BARISAN SIMBOL DAN UKURAN INVARIAN FUNGSI MONOTON SEPOTONG-SEPOTONG KONTINU

Rinurwati
Jurusan Matematika FMIPA-ITS
Jl. Arif Rahman Hakim
Surabaya 60111

Abstract. Let $g : [0, 1] \to [0,1]$ is piecewise continuous monotone function. In this paper we going to construct g-invariant measure from piecewise continuous monotone function g using minus symbol sequences and plus symbol sequences. This space is generalization from invariant measure piecewise linear transformation.

Keywords: piecewise monotone function, minus symbol sequences, plus symbol sequences, g-invariant measure.

1. PENDAHULUAN

Fungsi monoton sepotong-sepotong kontinu g mempunyai ukuran invarian kontinu mutlak terhadap ukuran Lebesgue yang ekstensinya dijamin oleh penelitian Lasota dan Yorke [4]. Berdasarkan kenyataan ini Kopf [2] mengkontruksi ukuran g-invarian kontinu mutlak terhadap ukuran Lebesgue tanpa barisan simbol. Kemudian penyajiannya diperbaiki sendiri oleh Kopf [3] dengan menggunakan barisan simbol. Penelitian Kopf [3] ini direview oleh Rinurwati menjadi Tesisnya [5] dengan cara melengkapi lemma dan bukti-buktinya. Dalam paper ini dikonstruksi ukuran g-invarian kontinu mutlak terhadap ukuran Lebesgue dengan g adalah fungsi monoton sepotong-sepotong kontinu**.**

2. TEORI DASAR

Konsep dasar yang digunakan dalam pembahasan dirujuk dari [6] dan [7]. Pengertian-pengertian itu adalah ruang ukuran, dan ukuran kontinu mutlak.

2.1 Ruang Ukuran

Definisi 2.1[7] *Diberikan* X *himpunan sebarang,* $X \neq \emptyset. \sigma - aljabar\ \mathcal{B}$ *didefinisikan sebagai koleksi himpunan bagian - himpunan bagian* X *yang memenuhi tiga syarat berikut :*

(i) $X \in \mathcal{B}$

(ii) *Jika* $B \in \mathcal{B}$ *maka* $X \backslash B \in \mathcal{B}$

(iii) *Jika* $B_n \in \mathcal{B}$ *untuk* $n \geq 1$ *maka* $\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n \in \mathcal{B}$

Selanjutnya pasangan (X, $\mathcal{B}$) disebut ruang terukur.

Definisi 2.2 [7] *Diberikan* X *himpunan sebarang,* $X \neq \emptyset. \mathcal{B} = \sigma - aljabar$ *himpunan bagian-himpunan bagian X. Ukuran pada (X, $\mathcal{B}$) adalah fungsi* $m : \mathcal{B} \to \Re^{+}$ *yang memenuhi :*

(i) $m(\emptyset) = 0$

(ii) $m\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} m(B_n)$ *dengan* $\{B_n |\, n = 1, 2, 3, \ldots\}$ *adalah barisan anggota-anggota $\mathcal{B}$ yang merupakan himpunan bagian-himpunan bagian X yang sepasang-sepasang saling asing.*

Selanjutnya triple (X, $\mathcal{B}$, m) disebut ruang ukuran dengan (X, $\mathcal{B}$) ruang terukur dan m ukuran pada (X, $\mathcal{B}$). Triple (X, $\mathcal{B}$, m) disebut ruang probabilitas atau ruang ukuran ternormalisir jika m(X) = 1. Kemudian m disebut ukuran probabilitas pada (X, $\mathcal{B}$).

2.2 Ukuran Kontinu Mutlak

Definisi 2.3 [6] *Diberikan* μ *suatu ukuran pada (X, $\mathcal{B}$) dan f fungsi terukur nonnegatif pada X. Didefinisikan* $v : \mathcal{B} \to \Re^{+}$ *dengan*

$$v(B) \stackrel{\text{def}}{=} \int_B f d\mu \ \ untuk\ semua\ B \in \mathcal{B}$$

Jadi v adalah fungsi himpunan terdefinisi pada $\mathcal{B}$, *v terjumlah terbilang dan merupakan suatu ukuran.*

Definisi 2.4[7] *Diberikan (X, $\mathcal{B}$) ruang terukur dan* μ, v *ukuran-ukuran probabilitas pada (X, $\mathcal{B}$).* μ *dikatakan kontinu mutlak terhadap v ditulis* $\mu \ll v\ jika\ v(B) = 0$ *untuk semua* $B \in \mathcal{B}$ *maka* $\mu(B) = 0$.