MODEL MATEMATIKA *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY* (*EPQ*) DENGAN BIAYA PENYIMPANAN, PEMANFAATAN BAHAN *REUSABLE* DAN PROSES *SCREENING*

Hana Maria Ulfa

Jurusan Matematika, F.MIPA, Universitas Brawijaya
Email : hana_maria70@yahoo.com

Abstrak. *EPQ* merupakan metode yang digunakan untuk mengatasi masalah persediaan khususnya produksi. Metode ini bertujuan untuk mencari kuantitas produksi optimal sehingga dapat meminimumkan total biaya persediaan. Pada artikel ini dibahas model matematika *EPQ* dengan biaya penyimpanan. Terdapat dua kasus berbeda dalam artikel ini, yaitu model *EPQ* dengan biaya penyimpanan serta pemanfaatan bahan *reusable,* dan model *EPQ* dengan biaya penyimpanan serta adanya proses pemilihan (*screening*). Dilakukan simulasi numerik untuk menginterpretasikan model. Selanjutnya juga dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui pengaruh parameter tingkat *reusable* dan tingkat kerusakan barang. Berdasarkan analisis sensitivitas yang telah dilakukan, diketahui bahwa semakin besar tingkat *reusable*, semakin besar kuantitas produksi optimal, sedangkan total biaya persediaan semakin kecil.

Kata Kunci: model EPQ, persediaan, biaya penyimpanan, reusable, screening.

1. PENDAHULUAN

Kegiatan produksi akan berjalan dengan lancar jika ketersediaan bahan baku yang dibutuhkan tercukupi. Oleh karena itu perusahaan perlu membeli semua bahan yang dibutuhkan di awal periode produksi. Bahan baku yang telah dibeli dan menunggu proses produksi akan disimpan di gudang, dinamakan dengan persediaan (*inventory*). Adanya persediaan akan timbul permasalahan baru, yaitu biaya penyimpanan bahan maupun produk (Siswanto, 1985). *EPQ* merupakan metode yang digunakan untuk memprediksi kuantitas optimal sehingga diperoleh total biaya produksi minimum. Jumlah produksi harus lebih besar dari jumlah permintaan sehingga tidak terjadi kekurangan persediaan.

Pada artikel ini dikaji ulang model yang ditulis oleh Su dan Lin (2013) tentang *EPQ* dengan biaya penyimpanan yang meliputi penyimpanan bahan maupun produk. Dibahas pula pemanfaatan bahan yang dapat digunakan kembali (*reusable*) dan disertai adanya proses pemilihan (*screening*). Tujuan dari penulisan artikel ini yaitu mencari solusi optimal untuk memperoleh total biaya persediaan yang minimum. Pada bagian akhir diberikan simulasi numerik untuk mengilustrasikan model yang dikaji.

2. ASUMSI

Batasan-batasan masalah yang menjadi asumsi dasar artikel ini adalah hanya satu *item* barang yang diperhitungkan. Tidak diperbolehkan adanya kekurangan persediaan bahan maupun barang. Tingkat *reusable* (α) berada pada selang $0 < \alpha \leq 1$, tingkat kerusakan barang (β) terletak pada selang $0 \leq \beta < 1$. Notasi yang digunakan dalam artikel ini adalah sebagai berikut.

D : jumlah permintaan barang (unit),
P : jumlah barang hasil produksi (unit),
S : biaya pemesanan (\$),
C : harga pembelian tiap unit bahan (\$),
α : tingkat *reusable* bahan,
β : tingkat kerusakan barang,
h_1 : biaya penyimpanan bahan (\$),
h_2 : biaya penyimpanan produk (\$),
x : tingkat seleksi,
d : biaya seleksi (\$),
b : harga jual produk kualitas tidak sempurna (\$),
t_1 : waktu seleksi (tahun),
T^* : periode produksi optimal (tahun),
Q^* : kuantitas produk optimal (unit),
T_C : total biaya persediaan (\$),
C_p : total biaya pembelian (\$),
C_s : total biaya pemilihan (\$),
C_o : total biaya pemesanan (\$),
C_{h1} : total biaya penyimpanan bahan (\$),
C_{h2} : total biaya penyimpanan produk (\$),
C_b : hasil penjualan produk kualitas tidak sempurna (\$),
T_C : total biaya persediaan (\$).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada artikel ini dibahas dua kasus berbeda mengenai model *EPQ* dengan biaya penyimpanan.

3.1 Kasus pertama: model matematika *EPQ* dengan biaya penyimpanan serta pemanfaatan bahan *reusable*

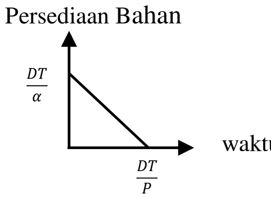
Komponen biaya persediaan pada kasus pertama adalah sebagai berikut.

a) Total biaya pemesanan: $C_o = \frac{S}{T}$

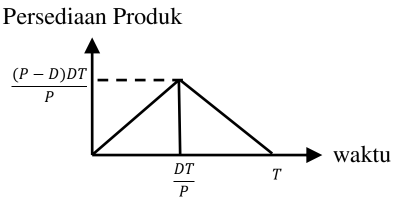
b) Total biaya pembelian: $C_p = \frac{CD}{\alpha}$

c) Total biaya penyimpanan

Total biaya penyimpanan diperoleh dari perkalian biaya penyimpanan, luasan bangun segitiga, dan frekuensi produksi $\left(\frac{1}{T}\right)$. Total biaya penyimpanan bahan dan biaya penyimpanan produk dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Persediaan Bahan Kasus I



Gambar 2. Persediaan Produk Kasus I

Total biaya penyimpanan bahan dinyatakan sebagai: $C_{h1} = \frac{h_1 D^2 T}{2\alpha P}$

Total biaya penyimpanan produk dinyatakan sebagai: $C_{h2} = \frac{h_2(P-D)DT}{2P}$

d) Total biaya persediaan

Total biaya persediaan diperoleh dari penjumlahan komponen biaya persediaan yang dinyatakan sebagai

$$T_C = \frac{S}{T} + \frac{CD}{\alpha} + \frac{h_1 D^2 T}{2\alpha P} + \frac{h_2(P-D)DT}{2P} \tag{1}$$

e) Solusi optimal

Periode produksi optimal diperoleh dari turunan pertama persamaan (1) terhadap T. Kuantitas produksi optimal diperoleh dari turunan pertama persamaan (1) terhadap Q namun perlu merubah variabel T menjadi $\frac{Q}{D}$. Solusi optimal dinyatakan sebagai berikut

$$T^* = \sqrt{\frac{2SP\alpha}{h_1 D^2 + h_2\alpha(P-D)D}} \quad \text{dan} \quad Q^* = \sqrt{\frac{2SPD\alpha}{h_1 D + h_2(P-D)\alpha}}$$

3.2 Kasus kedua: model matematika *EPQ* dengan biaya penyimpanan serta proses pemilihan (*screening*)

Setelah proses produksi selesai, produk akan melalui proses pemilihan (*screening*). Pada proses *screening* diperoleh dua jenis produk, yaitu produk dengan kualitas sempurna dan produk dengan kualitas tidak sempurna. Biaya penyimpanan yang diperhitungkan adalah biaya penyimpanan produk dengan kualitas sempurna. Produk kualitas tidak sempurna akan dijual dalam jumlah banyak (*single batch*) dengan harga yang lebih rendah. Pada kasus kedua ditambahkan variabel x yang merupakan tingkat pemilihan (*screening rate*), dimana $x = \frac{DT}{(1-\beta)t_1}$. Komponen biaya persediaan pada kasus kedua adalah sebagai berikut.

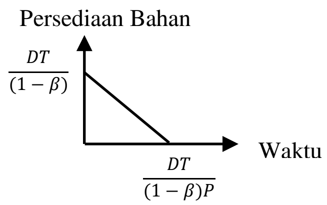
a) Total biaya pemesanan: $C_o = \frac{S}{T}$

b) Total biaya pembelian: $C_p = \frac{CD}{1-\beta}$

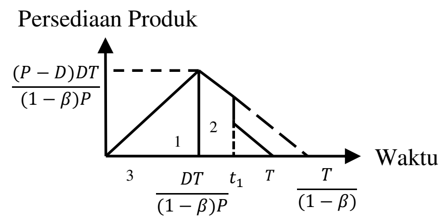
c) Total biaya pemilihan: $C_s = \frac{dD}{(1-\beta)}$

d) Total biaya penyimpanan bahan

Total biaya penyimpanan bahan dan biaya penyimpanan produk dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 3 dan Gambar 4.



Gambar 3. Persediaan Bahan Kasus II



Gambar 4. Persediaan Produk Kasus II

Gambar 3 menunjukkan segitiga dengan alas $\frac{DT}{(1-\beta)P}$ dan $\frac{DT}{(1-\beta)}$ sebagai tinggi. Jadi total biaya penyimpanan bahan adalah

$$C_{h1} = \frac{h_1 D^2 T^2}{2(1-\beta)^2 P}$$

Gambar 4 menunjukkan persediaan produk pada kasus II yang terdiri dari tiga buah bangun.

1) Segitiga dengan alas $\frac{DT}{(1-\beta)P}$ dan tingginya $\frac{(P-D)DT}{(1-\beta)^2 P}$, maka luas segitiga (Gambar 4 bagian 1) tersebut adalah
$$L = \frac{(P-D)D^2T^2}{2(1-\beta)^2P^2}$$
2) Trapesium dengan salah satu sisi sejajar yang dicari dengan menggunakan aturan kesebangunan segitiga. Sehingga diperoleh sisi sejajar tersebut sebesar $\frac{DT}{(1-\beta)} - \frac{D^2T}{(1-\beta)x}$, maka luas trapesium (Gambar 4 bagian 2) adalah
$$L = \frac{D^2T^2}{2(1-\beta)^2}\left(2 - \frac{D}{x} - \frac{D}{P}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{P}\right)$$
3) Segitiga dengan alas $T - t_1$ dan tingginya diperoleh dengan menggunakan aturan kesebangunan segitiga, yaitu $DT - \frac{D^2T}{(1-\beta)x}$. Luas segitiga (Gambar 4 bagian 3) dinyatakan sebagai
$$L = \frac{DT^2}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-\beta)x}\right)^2$$

Total biaya penyimpanan produk diperoleh dari perkalian biaya penyimpanan, luasan bangun pada Gambar 4, dan frekuensi produksi $\left(\frac{1}{T}\right)$. Total biaya penyimpanan produk dinyatakan sebagai berikut.

$$C_h = h_2\left[\frac{(P-D)D^2T}{2(1-\beta)^2P^2} + \frac{D^2T}{2(1-\beta)^2}\left(2 - \frac{D}{x} - \frac{D}{P}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{P}\right) + \frac{DT}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-\beta)x}\right)^2\right]$$

e) Hasil penjualan produk kualitas tidak sempurna: $C_b = \frac{\beta b D}{(1-\beta)}$

f) Total biaya persediaan

Total biaya persediaan merupakan penjumlahan dari total biaya pemesanan, total biaya pembelian, total biaya pemilihan, total biaya penyimpanan bahan dan total biaya penyimpanan produk serta dikurangi dengan hasil penjualan produk kualitas tidak sempurna. Secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$T_C = \frac{S}{T} + \frac{CD}{(1-\beta)} + \frac{dD}{(1-\beta)} + \frac{h_1D^2T}{2(1-\beta)^2P} - \frac{\beta bD}{(1-\beta)} + h_2\left[\frac{(P-D)D^2T}{2(1-\beta)^2P^2} + \frac{D^2T}{2(1-\beta)^2}\left(2 - \frac{D}{x} - \frac{D}{P}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{P}\right) + \frac{DT}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-\beta)x}\right)^2\right] \quad (2)$$

g) Solusi optimal

Menggunakan cara yang sama seperti pada kasus pertama, dari persamaan (2) dapat diperoleh periode produksi optimal dan kuantitas produksi optimal sebagai berikut.

Misalkan
$$W = \frac{h_1D^2}{2(1-\beta)^2P} + h_2\left[\frac{(P-D)D^2}{2(1-\beta)^2P^2} + \frac{D^2}{2(1-\beta)^2}\left(2 - \frac{D}{x} - \frac{D}{P}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{P} + \frac{D}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-\beta)x}\right)^2\right)\right]$$
dan
$$J = \frac{h_1D}{2(1-\beta)^2P} + h_2\left[\frac{(P-D)D}{2(1-\beta)^2P^2} + \frac{D}{2(1-\beta)^2}\left(2 - \frac{D}{x} - \frac{D}{P}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{P}\right) + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-\beta)x}\right)^2\right]$$

sehingga diperoleh $T^* = \sqrt{\frac{S}{W}}$ dan $Q^* = \sqrt{\frac{SD}{J}}$

4. SIMULASI NUMERIK

Data yang digunakan pada simulasi numerik diperoleh dari artikel Su dan Lin (2013).

$S = \$1.000$/tahun,	$C = \$20$/unit,	$x = 1.800$,	$\alpha = 0{,}1$,
$D = 1.500$ unit/tahun,	$d = \$10$/unit,	$h_1 = \$2$/unit,	$\beta = 0{,}8$.
$P = 2.000$ unit/tahun,	$b = \$30$/unit,	$h_2 = \$1{,}5$/unit,	

Tabel 1. Hasil Simulasi Numerik

Kasus	T^* (tahun)	Q^* (unit)	C_{h1} (\$)	C_{h2} (\$)	T_C (\$)
I	0,294	441,726	3.312,946	82,824	306.791,539
II	0,148	221,994	4.162,387	2.594,554	58.513,882

Analisis sensitivitas dilakukan pada parameter tingkat *reusable* dan tingkat kerusakan barang untuk memperoleh kuantitas produksi dan total biaya persediaan yang optimal.

Tabel 2. Perubahan Tingkat *Reusable* (α) pada Kasus Pertama

α	T^* (tahun)	Q^* (unit)	C_{h1} (\$)	C_{h2} (\$)	T_C (\$)
0,8	0,770	1.154,701	1.082,532	216,506	40.098.,076
0,85	0,789	1.184,087	1.044,783	222,016	37.827,715
0,90	0,808	1.212,183	1.010,153	227,284	35.808,207
0,95	0,826	1.239,094	978,232	232,330	34.000,072
1,00	0,843	1.264,911	948,683	237,171	32.371,708

Solusi optimal dari kasus pertama diperoleh ketika tingkat *reusable* bernilai 1, yaitu dengan kuantitas optimal sebesar 1.264,911 ≈ 1.265 unit dan total biaya persediaan sebesar \$ 32.371,708.

Tabel 3. Perubahan Tingkat Kerusakan Barang (β) pada Kasus Kedua

β	T^* (tahun)	Q^* (unit)	C_{h1} (\$)	C_{h2} (\$)	T_C (\$)
0	0,843	1.264,911	948,683	237,171	47.371,708
0,05	0,806	1.208,533	1.004,321	236,852	47.482,348
0,10	0,766	1.149,196	1.064,071	241,189	47.610,520
0,15	0,725	1.087,200	1.128,581	251.109	47.759,382
0,20	0,682	1.022,899	1.198,709	267,712	47.932,842

Solusi optimal dari kasus kedua diperoleh ketika tingkat kerusakan barang bernilai 0 yang artinya tidak ada barang yang rusak. Solusi optimal yang diperoleh yaitu kuantitas produksi optimal sebesar 1.264,911≈1.265 unit dan total biaya persediaan sebesar \$ 47.371,708.

5. KESIMPULAN

Dari kedua kasus pada model matematika *EPQ* dengan biaya penyimpanan diperoleh kuantitas produksi optimal sebesar 1.265 unit dengan periode produksi optimal 303 hari (dengan asumsi 360 hari per tahun). Berdasarkan analisis sensitivitas, diperoleh tingkat *reusable* berbanding lurus dengan kuantitas produksi optimal, namun berbanding terbalik terhadap total biaya persediaan.

6. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada Isnani Darti, Sobri Abusini, dan Endang Wahyu H. atas segala bimbingan, dan saran yang telah diberikan selama penulisan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

Siswanto, (1985), *Persediaan Model dan Analisi,* Andi Offset, Yogyakarta.

Su, Shou-Mei dan Lin, Shy-Der Lin, (2013), The Optimal Inventory Policy of Production Management, *J. Engineering,* 5, hal. 9-13.