

MODEL PERTUMBUHAN EKONOMI MANKIW ROMER WEIL DENGAN PENGARUH PERAN PEMERINTAH TERHADAP PENDAPATAN

Desi Oktaviani¹, Kartono², Farikhin³

^{1,2,3} Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang, 50275

desioktaviani51@gmail.com, kartonoundip@gmail.com

ABSTRACT. Mankiw Romer Weil model is one of economic growth model. In this paper, we will present a Mankiw Romer Weil economic growth model development with role of government influence on income. Furthermore, investment on human capital and physical capital expenditure is from net income and no longer using gross income. Net income represents the amount of money remaining after all operating expenses have been deducted from gross income by government. A three sector closed economy model is constructed by adding government sector to the two sector closed economy which consist of household and business sector and there is no international trade. Analysis of steady state in Mankiw Romer Weil economic growth model with role of government influence can be obtained one equilibrium point for human and physical capital per effective labor. Then, this model are analyzed to determine the stability of the equilibrium point. The stability of the equilibrium point criteria is based on eigenvalues from Jacobian matrix and we show that eigenvalues of Jacobian matrix are real, distinct and negative so the equilibrium point is asymptotically stable.

Keywords : Mankiw Romer Weil model, role of government, equilibrium point, stability.

I. PENDAHULUAN

Kemajuan perekonomian suatu negara dapat diukur dengan tingkat pertumbuhan ekonomi yang telah dicapai oleh suatu negara dalam satu tahun[1]. Sumber daya alam, kualitas tenaga kerja, kepemilikan modal fisik dan kemajuan teknologi merupakan beberapa faktor yang mempengaruhi pertumbuhan ekonomi. Peningkatan kualitas modal manusia (*human capital*) menjadikan tenaga kerja lebih produktif karena dengan ilmu pengetahuan tenaga kerja bisa mengembangkan teknologi yang ada dan mengerti cara penggunaan teknologi atau sumber daya lainnya supaya lebih efektif dan efisien. Keunggulan dalam modal manusia ini dapat dicapai melalui investasi di bidang pendidikan yang akan menambah pengetahuan, keterampilan dan keahlian modal manusia. Peningkatan modal fisik selain modal manusia dapat mendorong pertumbuhan ekonomi.

Jumlah investasi modal dipengaruhi oleh berbagai faktor, salah satunya adalah jumlah pendapatan. Jumlah pendapatan yang diterima seseorang merupakan jumlah pendapatan netto, yaitu jumlah pendapatan bruto setelah dikurangi pengeluaran yang dikenakan pemerintah.

Model pertumbuhan ekonomi yang akan dibahas dalam penulisan ini adalah model pertumbuhan ekonomi Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan. Sehingga, pada model bentuk perekonomian tertutup dua sektor, yaitu sektor rumah tangga dan sektor perusahaan menjadi perekonomian tertutup tiga sektor, yaitu sektor rumah tangga, sektor perusahaan dan sektor pemerintah dengan tidak melakukan transaksi luar negeri.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model pertumbuhan ekonomi Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan menjelaskan pengaruh dari modal fisik, modal manusia, kemajuan teknologi yang mengoptimalkan tenaga kerja dan pengeluaran yang dikenakan pemerintah terhadap pendapatan bruto pada pertumbuhan ekonomi. Fungsi produksinya adalah[2]

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta ((A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta})$$

dimana $K = K(t)$ menunjukkan jumlah modal fisik pada saat t , $H = H(t)$ menunjukkan jumlah modal manusia pada saat t , $L = L(t)$ menunjukkan jumlah tenaga kerja pada saat t , $A = A(t)$ menunjukkan kemajuan teknologi pada saat t dan $Y = Y(t)$ menunjukkan jumlah pendapatan saat t .

Tenaga kerja tumbuh secara eksponensial dan laju pertumbuhannya diasumsikan tumbuh dengan laju konstan n . Kemajuan teknologi tumbuh secara eksponensial dan laju pertumbuhannya diasumsikan tumbuh dengan laju konstan g .

$$L(t) = L(0)e^{nt}$$

$$A(t) = A(0)e^{gt}$$

Tenaga kerja efektif $(A(t)L(t))$ tumbuh dengan laju konstan $n + g$. Pendapatan yang digunakan untuk investasi modal adalah pendapatan netto, yaitu pendapatan

setelah dikurangi pengeluaran yang dikenakan pemerintah terhadap pendapatan bruto.

$$I(t) = sY_n(t); 0 < s < 1$$

$$Y_n(t) = Y(t) - P(t)$$

$$Y_n(t) = (Y(t) - pY(t)); 0 < p < 1$$

Dimana $I(t)$ menunjukkan jumlah investasi pada saat t , $Y_n(t)$ menunjukkan jumlah pendapatan netto saat t , $P(t)$ menunjukkan jumlah pengeluaran yang dikenakan pemerintah terhadap pendapatan bruto $Y(t)$, p menunjukkan proporsi pengeluaran terhadap pendapatan dan s menunjukkan proporsi jumlah investasi terhadap pendapatan.

Model pertumbuhan ekonomi Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan untuk laju perubahan jumlah modal fisik dan modal manusia per tenaga kerja efektif dengan pengaruh pengeluaran yang dikenakan pemerintah terhadap pendapatan diberikan oleh sistem persamaan differensial non linear berikut.

$$\frac{dk}{dt} = s_k(1 - p)k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n + g + \delta)k(t) \quad (1)$$

$$\frac{dh}{dt} = s_h(1 - p)k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n + g + \delta)h(t) \quad (2)$$

dimana $n + g, \delta > 0; 0 < s_k < 1; 0 < s_h < 1; 0 < p < 1; 0 < \alpha < 1;$

$0 < \beta < 1; \alpha + \beta < 1$

dengan,

- $k(t)$: jumlah modal fisik per tenaga kerja efektif pada saat t .
- $h(t)$: jumlah modal manusia per tenaga kerja efektif pada saat t .
- s_k : proporsi jumlah investasi modal fisik terhadap pendapatan.
- s_h : proporsi jumlah investasi modal manusia terhadap pendapatan.
- p : proporsi jumlah pengeluaran terhadap pendapatan.
- $n + g$: laju pertumbuhan tenaga kerja.

- δ : proporsi penyusutan modal.
- α : konstanta antara 0 dan 1 yang mengukur bagian modal fisik dari pendapatan.
- β : konstanta Antara 0 dan 1 yang mengukur bagian modal manusia dari pendapatan.

2.1 Analisis Titik Keseimbangan

Misalkan diberikan suatu sistem persamaan differensial biasa autonomous sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y)$$

Titik (x_0, y_0) dimana $f(x_0, y_0) = 0$ dan $g(x_0, y_0) = 0$ disebut titik keseimbangan dari sistem persamaan differensial biasa[3].

Misalkan $(k^*(t), h^*(t))$ adalah titik keseimbangan untuk modal fisik dan modal manusia per tenaga kerja efektif. Dengan menyelesaikan $\frac{dk}{dt} = 0$ dan $\frac{dh}{dt} = 0$ diperoleh satu titik keseimbangan untuk modal fisik dan modal manusia per tenaga kerja efektif, yaitu $\left(\left(\frac{s_k(1-p)^{1-\beta} s_h(1-p)^\beta}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \left(\frac{s_h(1-p)^{1-\alpha} s_k(1-p)^\alpha}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \right)$.

2.2 Analisis Kestabilan di sekitar Titik Keseimbangan

Definisi 2.9[3] Diberikan suatu sistem persamaan differensial biasa n variabel autonomous.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{5.20}$$

dengan F_1, F_2, \dots, F_n fungsi non linear.

Teorema 2.4[3] Misalkan F_1, F_2, \dots, F_n pada sistem persamaan (5.20) adalah fungsi non linear dengan turunan pertama kontinu, dan $x_e = (x_{1e}, x_{2e}, \dots, x_{ne})$ adalah titik kesetimbangannya.

- i. Jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian $J(x_e)$ mempunyai nilai negatif pada bagian realnya maka x_e stabil asimtotik.
- ii. Jika terdapat nilai eigen dari matriks Jacobian $J(x_e)$ yang bernilai positif pada bagian realnya maka x_e tidak stabil.

Misalkan A adalah matriks $n \times n$, untuk nilai eigen λ , yaitu akar dari persamaan karakteristik $\det(A - \lambda I) = 0$, dengan I adalah matriks identitas, maka A dapat diturunkan menjadi persamaan polinomial orde ke- n . Kriteria ini memberikan syarat pada koefisien dari persamaan polinomial[4]

$$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0$$

yang mana semua akar karakteristik mempunyai nilai negatif pada bagian realnya.

Untuk $n = 2$, syarat Routh-Hurwitznya adalah

$a_1 > 0, a_2 > 0$ (ekuivalen dengan syarat bahwa *trace* dari matriks A negatif dan determinan dari matriks A positif).

Untuk menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangannya, terlebih dahulu dilakukan pelinieran terhadap sistem persamaan persamaan differensial non linear berikut.

$$\frac{dk}{dt} = s_k(1-p)k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n+g+\delta)k(t)$$

$$\frac{dh}{dt} = s_h(1-p)k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n+g+\delta)h(t)$$

Linierisasi dengan menggunakan deret Taylor khusus orde 1 di titik $(k^*(t), h^*(t))$ diperoleh

$$f_1(k(t), h(t)) \approx f_1(k^*(t), h^*(t)) + \frac{\partial f_1}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))(k(t) - k^*(t))$$

$$+ \frac{\partial f_1}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))(h(t) - h^*(t))$$

$$f_2(k(t), h(t)) \approx f_2(k^*(t), h^*(t)) + \frac{\partial f_2}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))(k(t) - k^*(t))$$

$$+ \frac{\partial f_2}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))(h(t) - h^*(t))$$

Bila suku sisa dari deret Taylor diabaikan dan titik $(k^*(t), h^*(t))$ merupakan titik kesetimbangan dari sistem, sehingga $f_1(k^*(t), h^*(t)) = 0$ dan $f_2(k^*(t), h^*(t)) = 0$, sehingga diperoleh

$$f_1(k(t), h(t)) = \frac{\partial f_1}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))(k(t) - k^*(t)) + \frac{\partial f_1}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))(h(t) - h^*(t))$$

$$f_2(k(t), h(t)) = \frac{\partial f_2}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))(k(t) - k^*(t)) + \frac{\partial f_2}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))(h(t) - h^*(t))$$

Misalkan $\overline{k(t)} = (k(t) - k^*(t))$, $\overline{h(t)} = (h(t) - h^*(t))$ dan mensubstitusikan nilai $\frac{\partial f_1}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))$, $\frac{\partial f_1}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))$, $\frac{\partial f_2}{\partial k}(k^*(t), h^*(t))$, $\frac{\partial f_2}{\partial h}(k^*(t), h^*(t))$ sehingga menjadi

$$f_1(k(t), h(t)) = (\alpha s_k(1-p)k^*(t)^\alpha h^*(t)^\beta - (n+g+\delta))\overline{k(t)} + (\beta s_k(1-p)k^*(t)^\alpha h^*(t)^\beta)\overline{h(t)} \quad (3)$$

$$f_2(k(t), h(t)) = (\alpha s_h(1-p)k^*(t)^\alpha h^*(t)^\beta)\overline{k(t)} + (\beta s_h(1-p)k^*(t)^\alpha h^*(t)^\beta - (n+g+\delta))\overline{h(t)} \quad (4)$$

Substitusi titik kesetimbangan yang telah diperoleh, yaitu $(k^*(t), h^*(t)) =$

$$\left(\left(\frac{(s_k(1-p))^{1-\beta} (s_h(1-p))^\beta}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \left(\frac{(s_h(1-p))^{1-\alpha} (s_k(1-p))^\alpha}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \right) \text{ ke (3) dan (4)}$$

menjadi

$$f_1(k(t), h(t)) = \left(\alpha \left(\frac{(s_k(1-p))^{1+\alpha} (s_h(1-p))^\beta}{(n+g+\delta)^{1+\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} - (n+g+\delta) \right) \overline{k(t)} +$$

$$\left(\beta \left(\frac{(s_k(1-p))^{1+\alpha} (s_h(1-p))^\beta}{(n+g+\delta)^{1+\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \right) \overline{h(t)}$$

$$f_2(k(t), h(t)) = \left(\alpha \left(\frac{(s_k(1-p))^\alpha (s_h(1-p))^{1+\beta}}{(n+g+\delta)^{1+\beta}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \right) \overline{k(t)} +$$

$$\left(\beta \left(\frac{(s_k(1-p))^\alpha (s_h(1-p))^{1+\beta}}{(n+g+\delta)^{1+\beta}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} - (n+g+\delta) \right) \overline{h(t)}$$

$$J = \begin{bmatrix} \alpha \left(\frac{(s_k(1-p))^{1+\alpha} (s_h(1-p))^\beta}{(n+g+\delta)^{1+\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} - (n+g+\delta) & \beta \left(\frac{(s_k(1-p))^{1+\alpha} (s_h(1-p))^\beta}{(n+g+\delta)^{1+\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \\ \alpha \left(\frac{(s_k(1-p))^\alpha (s_h(1-p))^{1+\beta}}{(n+g+\delta)^{1+\beta}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} & \beta \left(\frac{(s_k(1-p))^\alpha (s_h(1-p))^{1+\beta}}{(n+g+\delta)^{1+\beta}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} - (n+g+\delta) \end{bmatrix}$$

Misalkan:

$$u = \left(\frac{(s_k(1-p))^{1+\alpha} (s_h(1-p))^\beta}{(n+g+\delta)^{1+\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, w = \left(\frac{(s_k(1-p))^\alpha (s_h(1-p))^{1+\beta}}{(n+g+\delta)^{1+\beta}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, z = n + g + \delta$$

$$\text{Matriks Jacobian menjadi } J = \begin{bmatrix} \alpha u - z & \beta u \\ \alpha w & \beta w - z \end{bmatrix}$$

Nilai karakteristik dari matriks J adalah $[J - \lambda I] = 0$

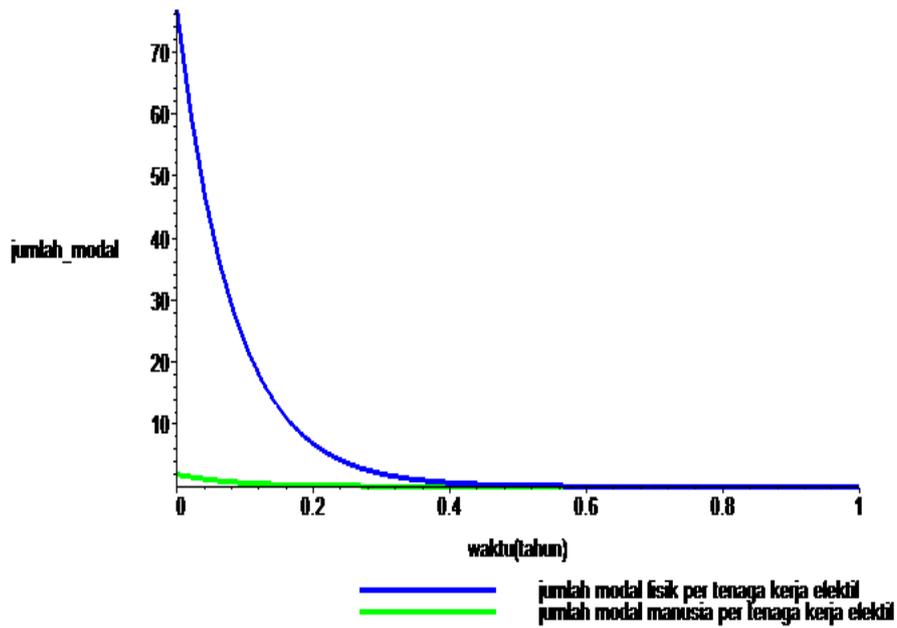
Persamaan karakteristik dari matriks J adalah

$$\lambda^2 - \lambda(\alpha u - z + \beta w - z) + ((\alpha u - z)(\beta w - z) - \alpha\beta uw) = 0$$

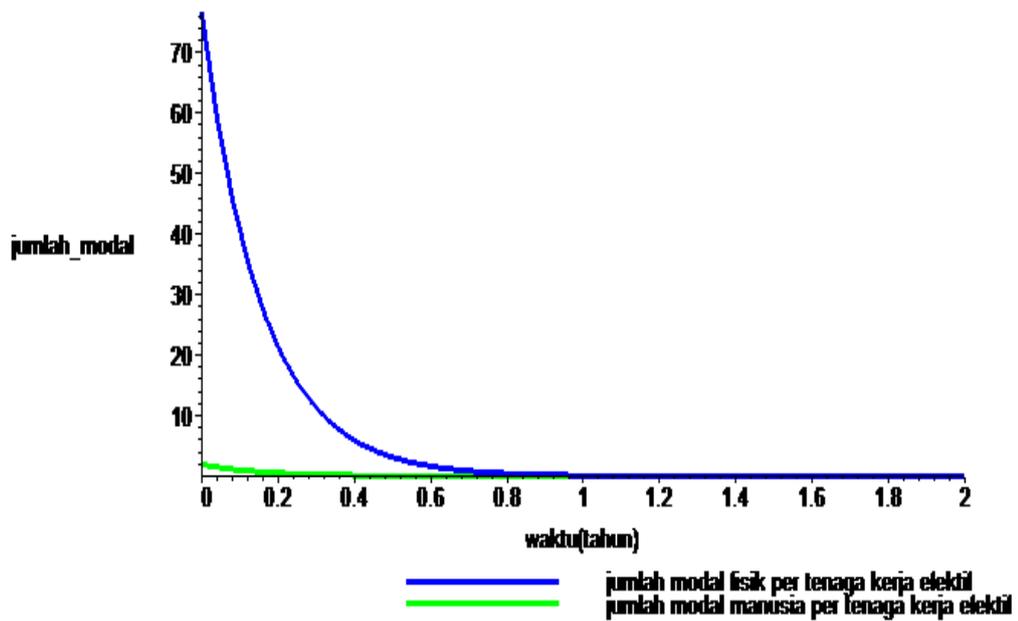
Dengan demikian, kestabilan sistem persamaan diferensial non linear di sekitar titik kesetimbangan ditentukan dari sistem yang sudah dilinearisasi, dalam hal ini, titik kesetimbangan akan stabil asimtotik jika dipenuhi $\alpha u + \beta w < 2z$, karena $D > 0$ maka akar-akar karakteristiknya real dan berbeda agar akar-akar karakteristiknya bertanda sama yaitu negatif harus dipenuhi $z > (\alpha u + \beta w)$.

2.3 Simulasi Model

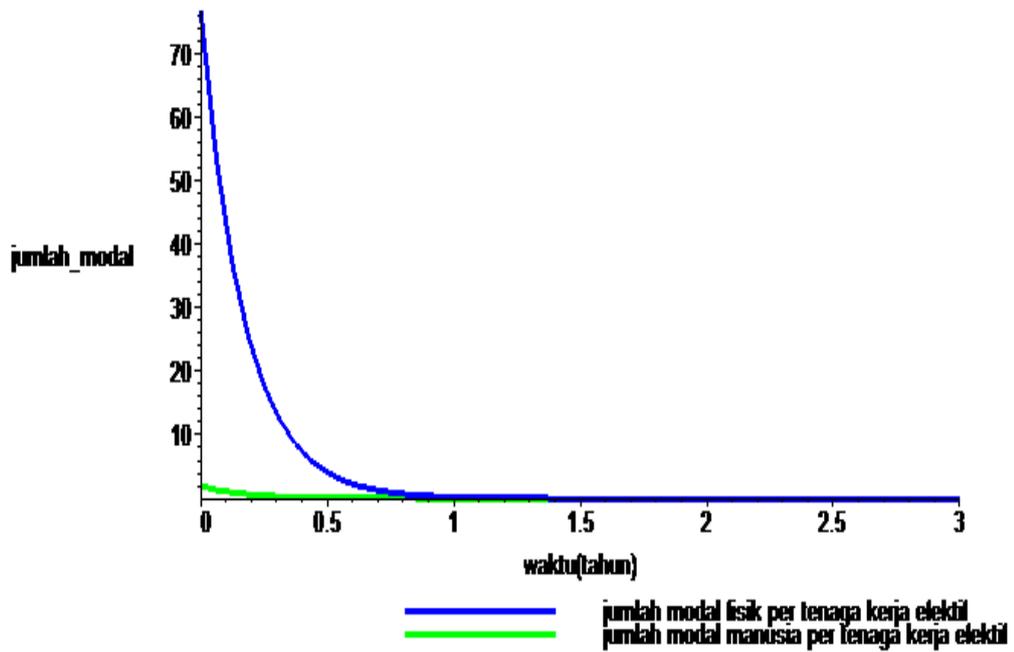
Untuk mengetahui gambaran nyata dari model Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan, maka dilakukan simulasi model berdasarkan data-data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Semarang dari tahun 2010 sampai tahun 2014. Dengan menggunakan software diperoleh nilai parameter α dan β masing-masing adalah 0.1. Nilai awal menggunakan data tahun 2010, sehingga diperoleh dinamika model sebagai berikut.



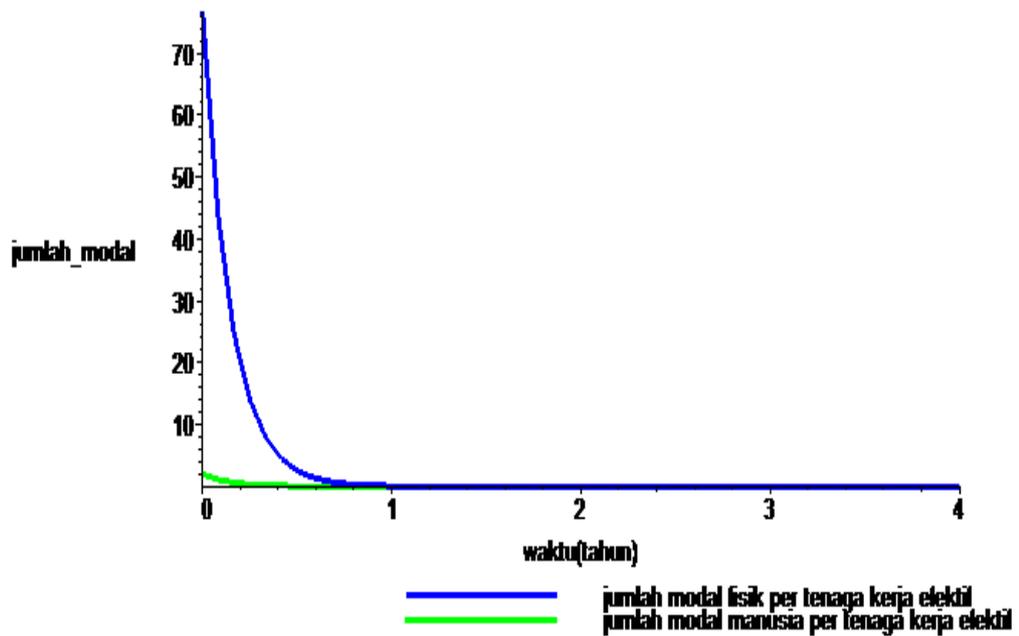
Gambar 3.1 Dinamika model Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan Kota Semarang tahun 2011



Gambar 3.2 Dinamika model Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan Kota Semarang tahun 2012



Gambar 3.3 Dinamika model Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan Kota Semarang tahun 2013



Gambar 3.4 Dinamika model Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah terhadap pendapatan Kota Semarang tahun 2014

III. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dari bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa model pertumbuhan ekonomi Mankiw Romer Weil dengan pengaruh peran pemerintah memiliki satu titik kesetimbangan yang stabil asimtotik, yaitu saat jumlah modal fisik modal manusia per tenaga kerja efektif sama dengan $\left(\left(\frac{s_k(1-p)^{1-\beta}s_h(1-p)^\beta}{n+g+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \left(\frac{s_h(1-p)^{1-\alpha}s_k(1-p)^\alpha}{n+g+\delta}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}}\right)$ jika memenuhi $\alpha u + \beta w < 2z$ dan $z > (\alpha u + \beta w)$. Pengeluaran yang dikenakan pemerintah menyebabkan pendapatan yang diterima berkurang sehingga jumlah pendapatan yang digunakan untuk konsumsi dan investasipun berkurang. Untuk menghindari jumlah modal fisik dan modal manusia per tenaga kerja efektif yang semakin menurun, peningkatan investasi bisa dilakukan dengan membatasi konsumsi. Adanya campur tangan pemerintah menyebabkan yang semula berbentuk perekonomian tertutup dua sektor menjadi perekonomian tertutup tiga sektor, yaitu sektor rumah tangga, perusahaan, dan pemerintah.

III. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Imamul Arifin dan Wagiana, G.H. 2007. *Membuka Cakrawala Ekonomi*. Bandung: PT. Setia Purna Inves.
- [2] N. Gregory Mankiw dan David Romer dan David N. Weil. 1992. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* Vol 107, hlm 407-437.
- [3] Widowati dan Sutimin. 2013. *Pemodelan Matematika; Analisis dan Aplikasinya*. Semarang: UNDIP Press
- [4] Fred Brauer dan Carlos Castillo-Chavez. 2012. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology Second Edition*. New York: Springer