JURNAL GAUSSIAN, Volume 1, Nomor 1, Tahun 2012, Halaman 219-228
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

ANALISIS REGRESI LINIER *PIECEWISE* DUA SEGMEN

Syilfi[1], Dwi Ispriyanti[2], Diah Safitri[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRACT

Regression analysis is a statistical method that is widely used in research. In general, the regression analysis is the study of the relationship of one or more independent variables with the dependent variable. In analyze the functional relationship between X as the independent variables and Y as the dependent variable, there may be a linear relationship is different for each interval X. If the regression of X on Y has a linear relationship on the certain of the interval of X, but also has a distinct linear relationship at another interval of X, so the use of piecewise linear regression is appropriate in this case. Piecewise linear regression is a method in regression analysis that divided the independent variable into several segments based on a particular value called the X-knots, and in each segment of the data contained linear regression model. X-knot is a value on the independent variable, where X is the current value of the X-knots, it will form a linear regression equation of the line that is different than the current value of X is under X-knots. Piecewise linear regression can be applied in many fields, one of them in the waters of the analysis regarding the influence of river discharge on the basis of the number of transport sediman. By comparison MSE simple linear regression and multiple linear piecewise two segments, the result that the two segments piecewise linear regression is a model that describes the influence of river discharge on the basis of the number of bedload transport.

Keywords: two-segment piecewise linear regression, X-knots, discharge, bedload transport.

1. PENDAHULUAN

Latar Belakang

Regresi linier adalah metode statistika yang digunakan untuk membentuk model atau hubungan antara satu atau lebih variabel bebas X dengan sebuah variabel respon Y. Analisis regresi dengan satu variabel bebas X disebut sebagai regresi linier sederhana, sedangkan jika terdapat lebih dari satu variabel bebas X, disebut sebagai regresi linier berganda (Kurniawan, 2008).

Dalam menganalisis hubungan fungsional antara variabel bebas X dan variabel respon Y, ada kemungkinan terjadi hubungan linier yang berbeda untuk setiap interval X. Apabila regresi X terhadap Y memiliki hubungan linier tertentu pada interval X tertentu, tetapi juga memiliki hubungan linier yang berbeda pada interval X yang lain, maka penggunaan model regresi linier sederhana kurang tepat pada kasus tersebut karena hasil analisis tidak dapat memberikan informasi menyeluruh tentang data. Regresi linier *piecewise* merupakan bentuk regresi yang meliputi berbagai model regresi linier yang cocok dengan data untuk setiap interval X (Ryan dan Porth, 2007).

Regresi linier *piecewise* dapat diterapkan di berbagai bidang, salah satunya di bidang perairan yang menyangkut analisis pengaruh debit sungai terhadap jumlah angkutan sedimen dasar. Dalam analisis regresi linier *piecewise*, harus diestimasi nilai X-knot optimum dengan sebuah nilai dugaan awal yang tersedia. Selain itu, nilai-nilai parameter regresi linier *piecewise* juga harus diestimasi sehingga diperoleh model regresi yang dapat menjelaskan hubungan antara debit sungai terhadap jumlah angkutan sediman dasar (Ryan dan Porth, 2007). Regresi linier *piecewise* yang dibahas dalam tulisan ini adalah analisis regresi linier *piecewise* dua segmen yang dibandingkan dengan analisis regresi linier sederhana, metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter regresi linier *piecewise* dua segmen yaitu metode iterasi Gauss-Newton.

Tujuan penulisan tulisan ini adalah :

1. Mengestimasi nilai X-knot optimum dan menguji signifikansinya.
2. Mengestimasi nilai-nilai parameter regresi sehingga diperoleh model regresi linier *piecewise* dua segmen.
3. Menguji kecocokan model regresi pada masing-masing segmen.
4. Membandingkan hasil analisis regresi linier sederhana dan regresi linier *piecewise* dua segmen pada kasus pengaruh debit sungai terhadap jumlah angkutan sediman dasar dan memilih model terbaik berdasarkan kriteria RKS terkecil.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Regresi Linier Sederhana

Analisis regresi merupakan metode statistika yang banyak digunakan dalam penelitian. Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1986. Secara umum, analisis regresi adalah kajian terhadap hubungan satu variabel yang disebut sebagai variabel yang diterangkan dengan satu atau dua variabel yang menerangkan. Variabel yang diterangkan selanjutnya disebut sebagai variabel respon, sedangkan variabel yang menerangkan biasa disebut variabel bebas (Gujarati, 2003).

Model regresi linier sederhana yaitu :

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, i = 1, 2,…, n

(Draper dan Smith, 1992)

Estimasi parameter regresi linier sederhana menggunakan metode kuadrat terkecil. Metode ini didasarkan pada asumsi bahwa model yang baik adalah model yang memiliki jumlah kuadrat sesatan (selisih antara data yang diamati dengan model) terkecil. Untuk mendapatkan penaksir yang baik bagi parameter regresi (β_0 dan β_1) dapat digunakan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sesatan (JKS). Selain itu, estimasi parameter regresi dapat dilakukan dengan perhitungan matriks $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X'X})^{-1}(\boldsymbol{X'Y})$. Adapun tabel analisis varian regresi linier sederhana yaiut :

Tabel 1 : Tabel Analisis Varian Regresi Linier Sederhana

Sumber Variansi	db	JK	RK	F_{hitung}	F_{tabel}
Regresi	1	$JKR = \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2$	$RKR = JKR$	$\frac{RKR}{RKS}$	$F_{1;n-2;\alpha}$
Sesatan	n-2	$JKS = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$	$RKS = \frac{JKS}{n-2}$		
Total	n-1	$JKT = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$			

(Draper dan Smith, 1992)

Dalam menilai baik buruknya model yang digunakan dengan data, dibutuhkan ukuran kecocokan model yang disebut koefisien determinasi (R^2) yang dirumuskan sebagai berikut :

$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$ atau $R^2 = 1 - \frac{JKS}{JKT}$

Sedangkan koefisien korelasi dirumuskan dengan :

$$r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2}} \quad ; \quad -1 \leq r_{X,Y} \leq 1$$

(Draper dan Smith, 1992)

Selain itu, model regresi yang diperoleh harus diuji kecocokannya menggunakan uji F sebagai berikut :

Hipotesis

$H_0 : \beta_1 = 0$ (Model regresi tidak cocok terhadap data)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (Model regresi cocok terhadap data)

Statistik Uji

$$F_{hitung} = \frac{RKR}{RKS}$$

Kriteria Penolakan

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{\alpha,1,n-2}$.

(Draper dan Smith, 1992)

Deret Taylor

Misalkan fungsi f adalah fungsi dari dua variabel X dan Y. Deret Taylor dapat digunakan untuk mencari nilai suatu fungsi di titik x dan y jika nilainya di titik x_0 dan y_0 yang berdekatan dengan titik tersebut diketahui, maka berlaku ekspansi dari $f(x, y)$ sebagai berikut :

$$f(x,y) = f(x_0, y_0) + \left[(x - x_0)\frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right] f(x,y)\Big|_{(x_0,y_0)} + \frac{1}{4!}\left[(x - x_0)\frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^4 f(x,y)\Big|_{(x_0,y_0)} + \cdots$$
$$+ \frac{1}{n!}\left[(x - x_0)\frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^n f(x,y)\Big|_{(x_0,y_0)} + R_n(x)$$

(Spiegel, 2006)

Estimasi Nonlinier

Secara umum model regresi nonlinier dengan Y_i sebagai variabel respon pada replikasi sebanyak n dan X_i merupakan variabel bebas dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut :

$$Y_i = f(X_i, \beta) + \varepsilon_i \quad ; i = 1, 2, \ldots, n$$

dengan f adalah fungsi regresi dengan parameter β yang harus diestimasi dan ε_i adalah residual dengan mean 0 dan varian σ^2.

(Ripley, 2002)

Regresi Linier *Piecewise*

Regresi linier *piecewise* adalah suatu metode dalam analisis regresi yang membagi variabel bebas X menjadi beberapa segmen berdasarkan nilai tertentu yang disebut X-knot (disimbolkan dengan X^*), dimana pada setiap segmen data terdapat model regresi linier. X^* merupakan suatu nilai pada variabel bebas X, dimana saat nilai X berada di atas X^*, maka akan terbentuk persamaan garis regresi linier yang berbeda dibandingkan saat nilai X berada di bawah X^* (Ryan & Porth, 2007).

Dalam regresi linier *piecewise*, terdapat dua kasus berkaitan dengan lokasi X^*. Kasus pertama adalah lokasi X^* diketahui, sedangkan kasus kedua adalah lokasi X^* tidak diketahui dan harus diestimasi. Kasus kedua adalah lokasi X^* tidak diketahui dan harus diestimasi. Salah satu cara untuk menduga nilai awal X^* adalah dengan membuat diagram pencar antara variabel bebas X dan variabel respon Y, kemudian menduga nilai awal X^* berdasarkan penyebaran data pada diagram pencar (Shofiyati, 2008).

Regresi Linier Piecewise Dua Segmen

Regresi linier *piecewise* dua segmen dipisahkan oleh sebuah X^*. Kedua segmen dikendalikan oleh dua buah variabel dummy yaitu D_{i1} dan D_{i2} (Marsh, dkk, 1990). Persamaan awal regresi linier *piecewise* dua segmen adalah sebagai berikut :

$$Y_i = [a_1 + b_1 X_i] D_{i1} + [a_2 + b_2 X_i] D_{i2} + \varepsilon_i \quad ; i = 1,\ 2, \dots, n$$

Persamaan di atas diskontinu di titik X^*. Melalui penurunan rumus, diperoleh persamaan akhir

$$Y_i = a_1 + b_1 \left(X_i D_{i1} + X^* D_{i2} \right) + b_2 \left(X_i - X^* \right) D_{i2} + \varepsilon_i \quad ; i = 1,\ 2, \dots, n$$

(Marsh, dkk, 1990)

Menurut Ryan dan Porth (2007), persamaan regresi linier *piecewise* pada masing-masing segmen dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \begin{cases} a_1 + b_1 X_i + \varepsilon_i & ; X_i \le X^* \\ \{a_1 + (b_1 - b_2) X^*\} + b_2 X_i + \varepsilon_i & ; X_i > X^* \end{cases}$$

Estimasi Model Regresi Linier Piecewise Dua Segmen dengan Metode Iterasi Gauss-Newton

Untuk melakukan iterasi Gauss Newton, pertama-tama dilakukan pendekatan terhadap fungsi $f(X_i, \beta)$ menggunakan deret Taylor di sekitar *initial value* $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ yang nilainya ditentukan. Pendekatan terhadap fungsi $f(X_i, \beta)$ di sekitar $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ dengan menggunakan deret Taylor orde pertama dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{f(X_i, \beta)} \approx \boldsymbol{f(X_i, \beta^{(0)})} + \left. \frac{\partial \boldsymbol{f(X_i, \beta)}}{\partial \boldsymbol{\beta'}} \right|_{\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^{(0)}} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(0)})$$

$$= \boldsymbol{f(X_i, \beta^{(0)})} + \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(0)})$$

$$\boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{f(X_i, \beta^{(0)})} + \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}\boldsymbol{\beta}^{(0)} = \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon_i}$$

Jika didefinisikan :

$$\boldsymbol{y(\beta^{(0)})} = \boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{f(X_i, \beta^{(0)})} + \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}\boldsymbol{\beta}^{(0)}$$

Maka :

$$\boldsymbol{y(\beta^{(0)})} = \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon_i}$$

Terlihat bahwa persamaan (21) adalah persamaan yang linier dalam parameter $\boldsymbol{\beta}$, sehingga dengan menggunakan metode *ordinary least square* diperoleh estimasi $\boldsymbol{\beta}^{(1)}$ sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta}^{(1)} = \left[\boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}' \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})} \right]^{-1} \boldsymbol{f'(X_i, \beta^{(0)})}' \boldsymbol{y(\beta^{(0)})}$$

Persamaan berikut merupakan persamaan Gauss-Newton dengan *t* menunjukkan banyaknya iterasi.

$$\boldsymbol{\beta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(t)} + \left[\boldsymbol{f}'\left(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta}^{(t)}\right)' \boldsymbol{f}'\left(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta}^{(t)}\right)\right]^{-1} \boldsymbol{f}'\left(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta}^{(t)}\right)' \left[\boldsymbol{Y}_i - \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta}^{(t)}\right)\right]$$

Iterasi akan berhenti jika telah tercapai kekonvergenan yaitu jika $\boldsymbol{\beta}^{(t+1)} \approx \boldsymbol{\beta}^{(t)}$.

(Marsh, dkk, 1990)

Analisis Varian Regresi Linier Piecewise Dua Segmen

Analisis varian (ANOVA) regresi linier *piecewise* dua segmen merupakan pengembangan dari analisis varian regresi linier sederhana. pada tahap ini, terdapat penguraian jumlah kuadrat total atas kedua komponennya yaitu jumlah kuadrat regresi dan jumlah kuadrat sesatan. Nilai statistik uji F pada tabel ANOVA dapat digunakan untuk menguji signifikansi $\hat{X}^*_{optimum}$, dimana hipotesis nol menyatakan bahwa $\hat{X}^*_{optimum}$ tidak signifikan atau tidak memberikan kontribusi dalam perbaikan model regresi (Oosterbaan, 1990).

Tabel 2 : Tabel Analisis Varian Regresi Linier *Piecewise* Dua Segmen

Sumber Variansi	db	JK	RK	F_{hitung}	F_{tabel}
Regresi	3	JKR_p	$RKR_p = JKR_p / 3$	$\frac{RKR_p}{RKS_p}$	$F_{3;n-4;\alpha}$
Sesatan	n-4	JKS_p	$RKS_p = \frac{JKS_p}{n-4}$		
Total	n-1	JKT_p			

(Oosterbaan, 1990)

Koefisien Determinasi dan Korelasi Regresi Linier Piecewise Dua Segmen

$$R^2{}_p = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2} \quad \text{dengan } \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$$

Koefisien determinasi pada masing-masing segmen adalah sebagai berikut:

$$\left(R_1\right)^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i - \bar{Y}_1\right)^2} \; ; \; \bar{Y}_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_i$$

$$\left(R_2\right)^2 = 1 - \frac{\sum_{i=m+1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{\sum_{i=m+1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}_2\right)^2} \; ; \; \bar{Y}_2 = \frac{1}{n-m}\sum_{i=m+1}^{n} Y_i$$

(Oosterbaan, 1990)

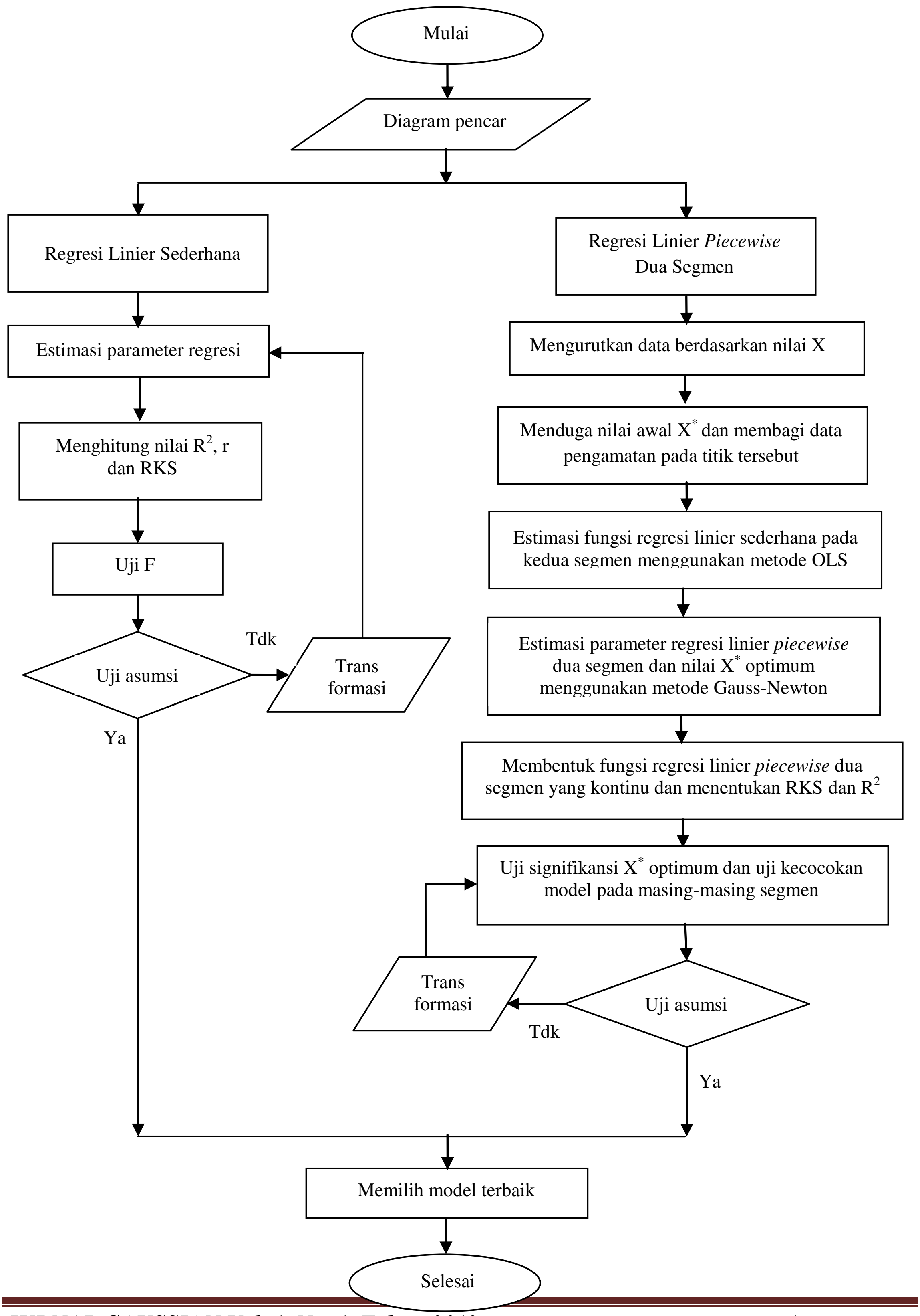
Analisis Residual

Menurut Gujarati (2003), asumsi-asumsi residual yang harus dipenuhi dalam analisis regresi linier sederhana adalah nonautokorelasi, homoskedastisitas dan normalitas.

3. METODOLOGI

Variabel penelitian dalam tulisan ini adalah debit sungai (m^3/detik) sebagai variabel bebas dan jumlah angkutan sediman dasar (kg/detik) sebagai variabel respon. Data merupakan data sekunder dengan ukuran sampel *n* = 123 yang diperoleh dari hasil studi lapangan pada sungai yang terdapat di Colorado dan Wyoming, Amerika Serikat dan dipublikasikan pada buku berjudul *A Tutorial on the Piecewise Regression Approach Applied to Bedload Transport*.

Langkah analisis data dalam tulisan ini dapat dilihat pada *flowchart* berikut :



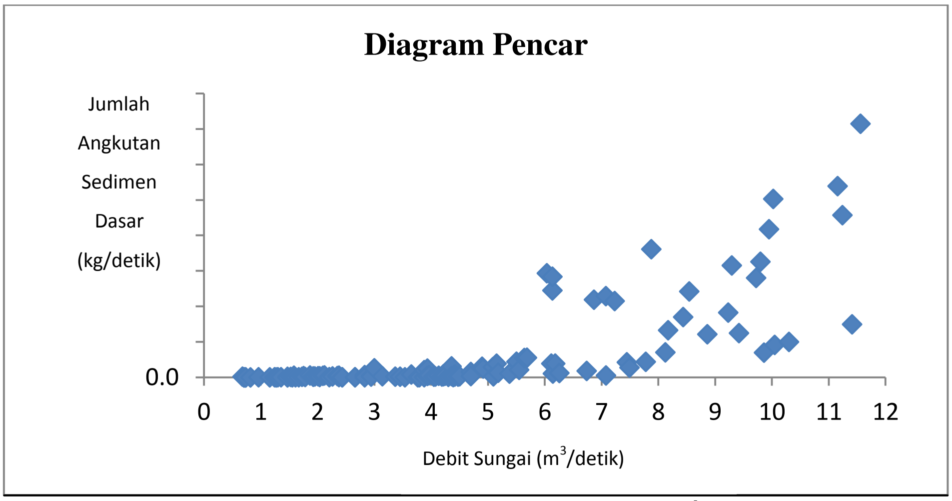
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Regresi Linier Sederhana

Setelah dilakukan analisis data pengaruh debit sungai (m^3/detik) terhadap jumlah angkutan sedimen dasar (kg/detik), diperoleh model regresi linier sederhana $\hat{Y}_i = -0.171 + 0.065X_i$ dengan koefisien determinasi R^2 = 0.534, koefisien korelasi r = 0.73 dan RKS = 0.031. Berdasarkan uji kecocokan model diperoleh kesimpulan bahwa model regresi cocok dan berdasarkan uji asumsi residual disimpulkan bahwa semua asumsi residual terpenuhi.

Menduga Nilai Awal $\hat{X}^*$ dan Mengestimasi Koefisien Regresi Linier Piecewise Dua Segmen

Untuk menduga nilai awal $\hat{X}^*$ dibuat diagram pencar antara variabel bebas dan variabel respon.



Berdasarkan diagram pencar tersebut nilai dugaan awal $\hat{X}^*$ yang pertama adalah $\hat{X}^*$= 5.689. Nilai dugaan awal $\hat{X}^*$ berada pada i = 88 sehingga data dibagi menjadi $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^{88}$ pada segmen pertama dan $\{(X_i, Y_i)\}_{i=89}^{123}$ pada segmen kedua. Langkah selanjutnya adalah membentuk dua model regresi linier dari data yang telah terbagi dua pada X_i = 5.689. Dua persamaan regresi tersebut adalah :

$$\hat{Y}_i = \begin{cases} -0.01501 + 0.00954\ X_i & ; X_i \leq 5.689 \\ -0.50211 + 0.10812\ X_i & ; X_i > 5.689 \end{cases}$$

Nilai dugaan awal $\hat{X}^*$= 5.689 dan nilai-nilai koefisien regresi di atas kemudian digunakan sebagai nilai awal $\hat{\beta}^{(0)}$ pada metode iterasi Gauss-Newton untuk mengestimasi nilai $\hat{X}^*_{optimum}$ dan nilai-nilai parameter regresi linier *piecewise* dua segmen yang konvergen pada iterasi ke-5 dengan RKS = 0.0242. Hasil iterasi Gauss-Newton ditunjukan sebagai berikut ;

Tabel 3 : Tabel Hasil iterasi Gauss-Newton

Parameter	Estimasi Parameter Awal	Estimasi Parameter Akhir	
$\hat{X}^*$	5.6890	4.8375	Konvergen pada iterasi ke-5, dengan JKS = 2.8807 (RKS = 0.0242)
$\hat{a}_1$	-0.0150	-0.00237	
$\hat{b}_1$	0.00954	0.00364	
$\hat{b}_2$	0.1081	0.1093	

Diperoleh model regresi linier *piecewise* pada kedua segmen yang kontinu pada titik $\hat{X}^*_{optimum}$ = 4.8375 adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y}_i = -0.00237 + 0.00364(X_i D_{i1} + 4.8375 D_{i2}) + 0.1093(X_i - 4.8375)D_{i2}$$

Persamaan regresi linier *piecewise* dua segmen jika dituliskan pada masing-masing segmen adalah :

$$\hat{Y}_i = \begin{cases} -0.00237 + 0.00364\ \mathrm{X_i} & ; X_i \leq 4.8375 \\ -0.51350 + 0.1093\ \mathrm{X_i} & ; X_i > 4.8375 \end{cases}$$

Langkah untuk mencari nilai $\hat{X}^*_{optimum}$ dan parameter regresi linier *piecewise* dua segmen diulangi dengan nilai dugaan awal $\hat{X}^*$ yang berbeda. Setelah dilakukan iterasi Gauss-Newton pada empat titik dugaan awal $\hat{X}^*$ yang berbeda, keempat nilai dugaan awal $\hat{X}^*$ tersebut menghasilkan nilai-nilai parameter regresi dan $\hat{X}^*_{optimum}$ serta RKS yang sama pada akhir iterasi. Perbedaannya hanya terletak pada jumlah iterasi.

Setelah diperoleh persamaan regresi linier dua segmen dan RKS seperti di atas, dilanjutkan dengan menghitung nilai koefisien determinasi regresi linier *piecewise* dua segmen.

$$R^2{}_p = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{0,00869479 + 2,871956057}{7,9492} = 0,637615595$$

Uji Signifikansi $\hat{X}^*_{optimum}$ dan Uji Kecocokan Model Regresi pada Masing-masing Segmen

Nilai signifikansi pada uji F akan digunakan untuk menguji signifikansi $\hat{X}^*_{optimum}$ dan diperoleh kesimpulan bahwa $\hat{X}^*_{optimum}$ memberikan kontribusi dalam perbaikan model regresi. Selanjutnya, berdasarkan uji masing-masing segmen, diperoleh kesimuplan bahwa model pada segmen pertama dan kedua cocok terhadap data. Pada pengujian asumsi residual segmen kedua, semua asumsi residual terpenuhi, sedangkan pada segmen pertama terjadi pelanggaran asumsi normalitas sehingga dilakukan transformasi dan diperoleh model regresi yaitu $\ln(\hat{Y}_i) = -7.441 + 1.858\ \ln(X_i)$ sehingga model regresi linier piecewise dua segmen yaitu :

$$\ln(\hat{Y}_{i1}) = -7.441 + 1.858\ \ln(X_i)\ ;\ X_i \leq 4.8375$$

$$\hat{Y}_{i2} = -0.51350 + 0.1093\ X_i\ ;\ X_i > 4.8375$$

dengan RKS = 0.0242.

Pemilihan Model Terbaik

Kriteria yang digunakan dalam pemilihan model terbaik yaitu menggunakan nilai RKS atau MSE terkecil. Nilai RKS pada regresi linier sederhana adalah 0.031, sedangkan nilai RKS jika digunakan regresi linier *piecewise* dua segmen adalah 0.0242. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa model terbaik yang menjelaskan hubungan antara debit sungai terhadap jumlah angkutan sedimen dasar adalah model regresi linier *piecewise* dua segmen karena menghasilkan nilai RKS yang lebih kecil dibandingkan model regresi linier sederhana.

5. KESIMPULAN

1. Analisis regresi linier *piecewise* dua segmen pada dasarnya merupakan penurunan dari analisis regresi linier sederhana. Perbedaan antara kedua metode analisis regresi tersebut yaitu terdapatnya sebuah titik yang disebut X-knot.
2. Setelah dilakukan analisis regresi linier *piecewise* dua segmen pada data pengaruh debit sungai (m^3/detik) terhadap jumlah angkutan sedimen dasar (kg/detik) dengan nilai dugaan awal $\hat{X}^*$ yang berbeda-beda, semua nilai dugaan awal tersebut menghasilkan nilai-nilai parameter regresi dan $\hat{X}^*_{optimum}$ serta RKS yang sama pada akhir iterasi. Perbedaannya hanya terletak pada jumlah iterasi.
3. Berdasarkan hasil analisis regresi linier *piecewise* dua segmen pada kasus tersebut, diperoleh nilai $\hat{X}^*_{optimum}$ = 4.8375 dan model regresi linier *piecewise* pada masing-masing segmen yaitu :
   $$\ln\left(\hat{Y}_{i1}\right) = -7.441 + 1.858\ \ln\left(X_i\right)\ ;\ X_i \le 4.8375$$
   $$\hat{Y}_{i2} = -0.51350 + 0.1093\ X_i\ ;\ X_i > 4.8375$$
   dengan RKS = 0.0242 dan R^2 = 0.6376.
4. Model regresi linier sederhana pada kasus pengaruh debit sungai (m^3/detik) terhadap jumlah angkutan sedimen dasar (kg/detik) yaitu:
   $\hat{Y}_i = -0.171 + 0.065 X_i$ dengan RKS = 0.031, R^2 = 0.534.
5. Berdasarkan perbandingan nilai Rataan Kuadrat Sesatan (RKS) pada kasus tersebut, model regresi linier *piecewise* dua segmen merupakan model terbaik dibandingkan model regresi linier sederhana karena menghasilkan nilai RKS yang lebih kecil.

DAFTAR PUSTAKA

Draper, N dan Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Ed ke-2. Gramedia. Jakarta.

Gujarati, D. 2003. *Ekonometrika Dasar*. Zain, S, penerjemah. Erlangga. Jakarta. Terjemahan dari: *Basic Econometric*.

Kurniawan, D. 2008. *Regresi Linier*. http://www.google.co.id/2008/regresi.linier .html. [2 Maret 2012].

Marsh, L. *dkk*. 1990. *Alternative Methods of Estimating Piecewise Linear and Higher Order Regression Models Using SAS Software*. 527-527. Universitas Notre Dame Press. Indiana.

Oosterbaan, R.J. 1990. *Statistical Significance of Segmented Linear Regression with Break-Point Using Analysis of Variance (ANOVA) and F-Tests*. http://www.waterblog.info. [2 Maret 2012].

Ripley, H. 2002. *Aljabar Linear Elementer*. Erlangga. Jakarta.

Ryan, S.E dan Porth, L.S. 2007. *A Tutorial on The Piecewise Regression Approach Applied to Bedload Transport Data.* Rocky Mountain Research Station. Amerika Serikat.

Shofiyati, A. 2008. *Kajian Analisis Regresi Linier Tersegmen*. http://www.google.co.id/-Analis is Regresi-Linier-Tersegmen-2008.html. [15 April 2012].
Spiegel, M dan Wrede, R.C. 2006. *Kalkulus Lanjut*. Erlangga. Jakarta.