ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 3, Nomor 3, Tahun 2014, Halaman 333 - 342
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

SIMULASI PENGUKURAN KETEPATAN MODEL VARIOGRAM PADA METODE *ORDINARY KRIGING* DENGAN TEKNIK *JACKKNIFE*

Dewi Setya Kusumawardani[1], Sudarno[2], Hasbi Yasin[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRAK

Kriging adalah metode yang digunakan untuk mengestimasi besarnya nilai yang mewakili suatu titik yang tidak tersampel berdasarkan titik-titik tersampel yang berada disekitarnya. Pada *Ordinary Kriging* pendugaan suatu nilai variabel pada titik tertentu dilakukan dengan cara mengamati data yang sejenis pada daerah lain, pada setiap titik yang tidak diketahui nilainya, maka akan diestimasi dengan menggunakan kombinasi linier terboboti (*weighted linier combination*). Data yang dibangkitkan adalah data kandungan besi (%). Data tersebut merupakan data random hasil simulasi berdasarkan model variogram Spherical dan Eksponensial. Nilai dugaan diperoleh melalui sistem *Ordinary Kriging* dengan menggunakan teknik *Jackknife*. Ketepatan model variogram spherical dan eksponensial dihitung berdasarkan nilai tengah kesalahan persentase absolut (*Mean Absolut Percentage Error*). Berdasarkan hasil perhitungan untuk variogram spherical persentase kesalahan yang diperoleh yaitu 0,0417%, sedangkan persentase kesalahan untuk model variogram eksponensial yaitu 0,0776%. Kedua nilai MAPE tersebut berada dibawah 10%, dengan demikian dapat disimpulkan bahwa teknik *jackknife* dapat digunakan untuk menentukan nilai dugaan dari sistem *ordinary kriging* dari model variogram spherical dan eksponensial.

Kata kunci : *ordinary kriging*, variogram, *jackknife*, MAPE.

1. PENDAHULUAN

Geostatistika pertama kali dikembangkan oleh Georges Matheron pada tahun 1960an. Geostatistika berkembang berdasarkan konsep dasar analisis spasial. Analisis spasial merupakan metode statistik yang digunakan untuk menganalisis data spasial. Hal inilah yang membedakan analisis spasial dengan analisis statitika lainnya. Dalam penelitian ini penulis melakukan simulasi untuk memperoleh data sampel yang didefinisikan sebagai data kandungan besi (%). Metode yang digunakan adalah *ordinary kriging*. Bobot dalam metode *ordinary kriging* ini dipengaruhi oleh model variogram, sehingga ketepatan pada pemilihan model variogram akan memberikan estimasi yang baik pada metode kriging[4]. Dengan demikian, dalam penelitian ini akan dilakukan pengukuran untuk mengetahui ketepatan dari model variogram.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Spasial

Data spasial adalah data yang memuat adanya informasi lokasi atau geografis suatu wilayah, jadi tidak hanya memuat apa yang diukur. Untuk menganalisis data spasial maka digunakan analisis spasial. Untuk dapat menganalisis suatu kasus berkaitan dengan data spasial maka harus terlebih dahulu diketahui tipe data spasialnya. Terdapat 3 tipe data spasial yaitu data geostatistik (*geostatistical data*), data area (*lattice data*), dan pola titik (*point pattern*)[2].

2.2 Model Fungsi Random

Variabel random adalah variabel yang nilainya dibangkitkan secara random atau acak berdasarkan mekanisme probabilistik tertentu[4]. Nilai harapan dari kombinasi linier terboboti dari variabel random dinyatakan sebagai berikut:

$$E\left\{\sum_{i=1}^{n} w_i V_i\right\} = \sum_{i=1}^{n} w_i E\{V_i\}$$

Sedangkan variannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Var\left\{\sum_{i=1}^{n} w_i V_i\right\} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i \; w_j \; Cov\{V_i V_j\}$$

Parameter yang umum digunakan pada fungsi random stasioner antara lain fungsi kovarian ($\tilde{C}(h)$), fungsi korelasi ($\tilde{\rho}(h)$), dan variogram ($\tilde{\gamma}(h)$). Untuk fungsi random stasioner, kovarian dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{C}_V(h) = E\{V(x) \,.\, V(x+h)\} - E\{V(x)\}^2$$

Correlogram adalah koefisien korelasi antara variabel random yang dipisahkan oleh jarak tertentu:

$$\tilde{\rho}_V(h) = \frac{Cov\{V(x).\,V(x+h)\}}{\sqrt{Var\{V(x)\}.\,Var\{V(x+h)\}}} = \frac{\tilde{C}_V(h)}{\tilde{C}_V(0)}$$

Variogram adalah setengah dari nilai harapan dari kuadrat selisih antar variabel random yang dipisahkan oleh jarak tertentu:

$$\tilde{\gamma}_V(h) = \frac{1}{2} E\{[V(x) - V(x+h)]^2\}$$

2.3 Variogram

Variogram merupakan keragaman spasial antar lokasi. Variogram adalah setengah dari nilai harapan dari kuadrat selisih antar variabel random yang dipisahkan oleh jarak tertentu:

$$\tilde{\gamma}_V(h) = \frac{1}{2} E\{[V(x) - V(x+h)]^2\}$$

Beberapa model variogram yang distandarkan (*standardized basic model*) yang digunakan adalah sebagai berikut[4]:

1. Model Nugget Effect

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0\;, jika\; h = 0 \\ \\ C_0\;, lainnya \end{cases}$$

2. Model Spherical

$$\gamma(h) = \begin{cases} 1.5\,\frac{h}{a} - 0.5\left(\frac{h}{a}\right)^3 & ,\; h < a \\ C_0 + C_1 & ,h \geq a \end{cases}$$

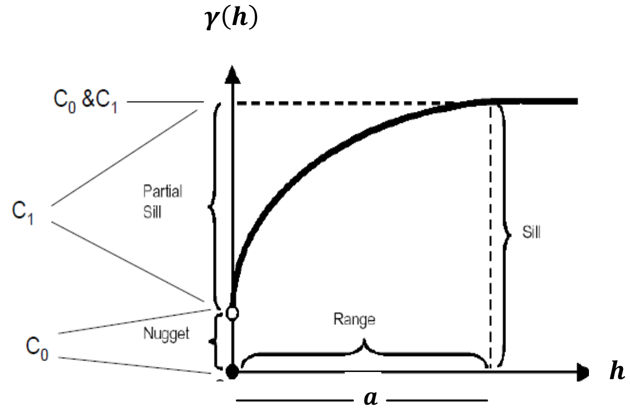
3. Model Eksponensial

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right)$$

4. Model Gaussian

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right)$$

Gambar berikut merupakan gambar dari model variogram secara umum:



2.4 *Ordinary Kriging*

Pada *Ordinary Kriging* pendugaan suatu nilai variabel pada titik tertentu dilakukan dengan cara mengamati data yang sejenis pada daerah lain, pada setiap titik yang tidak diketahui nilainya, maka akan diestimasi dengan menggunakan kombinasi linier terboboti (*weighted linier combination*). Metode *Ordinary Kriging* merupakan metode yang memenuhi sifat BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*). *Ordinary Kriging* dikatakan "*best*" karena tujuannya adalah untuk meminumkan variansi galatnya ($\tilde{\sigma}^2{}_R$), dikatakan "*linier*" karena estimasinya diboboti kombinasi linier dari data yang ada, dikatakan "*unbiased*" karena membuat rataan eror,(m_r), menjadi sama dengan 0[4]. Untuk dapat meminimumkan variansi error $\tilde{\sigma}^2{}_R$, maka akan ditambahkan sebuah variabel baru yang disebut dengan μ, sebagai parameter Lagrange, sehingga akan terbentuk persamaan variansi error yang baru sebagai berikut:

$$\tilde{\sigma}^2{}_R = \tilde{\sigma}^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \tilde{C}_{ij} - 2\sum_{i=1}^{n} w_i \tilde{C}_{i0} + 2\mu\left(\sum_{i=1}^{n} w_i - 1\right)$$

dengan $2\mu(\sum_{i=1}^{n} w_i - 1) = 0$

Proses penurunan $\tilde{\sigma}^2{}_R$ dengan memperhatikan pembobot akan menghasilkan persamaan sistem *Ordinary Kriging* sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} w_j \tilde{C}_{ij} + \mu = \tilde{C}_{i0} \quad , \forall i = 1,2, \ldots , n$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Jika dinyatakan dalam variogram, sistem *ordinary kriging* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j \tilde{\gamma}_{ij} + \mu = \tilde{\gamma}_{i0} \quad , \forall i = 1,2, \ldots , n$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

2.5 Metode *Jackknife*

Untuk mengestimasi bias dan simpangan baku dari $\hat{\theta}$ dari sampel $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ dan estimator $\hat{\theta} = s(v)$, jackknife fokus pada sampel yang terhapus satu pengamatan sehingga sampel jackknife ke-i atau $v_{(i)}$ didefinisikan sebagai

$$v_{(i)} = (v_1, v_2, \ldots, v_{i-1}, v_{i+1}, \ldots, v_n), \qquad \text{untuk } i = 1,2, \ldots, n.$$

Sampel jackknife ke-i terdiri dari data pengamatan dengan menghilangkan observasi ke-i. Sehingga replikasi jackknife dari $\hat{\theta}$ yang ke-i didefinisikan sebagai berikut[3]:

$$\hat{\theta}_{(i)} = s\left(v_{(i)}\right)$$

2.6 Ketepatan Model

Suatu model mempunyai kinerja sangat bagus jika nilai MAPE berada dibawah 10% dan mempunyai kinerja bagus jika nilai MAPE berada diantara 10% dan 20%[6]. Ukuran relatif untuk menyatakan ketepatan model yang menyangkut persentase sebagai berikut[5]:

a. Kesalahan Persentase (*Percentage Error* (%))

$$PE_i = \left(\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_i}\right)(100)$$

b. Nilai Tengah Kesalahan Persentase (*Mean Percentage Error* (%))

$$MPE = \sum_{i=1}^{n} \frac{PE_i}{n}$$

c. Nilai Tengah Kesalahan Persentase Absolute (*Mean Absolute Percentage Error* (%))

$$MAPE = \sum_{i=1}^{n} \frac{|PE_i|}{n}$$

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penulisan tugas akhir berupa data yang dibangkitkan berdasarkan kriteria tertentu. Data tersebut merupakan data kandungan besi (%).

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan adalah data simulasi kandungan besi. Data yang dibangkitkan memenuhi kriteria-kriteria sebagai berikut:

1. Data yang dibangkitkan adalah data random berdasarkan model variogram Spherical dan Eksponensial.
2. Data yang digunakan sesuai model variogram memiliki *range* (a) dan *sill* ($C_0 + C_1$) yang bersesuaian.

3.3 Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis yang digunakan dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut:

1. Membangkitkan n buah data kandungan besi dari model variogram Spherical dan Eksponensial.
2. Menentukan nilai dugaan melalui sistem O*rdinary Kriging* dengan menggunakan teknik *Jackknife*.
3. Menghitung nilai eror pada masing-masing data.
4. Menghitung ketepatan model variogram dengan menggunakan nilai tengah kesalahan persentase absolute / *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).
5. Menaksir parameter model variogram berdasarkan nilai dugaan.
6. Kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Proses Pembangkitan Data Berdasarkan Model Variogram Spherical dan Eksponensial

Menurut Isaaks & Srivastava(1989), parameter-parameter yang digunakan untuk membangkitkan data berdasarkan model variogram Spherical dan Eksponensial dengan menggunakan metode *ordinary kriging* adalah *nugget* atau $C_0 = 0$, *sill* atau $C_1 = 10$, dan *range* atau $a = 10$. Model variogram spherical yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 10\left(1.5\left(\frac{h}{10}\right) + 0.5\left(\frac{h}{10}\right)^3\right) & , jika\ h < 10 \\ 10 & , jika\ h \geq 10 \end{cases}$$

Sedangkan model variogram eksponensial yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , jika\ h = 0 \\ 10\left(1 - \exp\left(-3\frac{h}{10}\right)\right) & , jika\ h > 0 \end{cases}$$

Untuk mencari nilai-nilai v maka digunakan persamaan umum variogram untuk *h-scatterplot* dengan cara mengasumsikan bahwa nilai data pertama dan v diketahui. Sebagai contoh, jika diambil nilai variogram untuk satu pasang data yaitu v_1 dan v_2 dan jarak antar kedua data (h_1) diketahui, maka

$$\gamma(h_1) = \frac{1}{2N(h_1)}(|v_1 - v_2|)^2$$
$$\Leftrightarrow (|v_1 - v_2|)^2 = 2N(h_1)\gamma(h_1)$$
$$\Leftrightarrow v_2 = v_1 + \sqrt{2N(h_1)\gamma(h_1)}$$

Dengan demikian, nilai-nilai v yang lain dapat ditentukan dengan melakukan proses yang sama secara berulang-ulang.

Nilai ambang batas untuk kandungan besi yang sebaiknya digunakan adalah 30%[1]. Penentuan standart ini mengamsusikan bahwa perusahaan akan memperoleh keuntungan jika melakukan penambangan besi dengan kadar lebih dari 30% sehingga akan dibentuk data baru sebagai berikut. Sehingga nilai awal yang digunakan dalam penelitian ini adalah $V_0 = 30$.

4.2 Proses Pendugaan Data Melalui Sistem *Ordinary Kriging* dengan Menggunakan Teknik *Jackknife*

Tahapan dalam mencari nilai dugaan dengan menggunakan teknik Jackknife adalah sebagai berikut:

1. Hitung jarak (h) untuk semua pasangan data yang mungkin dihasilkan dari 100 buah data dalam matriks V untuk mendapatkan matriks jarak antar data, dimana $h = |v_i - v_j|$ untuk $i = 1,2,..,100$ dan $j = 1,2..,100$.

	$v_{1,1}$	…	$v_{1,10}$	…	$v_{10,10}$
$v_{1,1}$	0				
⋮		⋱			
$v_{1,10}$			⋱		
⋮				⋱	
$v_{10,10}$					0

2. Keluarkan $v_{1,1}$ dari V dengan menggunakan $p-1$ atau 99 data, maka lokasi dari $v_{1,1}$ dijadikan sebagai lokasi data yang akan ditentukan nilai dugaannya melalui sistem *Ordinary Kriging*.
3. Hitung matriks variogram (G) berdasarkan matriks jarak antar data. γ_{ij} merupakan variogram dari lokasi ke-i ke lokasi ke-j, dengan $i = j = 1, 2, \dots, 99$.

$$G = \begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \gamma_{1,2} & \cdots & \gamma_{1,99} & 1 \\ \gamma_{2,1} & \gamma_{2,2} & \cdots & \gamma_{2,99} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{99,1} & \gamma_{99,2} & \cdots & \gamma_{99,99} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Hitung matriks D. γ_{i0} merupakan variogram dari lokasi ke-i ke lokasi yang diduga.

$$D = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0} \\ \gamma_{2,0} \\ \vdots \\ \gamma_{99,0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Hitung matriks bobot w yang dihitung dari hasil perkalian $w = G^{-1} . D$, hasil dari bobot tersebut akan memberikan estimasi yang tak bias dengan varian estimasi yang minimum.

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{99} \\ \mu \end{bmatrix}$$

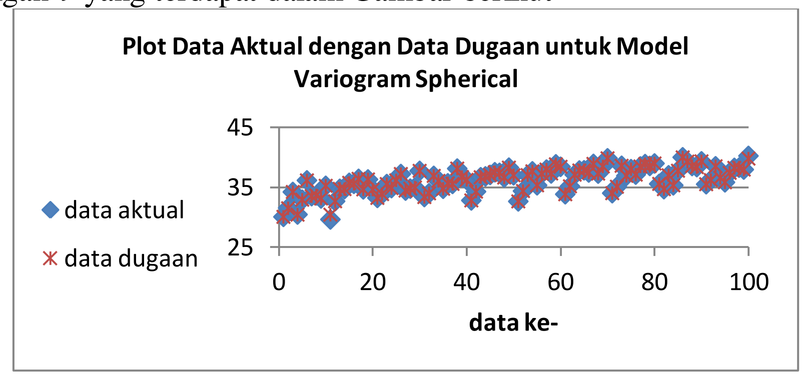
6. Hitung hasil nilai dugaan yang diperoleh dari persamaan

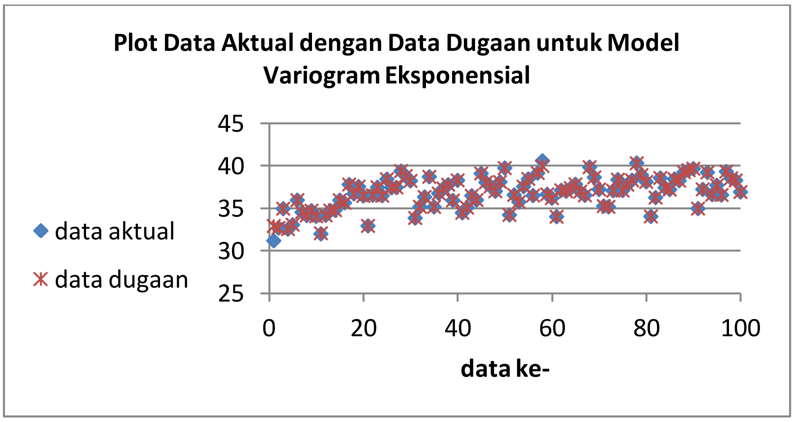
$$\hat{v}_1 = \sum_{i=1}^{p-1} w_i\, v_i$$

7. Dengan cara yang sama keluarkan data $v_{1,2}$ dan seterusnya secara iteratif untuk mendapatkan nilai dugaan dari data yang telah dibangkitkan.

4.3 Analisis Ketepatan Model Variogram Spherical dan Eksponensial

Untuk mengetahui hubungan antara data aktual dengan dugaannya pada model variogram spherical dan eksponensial maka dibuat grafik antara v dengan $\hat{v}$ yang terdapat dalam Gambar berikut





Berdasarkan grafik antara v dengan $\hat{v}$ untuk model variogram spherical dan eksponensial diketahui bahwa data-data pengamatan dari nilai dugaan ($\hat{v}$) saling berhimpitan dengan nilai sebenarnya (v), jadi nilai dugaan dari data kandungan besi yang dihasilkan mendekati nilai sebenarnya.

Proses selanjutnya adalah menentukan ketepatan model variogram spherical dan eksponensial dengan menggunakan nilai tengah kesalahan persentase absolute (*Mean Absolute Percentage Error*). Perhitungan ketepatan model variogram disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 4.1 Perhitungan MAPE untuk model variogram spherical

Nilai Sebenarnya (v_i)	Nilai Dugaan ($\hat{v}_i$)	Error ($v_i - \hat{v}_i$)	PE(%) $\left(\left(\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_i}\right)100\right)$	APE(%) $\left(\left\|\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_i}\right\|100\right)$
30,0530	30,0553	-0,0023	-0,0077	0,0077
31,5513	31,4889	0,0624	0,1977	0,1977
34,2056	34,2055	0,0001	0,0004	0,0004
30,4459	30,4188	0,0270	0,0887	0,0887
32,9139	32,9131	0,0007	0,0022	0,0022
36,1385	36,1385	0,0000	0,0000	0,0000
33,5085	33,5081	0,0004	0,0011	0,0011
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40,2164	39,7714	0,4451	1,1066	1,1066
Jumlah		-0,2533	-1,2738	4,1670

$$
\begin{aligned}
MAPE &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} APE_i \\
&= \frac{4{,}1670\%}{100} \\
&= 0{,}0417\%
\end{aligned}
$$

Tabel 4.2 Perhitungan MAPE untuk model variogram eksponensial

Nilai Sebenarnya (v_i)	Nilai Dugaan ($\hat{v}_i$)	Error ($v_i - \hat{v}_i$)	PE(%) $\left(\left(\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_i}\right)100\right)$	APE(%) $\left(\left\|\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_i}\right\|100\right)$
31,1754	32,9132	-1,7378	-5,5744	5,5744
32,6745	32,6792	-0,0047	-0,0145	0,0145
34,9552	34,9553	-0,0001	-0,0003	0,0003
32,5404	32,5521	-0,0016	-0,0358	0,0358
33,0563	33,0687	-0,0124	-0,0374	0,0374
35,9600	35,9600	0,0000	0,0000	0,0000
34,5402	34,5409	-0,0008	-0,0022	0,0022
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36,9175	36,9171	0,0003	0,0009	0,0009
Jumlah		-1,1956	-4,3169	7,7644

$$
\begin{aligned}
MAPE &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} APE_i \\
&= \frac{7,7644\%}{100} \\
&= 0,0776\%
\end{aligned}
$$

Dari perhitungan nilai MAPE tersebut dapat diketahui bahwa kesalahan yang diperoleh sangat kecil yaitu 0,0417% untuk model variogram spherical dan 0,0776% untuk model variogram eksponensial. Kedua nilai MAPE tersebut berada dibawah 10%, dengan demikian dapat disimpulkan bahwa teknik *jackknife* dapat digunakan untuk menentukan nilai dugaan dari sistem *ordinary kriging* dari model variogram spherical dan eksponensial.

4.4 Taksiran Parameter dari Model Variogram untuk Data Dugaan

Selanjutnya akan dicari taksiran parameter dari model variogram spherical dan eksponensial untuk nilai dugaan. Langkah pertama dalam menentukan parameter $\hat{C}_0$ dan $\hat{C}_1$ adalah menghitung jarak ($\hat{h}$) untuk semua pasangan nilai dugaan yang mungkin dihasilkan dari 100 buah nilai dugaan dalam matriks $\hat{V}$ untuk mendapatkan matriks jarak antar data, dimana $\hat{h} = |\hat{v}_i - \hat{v}_j|$ untuk $i = j = 1, 2, .., 100$. Kedua, menghitung nilai variogram ($\hat{\gamma}(h)$) untuk masing-masing jarak ($\hat{h}$), dengan $\hat{\gamma}_{ij}$ merupakan variogram dari lokasi ke-i ke lokasi ke-j. Selanjutnya menghitung nilai taksiran $\hat{C}_0$ dan $\hat{C}_1$ dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Model variogram spherical untuk nilai dugaan adalah sebagai berikut:

$$
\hat{\gamma}(h) = \begin{cases} \hat{C}_0 + \hat{C}_1\left(1.5\left(\frac{h}{10}\right) + 0.5\left(\frac{h}{10}\right)^3\right) & , jika\ h < 10 \\ \hat{C}_0 + \hat{C}_1 & , jika\ h \geq 10 \end{cases}
$$

$$
= \begin{cases} -0,3730 + 10\left(1.5\left(\frac{h}{10}\right) + 0.5\left(\frac{h}{10}\right)^3\right) & , jika\ h < 10 \\ 9,6270 & , jika\ h \geq 10 \end{cases}
$$

Sedangkan model variogram eksponensial untuk nilai dugaan adalah sebagai berikut:

$$
\hat{\gamma}(h) = \begin{cases} 0 & , jika\ h = 0 \\ \hat{C}_0 + \hat{C}_1\left(1 - \exp\left(-3\frac{h}{10}\right)\right) & , jika\ h > 0 \end{cases}
$$

$$
= \begin{cases} 0 & , jika\ h = 0 \\ 10\left(1 - \exp\left(-3\frac{h}{10}\right)\right) & , jika\ h > 0 \end{cases}
$$

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis pada bab hasil dan pembahasan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Teknik *jackknife* dapat digunakan untuk menentukan nilai dugaan yang dihasilkan oleh sistem *ordinary kriging*.
2. Hasil simulasi menyimpulkan bahwa untuk data-data yang memiliki nilai variogram yang bersesuian dengan model yang diambil maka dugaannya memiliki nilai-nilai yang mendekati nilai sebenarnya. Hal ini diketahui berdasarkan grafik antara v dengan $\hat{v}$ baik untuk model variogram spherical maupun eksponensial yang menunjukkan bahwa data-data pengamatan dari nilai dugaan ($\hat{v}$) saling berhimpitan dengan nilai sebenarnya (v), sehingga diperoleh kesimpulan bahwa nilai dugaan yang dihasilkan sudah mendekati nilai sebenarnya dari data kandungan besi.
3. Dari perhitungan nilai MAPE tersebut dapat diketahui bahwa kesalahan yang diperoleh sangat kecil yaitu 0,0417% untuk model variogram spherical dan 0,0776% untuk model variogram eksponensial, Kedua nilai MAPE tersebut berada dibawah 10%, dengan demikian dapat disimpulkan bahwa teknik *jackknife* dapat digunakan untuk menentukan nilai dugaan dari sistem *ordinary kriging* dari model variogram spherical dan eksponensial.
4. Berdasarkan hasil perhitungan taksiran parameter dari model variogram spherical untuk nilai dugaan diperoleh hasil bahwa nilai $\hat{C}_0 = -0{,}3730$ dan $\hat{C}_1 = 10$, sedangkan untuk model variogram eksponensial diperoleh hasil bahwa nilai $\hat{C}_0 = 0$ dan $\hat{C}_1 = 10$.

6. DAFTAR PUSTAKA

1. Awali, A.A, Estimasi Kandungan Hasil Tambang Menggunakan Ordinary Indicator Kriging, *Jurnal Gaussian Volume 2 No.1*, Semarang, 2013.
2. Cressie, N. A. C., *Statistics for Spatial Data,* John Wiley and Sons Inc, New York, 1993.
3. Efron, B. and Tibshirani, R.J, *An Introduction to the Bootstrap,* Chapman and Hall, New York, 1993.
4. Isaaks, E.H. and Srivastava, R.M., *Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York, 1989.
5. Makridakis, S., Wheelwright, S. C., and McGee, V. E., *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua,* Erlangga, Jakarta, 1999.
6. Raharja, A., Penerapan Metode Exponential Smoothing untuk Peramalan Penggunaan Waktu Telepon di PT.Telkomsel Divre3 Surabaya, *SISFO-Jurnal Sistem Informasi*, Surabaya, 2010.