yang dibuktikan adalah grup. Ini ditunjukkan dengan memenuhinya keempat aksioma grup, yaitu masing-masing sifat tertutup, asosiatif, elemen identitas dan invers suatu elemen. Subyek juga tidak mengecek persyaratan bahwa himpunannya adalah bukan himpunan kosong. Ini tidak hanya dilakukan oleh subyek field dependent, tetapi juga subyek field independent.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan hasil penelitian masing-masing subjek, terdapat beberapa kesimpulan yang diperoleh. Dari kajian pemahaman dalam pemecahan masalah pembuktian dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Pemahaman mahasiswa *field independent* dalam memecahkan masalah pembuktian pada konsep grup sebagai berikut: (i) dalam memahami masalah, mahasiswa *field independent* menyebutkan beberapa kriteria dalam memahami masalah yang terdiri dari: menentukan data apa yang diketahui, dibuktikan, menentukan apa yang dibuktikan, konsep-konsep yang berkaitan dengan permasalahan dapat diungkap meskipun tidak menjadi pokok permasalahan, (ii) dalam rencana pemecahan, pertama menentukan rencana yang akan dilaksanakan menggunakan definisi. Kedua, menentukan syarat yang diperlukan yaitu memenuhi 4 aksioma yang terdiri dari sifat tertutup, asosiatif, elemen identitas dan setiap elemen memiliki invers. (iii) dalam melaksanakan penyelesaian, subjek melaksanakan sesuai indikator penyelesaian secara lengkap, yaitu dalam melaksanakan rencana pembuktian secara runtut dan secara rinci. Dapat menjawab dengan langkah secara benar dan lancar. Selain langkah-langkah yang benar, subjek juga dapat memberikan penjelasan secara rinci dari tahapan-tahapan yang dilakukan. (iv) pengecekan kembali dilakukan dengan menjelaskan langkah dan alasannya. Pengecekan dilakukan terhadap

hasil yang diperoleh maupun langkah-langkah yang dilakukan. Terdapat beberapa langkah pengerjaan, tidak dilakukan pengecekan, misalnya tidak dilakukan pengecekan terhadap elemen identitas yang ditemukan. Invers suatu elemen juga belum dicek, apakah hasil yang diperoleh itu sudah benar atau belum. Demikian juga pada hasil yang didapat, belum seluruhnya dilakukan pengecekan.

2. Pemahaman mahasiswa *field dependent* dalam pemecahan masalah pembuktian pada konsep grup sebagai berikut: (i) dalam memahami masalah, subjek *field dependent* dapat menyebutkan beberapa kriteria dalam memahami masalah yang terdiri dari: menentukan data apa yang diketahui, menentukan apa yang dibuktikan, (ii) dalam merencanakan penyelesaian, subjek memilih strategi yang akan digunakan dengan menggunakan definisi grup, (iii) dalam melaksanakan penyelesaian, subjek melaksanakan hanya beberapa indikator penyelesaian secara lengkap, yaitu dalam melaksanakan rencana pemecahan dilakukan secara runtut namun kurang terperinci. Ini sesuai dengan individu yang *field dependent* tidak mudah memisahkan item dari konteksnya. Individu yang *field dependent* dalam menanggapi sesuatu stimulus mempunyai kecenderungan menggunakan isyarat lingkungan sebagai dasar dalam persepsinya dan cenderung memandang suatu pola sebagai suatu keseluruhan, tidak memisahkan bagian-bagiannya. (iv) pengecekan kembali dilakukan pada langkah yang dilakukan dan hasil yang diperoleh. Pengecekan hasil hanya dilakukan pada sifat ketertutupan. Pada akhir pekerjaan, subjek dapat menyimpulkan hasil pekerjaannya.
3. Berdasarkan paparan data, analisis data dan pembahasan, ditemukan hal-hal yang berkaitan dengan pertanyaan penelitian sebagai berikut: (i) Setelah mengkaji pemahaman pemecahan masalah pembuktian, ada perbedaan pemahaman antara mahasiswa kelompok *field independent* dan *field dependent*. Perbedaan tersebut terdapat pada langkah pertama, yaitu memahami masalah, dan pada langkah ketiga, yaitu pelaksanaan rencana pemecahan masalah, (ii) Kedua subjek, dalam memecahkan masalah pembuktian, menggunakan satu cara yaitu pembuktian dengan definisi yang memenuhi 4 aksioma yaitu sifat tertutup, asosiatif, adanya elemen identitas dan setiap elemen memiliki

invers. Padahal dalam wawancara S1FI maupun S2FD mengetahui ada cara lain yang dapat digunakan, tetapi tidak mengetahui cara yang bagaimana dapat digunakan, (iii) Pemahaman terhadap ketiga jenis soal, tidak ada perbedaan dalam penangkapan isinya, baik ditinjau himpunan maupun operasinya. Untuk jenis soal, pada soal ke-3 yaitu soal dengan himpunan dan operasi yang didefinisikan memerlukan waktu yang relatif lebih lama dalam memecahkan jika dibandingkan dengan soal ke-1 dan ke-2.

Berdasarkan kesimpulan, dapat disarankan sebagai berikut:

1. Dalam mengajar matematika, dosen hendaknya menekankan tahap-tahap pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya, yaitu memahami masalah, menyusun rencana pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah dan mengecek kembali langkah dan hasil pemecahan masalah.
2. Dalam mengajar matematika, dosen sebaiknya memperhatikan gaya kognitif mahasiswanya dengan jalan mendesain pembelajaran yang mempertimbangkan gaya kognitif mahasiswa.
3. Kepada para dosen pada program studi pendidikan matematika, hendaknya menggunakan hasil penelitian ini untuk kajian dalam pembelajaran. Kajian pembelajaran tidak terbatas hanya pada pemahaman masalah pembuktian.
4. Kepada para dosen dapat mengembangkan penelitian lanjutan, misalnya tentang pembentukan atau konstruksi konsep.

## DAFTAR PUSTAKA

- Baylis, John, 1983. Proof—the essence of mathematics. *Intenational Journal of Mathematics Education and Science Technology*. Volume 14
- Boverman, DM, 1960. Dimension of Cognitive Style. *Journal of Personality*. Vol. 28. 165-185.
- Clements, DH. 1992. *Geometry and Spatial Reasoning. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York
- Coop, R.H & White Kinnard, 1974. *Psychological Concept in the Calssroom*. New York: Harper & Row Publisher.
- Fraleight J.B, 1966. *A First Course in Abstract Algebra*. Mass: Addison-Wesley Publishing Company
- Hart, E.W. 1986. *An Exploratory Study of The Proof Writing Performance of Collegge Students In Elementary Grup Theory*. The University of Iowa.

- Herman Hudoyo, 2003. *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P, (1992). *Learning and Teaching with Understanding*. In D. Grouws, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65–97). New York: MacMillan
- Marpaung, Y. 1987. *Sumbangan Pikiran Terhadap Pendidikan Matematika Dan Fisika*. Yogyakarta: Pusat penelitian Pendidikan Matematika USD.
- Martin, Gary. 1989. Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 20 No.1 New York
- Polya, George. 1981. *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, Combined Edition. New York : John Willey & Sons, Inc.