Himpunan Dominasi Ganda pada Graf Korona dan Graf Produk Leksikografi Dua Buah Graf

Fikri Maulana[1], Bayu Surarso[2]
Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S. H. Tembalang Semarang

maulana2505@gmail.com, bayusurarso@yahoo.com

ABSTARCT. Let S be a subset of $V(G)$, with G is a graph without isolated vertices. A subset S of $V(G)$ referred to double domination in G if every vertex $v \in V(G)$, $|N_G[v] \cap S| \geq 2$ such that every vertex in $V(G) - S$ minimal adjacent with two element of S. The minimum cardinality of domination set, total domination set, and double domination set in G respectively is a is a domination number, total domination number, and double domination number denote respectively $\gamma(G)$, $\gamma_t(G)$, and $\gamma_{dd}(G)$. A double domination number in G minimum is two and a double domination number in G will not be more order (n) in G, that $2 \leq \gamma_{dd}(G) \leq n$. A domination number if add one vertex of domination in G then the element of dimination number will not be more a double domination number in G, that $\gamma_{dd}(G) \geq \gamma(G) + 1$. In this final project examined the sum of bound of doubel domination number in Corona and product lexicographic of two graphs. The minimum cardinality of double domination in Corona $G \circ H$ is $n\big(1 + \gamma(H)\big)$ with n is order in G. Menwhile, the minimum cardinality of double domination in Product Lexicographic $G[H]$ at most $min\{2\gamma_t(G), \gamma(G)\gamma_{dd}(H)\}$.

Keywords : Domination set, domination number, total domination set, total domination number, double domination set, double domination number, corona, lexicographic product.

I. PENDAHULUAN

Teori graf adalah suatu cabang kajian dalam matematika yang mengkaji tentang sifat-sifat himpunan suatu titik (*vertex*) yang terhubung oleh sisi (*edge*). Kemudian kajian mengenai graf berkembang pada berbagai topik, salah satunya mengenai himpunan dominasi. Berdasarkan sejarah, studi formal mengenai himpunan dominasi dimulai pada tahun 1958 oleh C. Berge dan dilanjutkan oleh O. Ore pada tahun 1962. Setelah itu, kajian mengenai himpunan dominasi dikembangkan lagi untuk mendapatkan variasi konsep. Salah satu konsepnya ialah tentang dominasi ganda yang dikenalkan oleh F. Harary dan T. W. Haynes di [1] mengutip dari [2].

Pada jurnal ini dibahas tentang himpunan dominasi ganda pada suatu graf. Selanjutnya dibahas tentang himpunan dominasi ganda pada graf korona dan graf produk leksikografi dua buah graf.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas tentang himpunan dominasi ganda pada graf korona dan graf produk leksikografi dua buah graf. Namun, untuk mengawali pembahasan himpunan dominasi ganda pada graf korona dan graf produk leksikografi dua buah graf perlu dedefinisikan terlebih dahulu tentang himpunan dominasi ganda.

---

[1] Mahasiswa di Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro Semarang
[2] Pengajar di Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro Semarang

2.1. Himpunan Dominasi Ganda pada Graf

Definisi 2.1.1 [3]

Suatu $S \subseteq V(G)$ dengan G adalah sebuah graf tanpa titik yang terisolasi disebut himpunan dominasi ganda jika setiap $v \in V(G)$, $|N_G[v] \cap S| \geq 2$ sedemikian sehingga setiap titik di $V(G) - S$ *adjacent* setidaknya dengan dua titik S. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi ganda disebut bilangan dominasi ganda yang dinotasikan dengan $\gamma_{dd}(G)$.

Teorema 2.1.2 [3]

Untuk setiap G adalah suatu graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* $n \geq 2$, berlaku :

$$2 \leq \gamma_{dd}(G) \leq n.$$

Bukti :

i) $\gamma_{dd}(G) \geq 2$

Misalkan G adalah suatu graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* $n \geq 2$ dan $S \subseteq V(G)$ adalah suatu himpunan dominasi ganda pada G. Karena S merupakan suatu himpunan dominasi ganda pada G maka berdasarkan Definisi 3.3.1, setiap $v \in V(G)$ memenuhi $|N_G[v] \cap S| \geq 2$ sedemikian sehingga setiap titik di $V(G) - S$ *adjacent* setidaknya dengan dua titik S. Karena setiap titik di $V(G) - S$ *adjacent* setidaknya dengan dua titik S maka kardinalitas minimum dari suatu himpunan dominasi ganda pada G adalah dua sehingga berlaku $\gamma_{dd}(G) \geq 2$.

ii) $\gamma_{dd}(G) \leq n$

Misalkan G adalah suatu graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* $n \geq 2$ dan $S \subseteq V(G)$ adalah suatu himpunan dominasi ganda pada G. Karena S merupakan suatu himpunan bagian pada G maka berdasarkan Definisi 2.2.8, kardinalitas S pada G tidak akan lebih besar dari kardinalitas $V(G)$ pada G sehingga berlaku $\gamma_{dd}(G) \leq n$.

Berdasarkan i) dan ii), terbukti bahwa untuk suatu graf G tanpa titik yang terisolasi dengan $n \geq 2$, berlaku $2 \leq \gamma_{dd}(G) \leq n$.

Teorema 2.1.3 [3]

Misalkan G adalah suatu graf tanpa titik yang terisolasi, berlaku:

$$\gamma_{dd}(G) \geq \gamma(G) + 1.$$

2.2. Himpunan Dominasi Ganda pada Graf Korona Dua Buah Graf

Setelah dibahas mengenai himpunan dominasi ganda pada graf, kali ini dibahas mengenai himpunan dominasi ganda pada graf korona dua buah graf. Namun, sebelumnya didefinisikan terlebih dahulu tentang graf korona dua buah graf.

Definisi 2.2.1 [3]

Diberikan G dan H suatu graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* berturut-turut n dan m. Suatu graf korona $G \circ H$ terdiri dari gabungan satu salinan G dan n salinan H dan kemudian setiap titik salinan H *adjacent* satu persatu ke titik salinan G.

Definisi 3.2.2 [3]
Himpunan titik salinan H yang *adjacent* satu persatu ke titik salinan G dinotasikan H^v untuk setiap $v \in V(G)$.

Definisi 2.2.3 [3]
Suatu subgraf korona $G \circ H$ yang memenuhi gabungan $\{v\}$ dan H^v dinotasikan $\{v\} \cup H^v$.

Teorema 2.2.4 [3]
Jika G dan H adalah graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* berturut-turut n dan m, maka $S \subseteq V(G \circ H)$ adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ jika dan hanya jika $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ sedemikian sehingga $S_1 \subseteq V(G)$, $S_2 = \cup_{v \in S_1} D_v$ dengan D_v adalah suatu himpunan dominasi di H^v untuk setiap $v \in S_1$, dan $S_3 = \cup_{v \notin S_1} D_v^*$ dengan D_v^* adalah suatu himpunan dominasi ganda di H^v untuk setiap $v \notin S_1$.

Bukti :
Misalkan $v, w \in S$ dan $S \subseteq V(G \circ H)$ adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dan $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, tinjau terlebih dahulu kasus-kasus berikut :

Kasus 1 : $V(G) - S = \emptyset$
Misalkan $S_1 = V(G) - S = \emptyset$ maka $S_2 = \cup_{v \in S_1} D_v = \emptyset$. Misalkan $v \in V(G)$ dan $D_v^* = V(H^v) - S$, karena S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dan $v \notin S$ maka tidak ada himpunan dominasi pada $V(G)$ sehingga D_v^* dapat dikatakan suatu himpunan dominasi ganda pada H^v. Karena $S_1, S_2 = \emptyset$, maka $S_3 = \cup_{v \in V(G)} D_v^*$ sehingga $S = S_3$.

Kasus 2 : $V(G) - S \neq \emptyset$
Misalkan $S_1 = V(G) - S$ bukan himpunan kosong, $v \in S_1$, dan $D^v = V(H^v) - S$. Misalkan $x \in V(H^v) - D^v$, karena S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dan $x \notin D^v$ maka $y \in D^v$ dan $xy \in E(H^v)$ sedemikian sehingga $y \in E(G \circ H)$. Karena $y \in D^v$ dan $xy \in E(H^v)$ maka D^v dapat dikatakan suatu himpunan dominasi pada $V(H^v)$. Kemudian, misalkan $S_2 = \cup_{v \in S_1} D^v$, $w \notin S_1$ dan $D_w^* = V(H^w) - S$, karena S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dan $v \in S_1$ maka terdapat himpunan yang bukan himpunan dominasi pada pada $V(G)$ sehingga D_w^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^w. Karena terdapat himpunan yang bukan himpunan dominasi maka $S_3 = \cup_{w \notin S_1} D_w^*$ sehingga $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$.

Untuk sebaliknya, misalkan $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, dimana S_1, S_2, dan S_3 memenuhi sifat sifat yang telah diberikan. Misalkan $x \in V(G \circ H)$, pertimbangkan juga kasus-kasus berikut :

Kasus 1 : $x \in S$
Jika $x \in V(G)$, maka $x \in S_1$ sehingga D_x adalah himpunan dominasi pada H^x. Karena D_x adalah suatu himpunan dominasi pada maka $y \in D^x$ dengan $D^x \subseteq S$ sedemikian sehingga $xy \in E(G \circ H)$. Misalkan $x \notin V(G)$ maka $v \in V(G)$ sedemikian sehingga $x \in V(H^v)$. Jika $v \in S$, maka $x \notin S$ dan $xv \in E(G \circ H)$ sehingga D_v^* adalah suatu himpunan

dominasi ganda pada H^v. Karena D_v^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v maka $z \in D_v^*$ sedemikian sehingga $xz \in E(G \circ H)$. Karena D_x adalah suatu himpunan dominasi pada H^x dan D_v^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v maka S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$.

Kasus 2 : $x \notin S$
Jika $x \in V(G)$, maka D_x^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^x. Karena D_x^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^x maka $|D_x^*| \geq 2$. Karena $|D_x^*| \geq 2$ maka $a, b \in D_x^*$ $(a \neq b)$ sedemikian sehingga $xa, xb \in E(G \circ H)$. Misalkan $x \notin V(G)$ maka $v \in V(G)$ sedemikian sehingga $x \in V(H^v)$. Jika $v \in S$, maka $x \notin S$ dan $xv \in E(G \circ H)$ sehingga D_v adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v. Karena $x \in V(H^v) - D_v$, maka $q \in D_v$ dengan $D_v \subseteq S$ sedemikian sehingga $xq \in E(G \circ H)$. Jika $v \notin S$ maka $v \notin S_1$ sehingga D_v^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v. Kemudian karena $x \in V(H^v) - D_v^*$, maka $c, d \in D_v^*$ $(c \neq d)$ sedemikian sehingga $xc, xd \in E(G \circ H)$. Karena D_v adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v dan D_v^* adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H^v maka S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$.

Corollary 2.3.5 [3]
Misalkan G dan H adalah graf-graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* masing-masing n dan m, berlaku :
$\gamma_{dd}(G \circ H) = n\left(1 + \gamma(H)\right)$.

Bukti :
Misalkan D_v adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dan $D_v \subseteq V(H^v)$ untuk setiap $v \in V(G)$. Berdasarkan Teorema 3.2.2, S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$ dengan $S = V(G) \cup \left(\cup_{v \in V(G)} D_v\right)$. Berdasarkan Teorema 3.1.1 maka $\gamma_{dd}(G \circ H) \leq n = |S|$ .Karena D_v dan S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada graf korona $G \circ H$, maka :

$$\begin{aligned}
\gamma_{dd}(G \circ H) &\leq |S| \\
\gamma_{dd}(G \circ H) &= n + \textstyle\sum_{v \in V(G)} |D_v| \\
\gamma_{dd}(G \circ H) &= n + n\,\gamma(H) \\
\gamma_{dd}(G \circ H) &= n\left(1 + \gamma(H)\right)
\end{aligned}$$

Kemudian, misalkan S adalah suatu himpunan dominasi ganda pada $G \circ H$. Berdasarkan Teorema 3.2.2 maka $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, dimana S_1, S_2, dan S_3 memenuhi teorema tersebut, maka :

$$\begin{aligned}
\gamma_{dd}(G \circ H) &= |S| \\
&= |S_1| + |S_2| + |S_3| \\
&= n + \textstyle\sum_{v \in S_1} |D_v| + \sum_{v \notin S_1} |D_v^*| \\
&\geq n + |S_1|\,\gamma(H) + (n - |S_1|)\,\gamma_{dd}(H)
\end{aligned}$$

Berdasarkan Toerema 3.1.2, $\gamma_{dd}(H) \geq \gamma(H) + 1$, maka :

$$\begin{aligned}
\gamma_{dd}(G \circ H) &\geq n + |S_1|\,\gamma(H) + (n - |S_1|)\,(\gamma(H) + 1) \\
&= n + n\,\gamma(H) \\
&= n\left(1 + \gamma(H)\right)
\end{aligned}$$

Oleh karena itu, $\gamma_{dd}(G \circ H) = n\left(1 + \gamma(H)\right)$ untuk suatu G dan H adalah graf-graf tanpa titik yang terisolasi dengan *order* masing-masing n dan m.

2.3. Himpunan Dominasi Ganda pada Graf Produk Leksikografi Dua Buah Graf

Setelah dibahas mengenai himpunan dominasi ganda pada graf dan himpunan dominasi ganda pada graf korona dua buah graf, kali ini dibahas mengenai himpunan dominasi ganda pada graf produk leksikografi dua buah graf. Namun, sebelum membahas himpunan dominasi ganda pada graf produk leksikografi dua buah graf, akan didefinisikan terlebih dahulu tentang graf produk leksikografi.

Definisi 2.3.1 [3]

Diberikan G dan H suatu graf tanpa titik yang terisolasi. Suatu graf produk leksikografi $G[H]$ merupakan graf dengan himpunan titik $V(G[H]) = V(G) \times V(H)$ dan himpunan sisi $E(G[H]$ memenuhi : $(x,u)(y,v) \in E(G[H])$ jika dan hanya jika setiap $xy \in E(G)$ atau $x = y$ dan $uv \in E(H)$.

Definisi 3.3.2 [3]

Diberikan G dan H suatu graf tanpa titik yang terisolasi. Suatu $C \subseteq V(G[H])$ didefinisikan $C = \cup_{x \in S} [\{x\} \times T_x]$ dengan $S \subseteq V(G)$ dan $T_x \subseteq V(H)$ untuk setiap $x \in S$.

Teorema 3.3.3 [3]

Misalkan G dan H graf-graf terhubung (*non-trivial*). Suatu $C \subseteq V(G[H]) \neq \emptyset$ adalah himpunan dominasi ganda pada $G[H]$ jika dan hanya jika S adalah suatu himpunan dominasi pada G dan memenuhi hal-hal berikut ini :

a) Untuk setiap $x \in V(G) - S$ sedemikian sehingga $|N_G(x) \cap S| = 1$, berlaku $|T_y| \geq 2$ untuk $y \in N_G(x) \cap S$.
b) T_x merupakan suatu himpunan dominasi ganda pada H untuk setiap $x \in S - N(S)$.
c) Untuk setiap $z \in S$ dengan $|N_G(z) \cap S| = 1$, himpunan $T_z \subseteq H$ merupakan himpunan dominasi pada H atau $|T_w| \geq 2$ untuk $w \in N_G(z) \cap S$.

Bukti :

Misalkan $C = \cup_{x \in S} [\{x\} \times T_x]$ adalah suatu himpunan dominasi ganda pada $G[H]$, karena $S \subseteq V(G)$ dan $T_x \subseteq V(H)$ maka S adalah suatu himpunan dominasi pada G. Jika $x \in V(G) - S$ dengan $|N_G(x) \cap S| = 1$ maka $N_G(x) \cap S = \{y\}$. Pilih sembarang $a \in V(H)$, karena C adalah suatu himpunan dominasi ganda maka $(x,a) \notin C$ sedemikian sehingga $(y,b),(y,c) \in C \cap N_{G[H]}((x,a))$. Karena $(x,a) \notin C$ dan $(y,b),(y,c) \in C \cap N_{G[H]}((x,a))$ maka $|T_y| \geq 2$ untuk $y \in N_G(x) \cap S$.

Kemudian misalkan $z \in S$, $|N_G(z) \cap S| = 1$ dan $\{w\} = N_G(z) \cap S$. Jika T_z adalah suatu himpunan dominasi, karena $x \in S$ maka T_x sudah pasti suatu himpunan dominasi sedemkian sehingga pembuktian ini telah selesai. Namun, jika T_z bukan suatu himpunan dominasi, maka terdapat $a \in V(H) - T_z$ sedemikian sehingga $ab \notin E(H)$ untuk setiap $b \in T_z$. Karena $ab \notin E(H)$ untuk setiap $b \in T_z$, maka $(z,a) \notin C$ dengan C adalah suatu himpunan dominasi ganda pada $G[H]$. Karena C adalah suatu himpunan dominasi ganda pada $G[H]$ maka $p,q \in T_w$ $(p \neq q)$ sedemikian sehingga $(w,p)(w,q) \in N_{G[H]}((z,a))$. Karena $p,q \in T_w$ $(p \neq q)$ dan $(w,p)(w,q) \in N_{G[H]}((z,a))$ maka $|T_w| \geq 2$ untuk $w \in N_G(z) \cap S$.

Akhirnya, misalkan $x \in S - N(S)$ dan $c \in V(H) - T_x$, karena C adalah himpunan dominasi ganda, maka $a, b \in T_x$ $(a \neq b)$ sedemikian sehingga $(x, a)(x, b) \in N_G\big((x, c)\big)$. Karena $a, b \in T_x$ $(a \neq b)$ dan $(x, a)(x, b) \in N_G\big((x, c)\big)$ maka $a, b \in N_G(c)$. Bahkan karena C adalah suatu himpunan dominasi total pada $G[H]$, maka T_x adalah suatu himpunan dominasi total pada H. Karena T_x adalah suatu himpunan dominasi total pada H maka elas bahwa T_x adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H untuk setiap $x \in S - N(S)$.

Untuk sebaliknya, misalkan S adalah himpunan dominasi pada G yang memenuhi a), b), dan c) kemudian misalkan $(x, a) \in V(G[H])$, maka pertimbangkan kasus-kasus berikut :

Kasus 1 : $x \in S$

Jika $x \in S - N(S)$, maka T_x adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H berdasarkan b). Misalkan $a \in T_x$, karena T_x adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H maka $b \in T_x - \{a\}$ sedemikian sehingga $ab \in E(H)$. Karena $b \in T_x - \{a\}$ dan $ab \in E(H)$ maka $(x, b) \in C$ sedemikian sehingga $(x, a) \in C \cap N_{G[H]}\big((x, b)\big)$. Misalkan $a \notin T_x$, karena T_x adalah suatu himpunan dominasi ganda pada H maka $c, d \in T_x$ $(c \neq d)$ sedemikian sehingga $(x, a) \in N_{G[H]}\big((x, c)\big) \cap N_{G[H]}\big((x, d)\big)$. Misalkan $N_G(x) \cap S = \{w\}$ kemudian pilih sembarang $p \in T_w$, maka T_w adalah suatu himpunan dominasi ganda. Karena T_w adalah suatu himpunan dominasi ganda maka $(x, a) \in C \cap N_{G[H]}\big((w, p)\big)$.

Misalkan T_x adalah suatu himpunan dominasi, maka $b \in T_x$ sedemikian sehingga $ab \in E(H)$. Karena $b \in T_x$ dan $ab \in E(H)$ maka $(w, p), (x, b) \in C \cap N_{G[H]}\big((x, a)\big)$. Namun jika T_x bukan himpunan dominasi, maka $|T_w| \geq 2$ berdasarkan c). Karena $|T_w| \geq 2$ maka $q \in T_w - \{p\}$ sedemkian sehingga $(w, p), (w, q) \in C \cap N_{G[H]}(x, a)$.

Kasus 2 : $x \notin S$

Misalkan $x \notin S$, maka $(x, a) \notin C$ sedemikian sehingga a) sebagai dasar. Berdasarkan a) maka $\left|T_y\right| \geq 2$ jika $N_G(x) \cap S = \{y\}$. Kemudian, ambil sembarang $b, c \in T_y$ $(b \neq c)$, karena $N_G(x) \cap S = \{y\}$ maka $(y, b), (y, c) \in C \cap N_{G[H]}(x, a)$. Misalkan $|N_G(x) \cap S| \geq 2$ kemudian pilih sembarang $y, z \in N_G(x) \cap S$ $(y \neq z)$, kemudian pilih lagi salah satu $s \in T_y$ dan $t \in T_z$, maka $(y, s), (z, t) \in C \cap N_{G[H]}(x, a)$.

Berdasarkan penjelasan pada kasus 1 dan kasus 2 maka terbukti bahwa C merupakan suatu himpunan dominasi ganda pada G jika memenuhi a), b), dan c).

III. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan mengenai dominasi ganda pada graf dalam operasi korona dan produk leksikografi dua buah graf dapat disimpulkan bahwa :

1. Kardinalitas minimum dari suatu himpunan dominasi ganda pada Graf G adalah dua sehingga $\gamma_{dd}(G) \geq 2$.
2. Kardinalitas suatu himpunan dominasi ganda pada Graf G tidak akan lebih besar jumlah *order* pada Graf G sehingga $\gamma_{dd}(G) \leq n$.

3. Kardinalitas suatu himpunan dominasi minimum pada Graf G saat ditambah satu titik dominasi jumlahnya tidak akan lebih besar dari kardinalitas dari suatu himpunan dominasi ganda minimum pada Graf G sehingga $\gamma_{dd}(G) \geq \gamma(G) + 1$.
4. Suatu himpunan dominasi ganda pada operasi korona $G \circ H$ merupakan gabungan dari S_1, S_2, dan S_3 sedemikian sehingga $S_1 \subseteq V(G)$, $S_2 = \cup_{v \in S_1} D_v$ dengan D_v adalah himpunan dominasi pada H^v, dan $S_3 = \cup_{v \notin S_1} D_v^*$ dengan D_v^* adalah himpunan dominasi ganda pada H^vsehingga $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$.
5. Kardinalitas suatu himpunan dominasi ganda pada Graf Korona $G \circ H$ adalah $\gamma_{dd}(G \circ H) = n\left(1 + \gamma(H)\right)$.
6. Suatu himpunan dominasi ganda pada operasi produk leksikografi $G[H]$ merupakan gabungan dari jumlah titik dominasi pada G dikalikan dengan perkalian dari titik dominasi pada G dan titik dominasi ganda pada H sehingga $C = \cup_{x \in S} [\{x\} \times T_x]$ dengan $S \subseteq V(G)$, $T_x \subseteq V(H)$ untuk setiap $x \in S$ dan S adalah sebuah himpunan dominasi pada Graf G.

   Kardinalitas suatu himpunan dominasi ganda pada Graf Produk Leksikografi $G[H]$ adalah $\gamma_{dd}(G[H]) \leq min\{2\gamma_t(G), \gamma(G)\gamma_{dd}(H)\}$.

IV. DAFTAR PUSATAKA

[1] Harary, F dan T.W. Haynes. Double Domination in Graphs. *Arts Combin*, Vol. 55. 2000. Hal. 201 - 213.

[2] Harary, F. dan T.W. Haynes. Norhdhaus-Gaddum Inequalities for Domination in Graphs. *Discrete Mathematics*. Vol. 155. 1996. Hal. 99 – 105.

[3] Cuivilas, Arnel M. 2014. Double Domination in Graphs Under Some Binary Operation. *Applied Mathematical Science*. Vol. 8. 2014. No. 41. Hal 2015-2024.