

Pemodelan Inversi Gravitasi 4d Injeksi Gas Pada Reservoir Minyak

Muhammad Zuhdi¹, Ari Setiawan²

1. Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Mataram
2. Program Studi Geoisika Universitas Gadjah Mada Yogyakarta
Email : zuhdiunram@gmail.com

Abstract – Injeksi fluida pada reservoir minyak dapat meningkatkan produksi minyak. Injeksi ini perlu diidentifikasi agar tidak merugikan. Salah satu upaya identifikasi injeksi fluida pada reservoir minyak adalah pemantauan dengan mikro gravitasi 4D. Injeksi gas berupa uap air (steam) pada reservoir melalui sumur minyak dapat meningkatkan produksi di sumur-sumur sekitarnya, dengan asumsi gas akan mendorong minyak menuju sumur produksi. Injeksi ini memerlukan identifikasi gerak fluida agar efeknya tidak merugikan. Geometri fluida injeksi pada titik sumur minyak dapat didekati dengan bentuk bola (sphere), sedangkan pergerakan fluida dengan arah tertentu dapat di dekati dengan bentuk silinder. Program inversi dengan matlab telah dibuat untuk kepentingan tersebut. Hasil inversi menunjukkan dapat ditentukannya pusat bola dan silinder, jari-jari bola maupun silinder serta panjang silinder dari kedua model tersebut.

Keywords: Pemodelan, inversi, injeksi gas, reservoir.

PENDAHULUAN

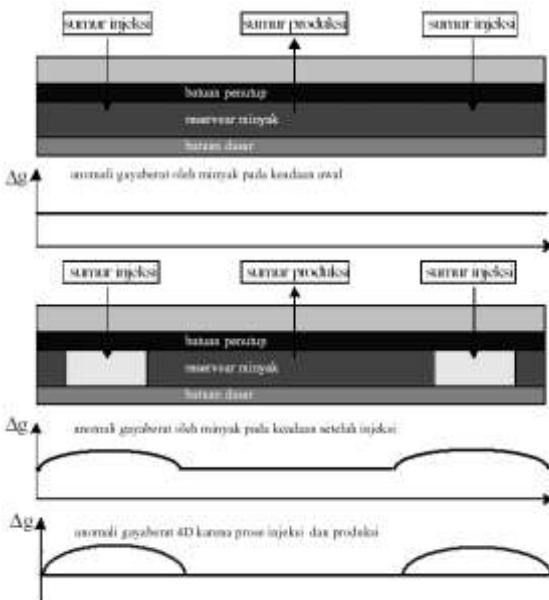
Kebutuhan minyak dunia selalu meningkat dari waktu ke waktu, sementara ketersediaan minyak semakin menipis. Upaya untuk mencukupi kebutuhan minyak dilakukan dengan cara eksplorasi sumber minyak baru dan optimalisasi reservoir minyak yang telah berproduksi. Salah satu cara untuk meningkatkan produksi adalah dengan menginjeksi fluida ke dalam reservoir. Fluida ini akan bergerak menjauhi sumur injeksi dan mendorong minyak menuju sumur produksi. [1]

Injeksi fluida dapat merugikan apabila fluida langsung bergerak menuju sumur produksi sehingga produksi akan terhenti. Untuk mencegah hal tersebut perlu dilakukan upaya identifikasi injeksi fluida pada reservoir melalui pemantauan dengan metoda geofisika mikro gravitasi 4D. [2]

Injeksi gas berupa uap air pada reservoir melalui sumur minyak dapat meningkatkan produksi di sumur-sumur sekitarnya, dengan asumsi gas akan mendorong minyak menuju sumur produksi dengan arah radial dan jejari seragam. Dorongan ini akan menghasilkan akumulasi minyak di sumur produksi. Adakalanya fluida injeksi langsung bergerak menuju sumur

produksi yang mengakibatkan produksi terhenti total karena fluida yang terhisap oleh sumur produksi adalah fluida injeksi tersebut. Untuk mencegah hal ini perlu dilakukan identifikasi gerak fluida. Geometri fluida yang diharapkan di sekitar sumur injeksi adalah bentuk bola (sphere), jika bentuk ini teridentifikasi maka injeksi berjalan aman. Fluida yang bergerak langsung ke arah tertentu menuju sumur produksi dapat di dekati dengan bentuk silinder, jika bentuk ini terdeteksi maka injeksi harus segera di hentikan.

Anomali gravitasi 4D akibat injeksi dengan selisih densitas positif ditunjukkan oleh gambar 1. Selisih densitas positif artinya fluida injeksi memiliki densitas lebih besar dari fluida pengisi reservoir. Pada penelitian ini selisih densitasnya bernilai negatif karena fluida injeksi berupa gas.

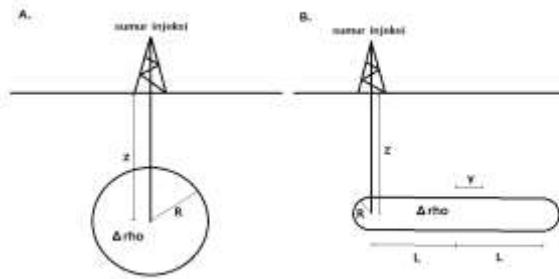


Gambar 1. Respon gravitasi 4D akibat injeksi fluida pada reservoir (Minardi,2002)

Program inversi dengan matlab telah dibuat untuk kepentingan identifikasi tersebut. Hasil inversi yang berupa geometri bola dan geometri silinder horizontal menunjukkan dapat ditentukannya pusat bola dan silinder, jari-jari bola dan silinder dari model serta panjang silinder horizontal dari model tersebut.

Injeksi gas yang sesuai dengan harapan adalah berbentuk bola sebagaimana tampak pada gambar 2.a. sedangkan injeksi gas yang langsung menuju sumur

injeksi adalah berbentuk silinder sebagaimana tampak pada gambar 2.b. Kedalaman injeksi sebesar z, jari-jari bola maupun silinder sebesar R, selisih densitas adalah $\Delta\rho$. Pada gambar 2.A sumbu x sejajar bidang gambar. Pada gambar 2.B sumbu x tegak lurus bidang gambar, sumbu y sejajar gambar dengan pusat silinder pada $y = 0$. Panjang silinder total adalah $2L$.



Gambar 2. Injeksi gas pada reservoir **A.** berbentuk bola. **B.** berbentuk silinder

TINJAUAN PUSTAKA

Injeksi fluida berupa gas (uap air/steam) yang di injeksian pada reservoir melalui sumur minyak dapat di anggap memiliki bentuk geometri bola (sphere). Respon nilai gravitasi di permukaan akibat anomali bentuk bola ini dapat di tuliskan sebagai [3]:

$$g = 4\pi G \Delta\rho R^3 / 3(x^2 + z^2)^{3/2} \quad (1)$$

sehingga nilai gravitasi maksimum nya:

$$g = 4\pi G \Delta\rho R^3 / 3z^{3/2} \quad (2)$$

G adalah tetapan gravitasi Newton, $\Delta\rho$ adalah selisih densitas sebelum dan sesudah injeksi, R adalah jari-jari bola, x adalah jarak horizontal titik pengukuran serta z adalah kedalaman pusat injeksi. Detil keterangan dapat dilihat pada gambar 2.A.

Nilai gravitasi maksimum terjadi pada $x = 0$ atau tepat di atas pusat bola.

Injeksi fluida berupa gas (uap air/steam) bergerak langsung menuju sumur produksi dapat di anggap memiliki bentuk geometri silinder horizontal dengan sumbu silinder sejajar dengan arah pergerakan fluida. Respon nilai gravitasi di permukaan akibat anomali bentuk silinder horizontal ini dapat di tuliskan sebagai [3]:

$$g = \frac{G\pi R^2 \Delta\rho}{z(1 + \frac{x^2}{z^2})} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{x^2 + z^2}{(y+L)^2}\right)^{1/2}} - \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2 + z^2}{(y-L)^2}\right)^{1/2}} \right] \quad (3)$$

sehingga nilai gravitasi maksimumnya akan terjadi di atas sumbu silinder dengan nilai:

$$g = \frac{G\pi R^2 \Delta\rho}{z} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{z^2}{(y+L)^2}\right)^{1/2}} - \frac{1}{\left(1 + \frac{z^2}{(y-L)^2}\right)^{1/2}} \right] \quad (4)$$

G adalah tetapan gravitasi Newton, $\Delta\rho$ adalah selisih densitas sebelum dan sesudah injeksi, R adalah jari-jari silinder, x adalah jarak horizontal titik pengukuran diukur dari pusat silinder, y adalah jarak pusat pengukuran dari pusat silinder serta z adalah kedalaman pusat injeksi. Gambar 2.B menunjukkan nilai besaran tersebut.

METODE PENELITIAN

Teori inverse dapat dikatakan sebagai seni untuk mendapatkan berbagai parameter fisis dengan bekal pengetahuan yang cukup tentang pemodelan kedepan (forward modeling)[4].

Hubungan antara data hasil observasi dengan model dapat dituliskan sebagai:

$$d = g(m) \quad (5)$$

dengan d adalah data observasi, m adalah parameter model dan g adalah fungsi forward yang merupakan fungsi prediksi dari model.

Jika data hasil observasi berjumlah N dan parameter model sejumlah M dapat dihubungkan dengan matrik kernel melalui persamaan:

$$d = G m \quad (6)$$

dengan d adalah matrik berukuran Nx1, G adalah matrik kernel berukuran NxM dan m adalah parameter model berukuran Mx1. Hubungan inversi parameter model dengan data observasi dapat dituliskan menjadi:

$$m = [G^T G]^{-1} G^T d \quad (7)$$

Nilai gravitasi terukur sebenarnya memiliki hubungan non linear terhadap parameter model yang di cari yaitu kontras densitas, jejari dan posisi, namun hubungan ini dapat di selesaikan dengan pendekatan linear. Prinsip metoda ini adalah LSQR yang dikembangkan secara khusus. Rumusan metoda inversi non-linier dengan pendekatan linier prinsipnya menggunakan deret Taylor suku pertama dan mengabaikan suku yang lebih tinggi dari deret Taylor di sekitar $x+\Delta x$ sebagai berikut:

$$f_{(x+\Delta x)} = f_{(x)} + f'_{(x)} \Delta x \quad (8)$$

$f_{(x+\Delta x)}$ adalah data hasil pengukuran yang ditulis dengan d , $f_{(x)}$ adalah hasil perhitungan (respon model) yaitu $g(m_0)$ dan $f'_{(x)}$ turunan pertama parameter model yang membentuk matriks Jacobi yang ditulis J_0 , sehingga:

$$d = g(m_0) + J_0 \Delta m \quad (9)$$

dengan nilai matrik Jacobi:

$$J_0 = \left[\frac{\partial g_i}{\partial m_j} \right]_{m_0} \quad (10)$$

dengan $m = m_0$ dan $\Delta m = [m - m_0]$ dan m adalah parameter model yang di cari.

Untuk model Bola, matrik Jacobinya terdiri dari:

$$J_\rho = \left[\frac{\partial g_i}{\partial \rho} \right]_{m_0} \quad \text{dan} \quad J_x = \left[\frac{\partial g_i}{\partial x} \right]_{m_0}$$

dengan ρ adalah kontras densitas dan x adalah posisi pusat bola, sehingga matrik Jacobi model bola dapat dituliskan sebagai:

$$J_0 = [J_\rho \ J_x]$$

Dari persamaan (9) didapatkan:

$$d - g(m_0) = J_0 \Delta m \quad (11)$$

sehingga,

$$\Delta m = [J_0^T J_0]^{-1} J_0^T (d - g(m_0)) \quad (12)$$

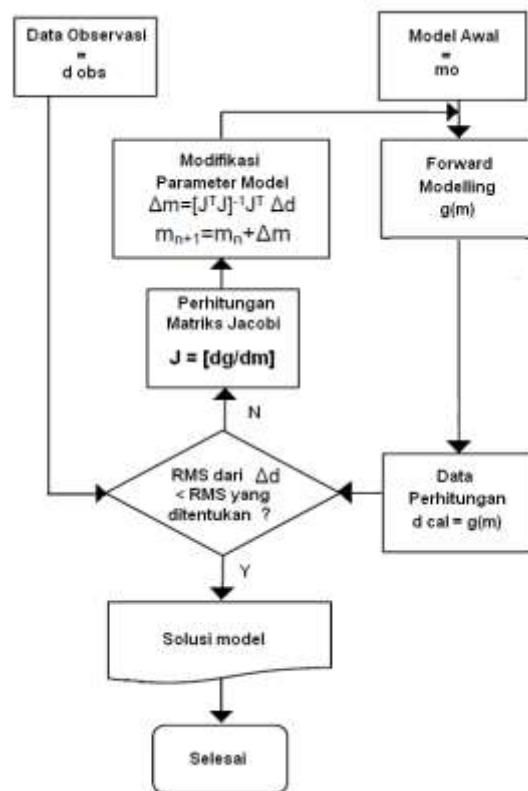
dengan J_0^T adalah transpose dari matrik J_0 .

Jika

$$d - g(m_0) = \Delta d \quad (13)$$

Maka Δd memiliki hubungan linear dengan Δm sehingga dapat diselesaikan dengan metode LSQR.

Prinsip penyelesaian inversi linear adalah hitungan berulang yang akan menghasilkan nilai $m = m_0 + \Delta m$ sehingga didapatkan nilai Δd minimum. Dengan nilai RMS dari Δd sangat kecil dengan batas tertentu, iterasi kemudian dihentikan. Dengan nilai Δd yang sangat kecil maka nilai $m \approx m_0$ sehingga parameter model sangat dekat dengan nilai sesungguhnya [5].



Gambar 3. Flowchart Pemodelan Inversi

Gambar 3 menunjukkan Flowchart Model Inversi yang dilakukan untuk mendapatkan model akhir. Δd dibuat agar nilainya minimum sehingga nilai model hasil inversi memiliki nilai yang sedekat mungkin dengan data.

Data yang digunakan pada penilitian ini adalah data sintetik (hasil dari pemodelan ke depan). Pada model bola maupun model silinder masing-masing dibuat 3 data sintetik . Pada model bola data pertama adalah hasil model forward tanpa noise, data kedua adalah model forward dengan noise hingga 40 mikrogal sedangkan data ketiga adalah forward model dengan noise hingga 80 mikrogal. Pada model silinder data pertama adalah hasil model forward tanpa noise, data kedua adalah model forward dengan noise hingga 10 mikrogal sedangkan data ketiga adalah forward model dengan noise hingga 20 mikrogal. Penambahan noise pada model-model tersebut dimaksudkan untuk menguji kemampuan dan kestabilan program inversi dalam mendapatkan parameter model hasil inversi. Noise pada kasus injeksi gas pada reservoir biasanya merupakan anomaly 4D dangkal yang terjadi akibat kenaikan atau penurunan muka air tanah yang tidak seragam dari satu titik pengukuran ke pengukuran yang lain. Noise pada data sentitik dibuat dengan cara membangkitkan nilai random yang digerser menjadi nilai positif dan negative kemudian dikalikan besaran noise hingga beberapa puluh mikrogal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Inversi Pada Model Bola

Nilai gravitasi pada titik pengukuran pada model bola dituliskan sebagaimana persamaan (1) . Titik pusat bola dianggap sebagai titik pusat injeksi yang tidak berubah, sehingga pergerakan material injeksi bersifat konsentris karena batuan reservoir dianggap sebagai medium yang homogen dan isotropis. Densitas (ρ) adalah kontras densitas batuan yang porinya terisi minyak dan air dengan batuan reservoir yang terisi fluida injeksi.

Parameter model yang dicari pada inversi ini adalah pusat bola dan jari-jari bola. Batuan reservoir yang sebelumnya terisi oleh air dan minyak (densitas campurannya 0,5 g/cc) diganti oleh gas yang densitasnya nol. Jika porositas batuan reservoir adalah 50% maka selisih densitasnya menjadi 0,45 g/cc. Jari-jari bola injeksi berubah sesuai dengan jumlah material gas yang diinjeksikan.

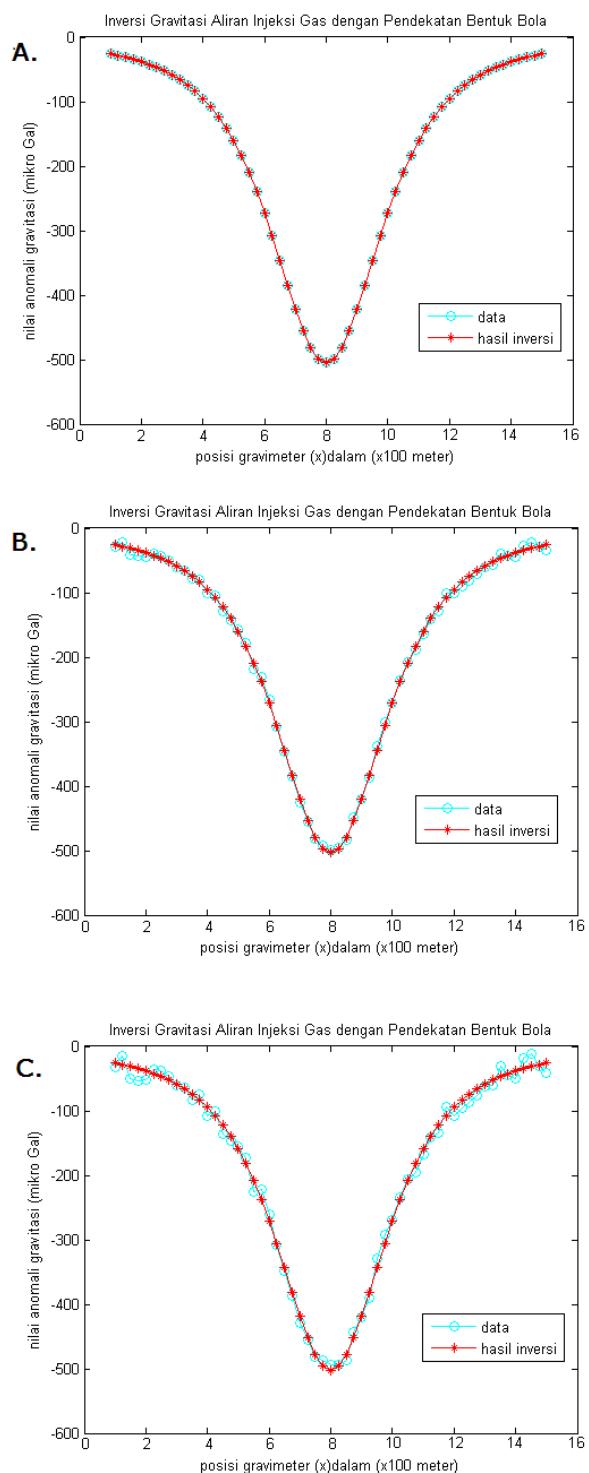
Pada pemodelan ini nilai densitasnya -0,45 g/cc. Posisi awal pusat bola 1000meter dan jari-jari awal model sebesar 450 meter dan kedalaman injeksi sebesar 280 meter.

Dari hasil pemodelan inversi terhadap data tanpa noise didapatkan nilai posisi pusat bola 800 meter, sedangkan jari-jari bola 150 meter. Nilai ini didapatkan pada iterasi ke 11 dengan nilai RMS sebesar nol.

Perbandingan nilai hasil inverse untuk data tanpa noise, data dengan noise kecil dan data dengan noise besar ditunjukkan oleh tabel 1.

Tabel. 1

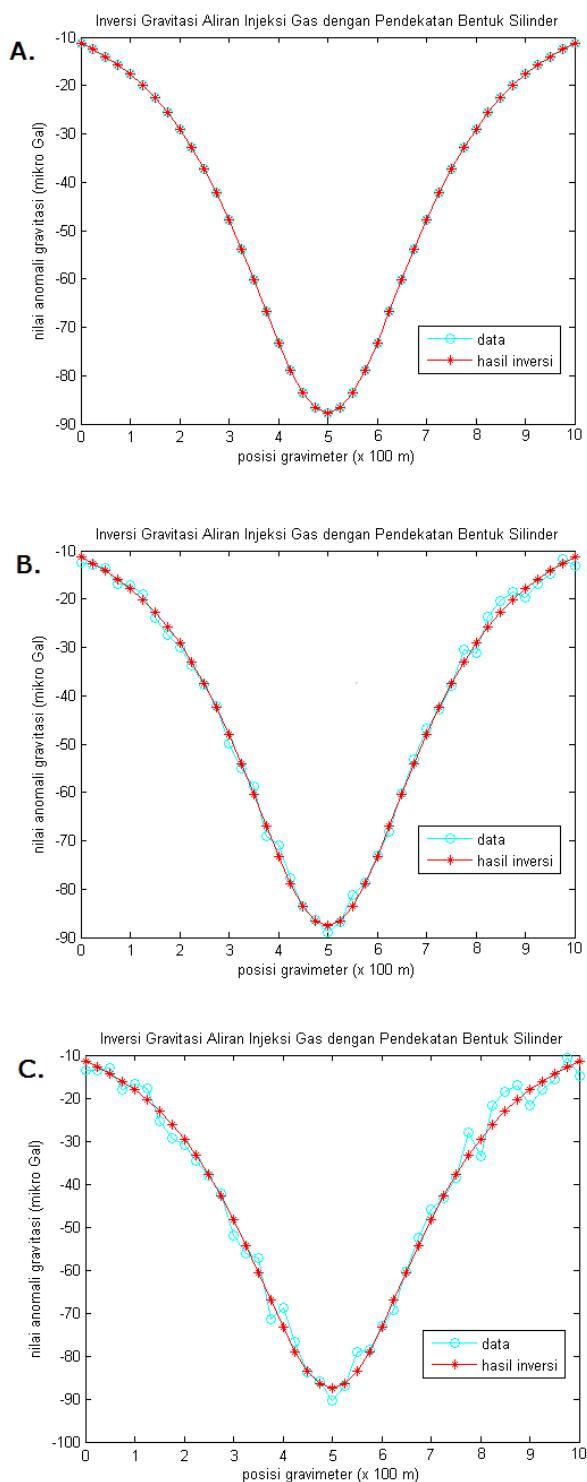
Hasil Inversi Model Bola			
Error (μ Gal)	RMS (μ Gal)	Jejari Bola (meter)	Posisi Pusat Bola (meter)
0	0	150,0000	800,0000
20	5,5164	150,1029	800,6616
40	9,4622	150,3865	799,6227



Gambar 4. Grafik hasil inversi bola. A. error 0 μ Gal B. error 20 μ Gal C. error 40 μ Gal

Inversi Pada Model Silinder

Pada model ini material gas yang diinjeksikan tidak tersebar merata ke segala arah tetapi cenderung bergerak ke arah tertentu yang bentuknya dapat didekati dengan bentuk silinder horizontal. Nilai gravitasi pada titik pengukuran pada model silinder dituliskan sebagaimana persamaan (3) .



Gambar 5. Grafik hasil inversi silinder. A. error 0 μGal B. error 5 μGal C. error 10 μGal

Perbandingan nilai hasil inverse untuk data tanpa noise, data dengan noise kecil dan data dengan noise besar ditunjukkan oleh table 2.

Parameter model yang dicari pada inversi ini adalah selisih densitas, jari-jari silinder dan panjang silinder. Batuan reservoir yang sebelumnya terisi oleh air dan minyak (densitas campurannya 0,5 g/cc) diganti oleh gas yang densitasnya nol. Dengan menganggap

porositas batuan reservoir adalah 50% maka selisih densitasnya menjadi 0,45 g/cc. Jari-jari silinder berubah sesuai dengan jumlah material gas yang diinjeksikan, demikian pula dengan perubahan panjang selinder.

Pada pemodelan ini nilai awal posisi pusat silinder adalah 600 meter. Jari-jari awal model sebesar 120 meter dan kedalaman ijeksi sebesar 320 meter.

Dari hasil pemodelan inversi didapatkan nilai pusat silinder 499,991 meter, sedangkan jari-jari silinder mendekati 149,991 meter dan panjang silinder 699,914 meter. Nilai ini didapatkan pada iterasi ke 30 dengan nilai RMS sebesar 0,0072 mikroGal..

Tabel. 2

Hasil Inversi Model Silinder				
Error (μGal)	RMS (μGal)	Posisi Pusat Silinder (meter)	Jejari silinder (meter)	Panjang Silinder (meter)
0	0	499,9916	149,9916	699,9149
5	1,5282	497,5686	150,7165	703,1848
10	2,7439	500,7165	146,9293	691,5848

PENUTUP

Dari hasil inversi dan nilai posisi pusat bola 800 meter , dan diameter bola 150 meter.

Dari hasil inversi nilai posisi pusat silinder mendekati 500 meter, jari-jari silinder mendekati 150 meter dan panjang silinder sebesar 7003 meter.

Semakin kecil nilai RMS yang disyaratkan, maka jumlah iterasinya semakin banyak. Nilai syarat RMS yang terlalu kecil akan mengakibatkan nilai tersebut tak terpenuhi sehingga iterasi terus berjalan tanpa henti. Untuk menghindari hal tersebut nilai RMS harus ditentukan dengan tepat.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kepada Aryono Adhi dan Agus Supriyanto yang telah membantu penulis dalam publikasi ilmiah ini. Jazakumullah khoiron.

REFERENSI

- [1]Zuhdi, M., , "Aplikasi Gaya Berat Mikro antar waktu Untuk Pemantauan Air Injeksi Pada Reservoir Minyak, Studi Kasus: "Lapangan Minyak X"" Thesis Magister, ITB, Bandung. Pp 2-3, 2004
- [2]Minardi, S, , Aplikasi Metoda Gayaberat Mikro 4D untuk Estimasi Porositas dan Saturasi, Thesis , Program Magister Teknik Geofisika Terapan ITB, Bandung, pp 45-46. 2002

[3]Telford W.M. Gedart.L.P. Sheriff R.E.. Applied Geophysics. Second Edition Cambridge University Press, pp.57-77, 1990

[4]Richardson, R.M. Zandt, G. Inverse Problem in Geophysics, Department of Geosciences, University of Arizona, Tucson, Arizona, p 1-4. 2009

[5]Grandis. H.. Pengantar pemodelan Inversi Geofisika. Institute Teknologi Bandung, Himpunan Ahli Geofisika Indonesia, Bandung, p105-113,2009

BIOGRAFI PENULIS

Muhammad Zuhdi, memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan Fisika FMIP UGM Yogyakarta, lulus tahun 1997. Memperoleh gelar Magister Teknik (M.T) Program Pasca Sarjana di Fakultas Ilmu Kebumian dan Teknologi Mineral, Institut Teknologi Bandung, lulus tahun 2014. Saat ini menjadi Dosen di Universitas Mataram dan melanjutkan studi program doktoral di Jurusan Fisika Universitas Gadjah Mada.

Ari Setiawan, memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan Fisika FMIP UGM Yogyakarta, lulus tahun 1990. Memperoleh gelar Magister Sains (S.Si) di universitas yang sama. Memperoleh gelar Dr.-Ing. Dari Technischen Universitat Darmstadt Jerman. Saat ini mengajar di Jurusan Fisika Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.

Lampiran

Program Inversi Aliran Injeksi Gas Pendekatan Bola

```
% Program Inversi Aliran Injeksi Gas
% Pendekatan Bola
% Oleh: Muhammad Zuhdi
% Mahasiswa Program Doktor
% Jurusan Ilmu Fisika
% Universitas Gadjah Mada
% No Mhs: 11/324514/SPA/00394
% Gravity in mikroGal
%
% -----
clear all
clc
% Input of Program
% Initial models n0=(r0,x0)
% r0 = Initial radius (in hundreds of meter)
% x0 = Initial Position of center (in hundreds of meter)
% n0=[r0;x0];
n0=[4.5;10.0];
%
% forward modeling yields
rho=-0.45; %(in g/cc)
r0=1.5; %(in hundreds of meter)
z=2.8; %(in hundreds of meter)
x0=7; %(in hundreds of meter)
% geometry of shpere
w=2792.5; % w = (4/3*phi*6.672)*100 (in
micro Galls hectometer square per kg)
x=[0:0.25:16];%(in hundreds of meter)
% observed data,r,x,z are in hundreds
of meter
d1=(w*z*r0^3*rho)./(((x-
x0).^2+(z).^2).^1.5);
r=rand(1,57);
er=(r-0.5);
d=d1+40*er;
%
% -----
% Evaluation of Jacobi Matrices
f=(w*z*rho*(n0(1)).^3)./(((x-
n0(2)).^2+(z).^2).^1.5);
% radius of sphere (j2)
j1=(3*w*z*rho.* (n0(1)).^2)./(((x-
n0(2)).^2+(z).^2).^1.5);
% center of sphere (j2)
j2=(3*(n0(1)).^3*rho*w*z*(2*x-
2*n0(2)))./(2*((x - n0(2)).^2 +
z.^2).^(5/2));
J = [j1' j2'];
% value of delta_m
delta_m=inv(J'*J)*J'* (d'-f');
% parameters of model
m=n0+delta_m;
% root mean square of errors
RMS=((1/57)*sum((d-f).^2))^0.5;
m=n0; %
%
i = 1;
while RMS>11.0; %(in microGals)
i;
n0=m;
f=(w*z*rho*(n0(1)).^3)./(((x-
n0(2)).^2+(z).^2).^1.5);
%
% Evaluation of Jacobi Matrices
% radius of sphere (j1)
j1=(3*w*z*rho.* (n0(1)).^2)./(((x-
n0(2)).^2+(z).^2).^1.5);
% center of sphere (j2)
j2=(3*(n0(1)).^3*rho*w*z*(2*x-
2*n0(2)))./(2*((x - n0(2)).^2 +
z.^2).^(5/2));
J = [j1' j2'];
% value of delta_m
delta_m=inv(J'*J)*J'* (d'-f');
% parameters of model
m=n0+delta_m;
% root mean square of errors
RMS=((1/57)*sum((d-f).^2))^0.5;
%
% outputs of programs
fmodel=(w*z*rho*(m(1)).^3)./(((x-
n0(2)).^2+(z).^2).^1.5);
figure(2)
plot(x,d,'Oc-',x,fmodel,'*r-')
% Titling
title('Inversi Gravitasi Aliran Injeksi
Gas dengan Pendekatan Bentuk Bola')
xlabel('posisi gravimeter (x)dalam
(x100 meter)')
```

```

ylabel('nilai anomali gravitasi (mikro
Gal)')
legend('data','hasil inversi');
i = i + 1;
iterasi =i
RMS

jejari_bola_dalam_meter = m(1)*100
posisi_pusat_bola = m(2)*100
end

%No Error
%iterasi = 11
%RMS = 0
%jejari_bola_dalam_meter = 150
%posisi_pusat_bola = 800

%Error 20 mikroGal
%iterasi = 8
%RMS = 5.5164
%jejari_bola_dalam_meter = 150.1029
%posisi_pusat_bola = 800.6616

%Error 40 mikroGal
%iterasi = 8
%RMS = 9.4622
%jejari_bola_dalam_meter = 149.8365
%posisi_pusat_bola = 799.6227

```

Program Inversi Aliran Injeksi Gas Pendekatan Silinder

```

% Program Inversi Aliran Injeksi Gas
Pendekatan silinder
% Oleh: Muhammad Zuhdi
% Mahasiswa Program Doktor
% Jurusan Ilmu Fisika
% Universitas Gadjah Mada
% No Mhs: 11/324514/SPA/00394
% Model Parameter dalam meter
% Gravity in mGal
% -----
clear
clc
% Input of Program
% Initial models n0=(x0,r0,L0)
% x0 = Center of Cylinder (in g/cc)
% r0 = Initial radius (in hundreds of
meter)
% L0 = Initial length (in hundreds of
meter)
n0=[6;1.2;3.2];
% -----
% forward modeling yields
z=1;% (in hundreds of meter)
rho=-0.45;% (in g/cc)
x0=5;% (in hundreds of meter)
r0=1.5;% (in hundreds of meter)
L0=3.5;% (in hundreds of meter)
y=1;% (in g/cc)
xx=(0:0.25:10);% (in hundreds of meter)
% geometry of cylinder
w= 2090; % w = (phi*6.672)*100

```

```

% observed data,r,x,z are in hundreds
of meter
d1=(w*r0^2*rho*z./(z^2+(xx-
x0).^2)).*((y+L0)^2./((y+L0)^2+((xx-
x0).^2+z^2))).^0.5-((y-L0)^2./((y-
L0)^2+((xx-x0).^2+z^2))).^0.5);
r=rand(1,41);
er=(r-0.5);
d=d1+10*er;
% function of initial models
f=(w*n0(2)^2*rho*z./(z^2+(xx-
n0(1).^2)).*((y+n0(3))^2./((y+n0(3))^
2+((xx-n0(1)).^2+z^2))).^0.5-((y-
n0(3))^2./((y-n0(3))^2+((xx-
n0(1)).^2+z^2))).^0.5);

% -----
% Evaluation of Jacobi Matrices
% density of cylinder(j1)
j1=(n0(2)^2*rho*w*z*((n0(3) -
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) - y).^2
+ z.^2)).^(1/2) - ((n0(3) +
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2)).*(2*n0(1) -
2*xx))./((n0(1) - xx).^2 + z.^2).^2 -
(n0(2).^2*rho*w*z*((2*n0(1) -
2*xx).* (n0(3) + y).^2)./(2*((n0(3) +
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2).* ((n0(1) - xx).^2
+ (n0(3) + y).^2 + z.^2).^2) -
((2*n0(1) - 2*xx).* (n0(3) -
y).^2)./(2*((n0(3) - y).^2./((n0(1) -
xx).^2 + (n0(3) - y).^2 +
z.^2)).^(1/2).* ((n0(1) - xx).^2 +
(n0(3) - y).^2 + z.^2).^2))./((n0(1) -
xx).^2 + z.^2));
% radius of cylinder(j2)
j2 =-(2*rho*w*n0(2)*z*((n0(3) -
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + z^2 + (n0(3) -
y).^2)).^(1/2) - ((n0(3) +
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) + y).^2
+ z^2)).^(1/2))./((n0(1) - xx).^2 + z^2);
% Length of cylinder(j3)
j3 =-(n0(2)^2*rho*w*z*((2*n0(3) -
2*y)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) - y).^2
+ z.^2) - ((2*n0(3) - 2*y)*(n0(3) -
y).^2)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) -
y).^2 + z.^2)).^(1/2))./((2*((n0(3) -
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) -
y).^2 + z.^2)).^(1/2)) - ((2*n0(3) +
2*y)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) + y).^2
+ z.^2) - ((2*n0(3) + 2*y)*(n0(3) +
y).^2)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2))./((n0(1) -
xx).^2 + z.^2));
% Jacobian Matrices J
J = [j1' j2' j3'];
% -----
% value of delta_m
delta_m = inv(J'*J)*J'* (d'-f');

```

```
% parameters of model
m = n0+delta_m;
% root mean square of errors
RMS=(1/41*sum((d-f).^2))^.5;
a=[];
% -----
i = 1;
while RMS >2.7
i;
a=[a; i];
n0=m;
% function of initial models
f=(w*n0(2)^2*rho*z./(z^2+(xx-
n0(1)).^2)).*(((y+n0(3))^2./((y+n0(3))^
2+(xx-n0(1)).^2+z^2))).^.5-((y-
n0(3))^2./((y-n0(3))^2+(xx-
n0(1)).^2+z^2))).^.5;
% -----
% Evaluation of Jacobi Matrices
% density of cylinder(j1)
j1=(n0(2)^2*rho*w*z*((n0(3) -
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) - y).^2 +
z.^2)).^(1/2) - ((n0(3) +
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2)).*(2*n0(1) -
2*xx)./((n0(1) - xx).^2 + z.^2).^.2 -
(n0(2).^2*rho*w*z*((2*n0(1) -
2*xx).* (n0(3) + y).^2)./(2*((n0(3) +
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2)).*(n0(1) - xx).^2 +
(n0(3) + y).^2 + z.^2).^.2) -
((2*n0(1) - 2*xx).* (n0(3) -
y).^2)./(2*((n0(3) - y).^2./((n0(1) -
xx).^2 + (n0(3) - y).^2 +
z.^2)).^(1/2).* ((n0(1) - xx).^2 +
(n0(3) - y).^2 + z.^2)))./.((n0(1) -
xx).^2 + z.^2);
% radius of cylinder(j2)
j2 = -(2*rho*w*n0(2)*z*((n0(3) -
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + z.^2 + (n0(3) -
y).^2)).^(1/2) - ((n0(3) +
y)^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) + y).^2 +
z.^2)).^(1/2)))./((n0(1) - xx).^2 + z.^2);
% Length of cylinder(j3)
j3 = -(n0(2)^2*rho*w*z*((2*n0(3) -
2*y)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) - y).^2 +
z.^2) - ((2*n0(3) - 2*y)*(n0(3) -
y).^2)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) -
y)^2 + z.^2).^.2)./(2*((n0(3) -
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) -
y).^2 + z.^2)).^(1/2)) - ((2*n0(3) +
2*y)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) + y).^2 +
z.^2) - ((2*n0(3) + 2*y)*(n0(3) +
y).^2)./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y)^2 + z.^2).^.2)./(2*((n0(3) +
y).^2./((n0(1) - xx).^2 + (n0(3) +
y).^2 + z.^2)).^(1/2)))./.((n0(1) -
xx).^2 + z.^2);
% Jacobian Matrices J
Ji=[j1' j2' j3'];
% value of delta_m
delta_m=inv(J'*J)*J'* (d'-f');
```